

MATEMATIKA 1

3.kolokvij

8.4.2002

1. Dana je funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg}(x) & ; \text{če je } x > 1 \text{ ali } x < -1 \\ a \operatorname{arcsin}(x) + b & ; \text{če je } -1 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

Določi konstanti a in b tako, da bo funkcija f zvezna in skiciraj njen graf.

2. Izračunaj limiti

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\log(x)} \right),$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x(\operatorname{arctg}(x) - \frac{\pi}{2}) \right).$

3. Nad sredino okrogle mizo s polmerom r obesimo žarnico. Na kakšni višini mora biti žarnica, da bo predmet, ki leži na robu mize, najbolj osvetljen? (Osvetljenost je premo sorazmerna kosinusu kota, pod katerim (glede na navpičnico) žarki padajo na predmet, in obratno sorazmerna kvadratu oddaljenosti).
4. Dana je funkcija $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}$. Poišči njeno definicijsko območje, ničle, ekstreme, intervale naraščanja in padanja, območja konveksnosti in konkavnosti, ter nato skiciraj njen graf. (Pri tem pazi na obnašanje funkcije na robu definicijskega območja).