

# M A T E M A T I K A 1

Ljubljana 27.5.2014

1) MNOŽICE IN PRESLIKAVE: množica, elementi množice, prazna množica, podmnožica, enakost množic, unija množic, presek množic, razlika množic, kartezični produkt množic, univerzalna množica, komplement množice, preslikava-predpis, definicijsko območje-domena, zaloga vrednosti-kodomena, surjektivnost, injektivnost, bijektivnost, kompozitum preslikav, inverzna preslikava, moč množice, števno neskončno, neštevno neskončno, operacija na množici, funkcija.

2) IZJAVNI RAČUN: izjava, konjunkcija-in, disjunkcija-ali, negacija-ne, implikacija, potreben pogoj, zadosten pogoj, ekvivalenca, zanikanje sestavljene izjave, kvantifikatorji, za vsak, eksistira-obstaja.

3) ŠTEVILA: naravna števila  $\mathbf{N}$ , cela števila  $\mathbf{Z}$ , racionalna števila  $\mathbf{Q}$ , realna števila  $\mathbf{R}$ , računske operacije, seštevanje, nasprotni element, množenje, inverzni element, aksiomi, komutativnost, asociativnost, distributivnost, nevtralni element za seštevanje, enota za množenje, urejenost, večji, manjši, tranzitivnost, naslednik naravnega števila, predhodnik naravnega števila, princip popolne indukcije, decimalni zapis racionalnega števila, decimalni zapis realnega števila, navzgor omejena množica realnih števil, zgornja meja, navzdol omejena množica realnih števil, spodnja meja, omejena množica realnih števil, natančna zgornja meja-supremum, natančna spodnja meja-infimum, aksiom o obstoju supremuma, obstoj infimuma, intervali in poltraki, okolica realnega števila, gostost racionalnih števil v realnih številih, absolutna vrednost realnega števila, lastnosti absolutne vrednosti, potence realnih števil, koreni nenegativnih realnih števil, računanje s potencami, racionalne potence, realne potence, kompleksna števila  $\mathbf{C}$ , definicija, imaginarna enota, računske operacije in njihove lastnosti, realni del, imaginarni del, konjugirano število, absolutna vrednost kompleksnega števila, geometrijski pomen, polarni zapis kompleksnega števila, argument, množenje in deljenje v polarnem zapisu, koreni enote, koreni poljubnega kompleksnega števila, osnovni izrek algebre.

4) ŠTEVILSKA ZAPOREDJA IN VRSTE: zaporedje realnih števil - funkcija iz  $\mathbf{N}$  v  $\mathbf{R}$ , oznaka z indeksi  $a_n$ , rekurzivno podano zaporedje, Fibonaccijevo zaporedje, naraščajoče zaporedje, padajoče zaporedje, strogo naraščajoče zaporedje, strogo padajoče zaporedje, monotono zaporedje, strogo monotono zaporedje, navzgor omejeno zaporedje, navzdol omejeno zaporedje, omejeno zaporedje, zgornja meja zaporedja, spodnja meja zaporedja, natančna zgornja meja zaporedja - supremum zaporedja, natančna spodnja meja zaporedja-infimum zaporedja, stekališče zaporedja, vsako omejeno zaporedje ima vsaj eno stekališče, konvergentna zaporedja, limita zaporedja, divergentna zaporedja, relacija stekališča - limita, zadostni pogoji za obstoj limite, podzaporedja, stekališča-podzaporedja, Cauchyjevo zaporedje, računanje z limitami, konvergenca k  $+\infty$ , konvergenca k  $-\infty$ , osnovne limite  $a_n = \alpha^n$ ,  $a_n = \sqrt[n]{n}$ ,  $a_n = \frac{n^k}{\alpha^n}$ , limita za Eulerjevo število  $e$ , številske vrste, členi vrste, delne vsote, konvergenca vrste, divergenca vrste, vsota vrste, osnovni potreben pogoj za konvergenco  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ , ni zadosten-primer harmonične vrste, kriteriji za konvergenco vrst, primerjalni kriterij, majoranta, minoranta, kvocientni ali d'Alembertov kriterij, korenski ali Cauchyjev kriterij, integralni kriterij, kriterij za konvergenco alternirajoče vrste, absolutna konvergenca, pogojna konvergenca, primeri.

5) REALNE FUNKCIJE: definicijsko območje, zaloga vrednosti, graf funkcije, naraščajoča funkcija, padajoča funkcija, strogo naraščajoča funkcija, strogo padajoča funkcija, monotona funkcija, strogo monotona funkcija, navzgor omejena funkcija, navzdol omejena funkcija, omejena funkcija, zgornja meja, spodnja meja, natančna zgornja meja-supremum funkcije, natančna spodnja meja-infimum funkcije, soda funkcija, liha funkcija, injektivnost, surjektivnost, bijektivnost, kompozitum, inverzna funkcija, graf inverzne funkcije, kosoma definirane funkcije.

6) ELEMENTARNE FUNKCIJE: linearna funkcija, kvadratna funkcija, potenčna funkcija, polinomi, racionalne funkcije, ničle, stopnja ničle, poli, stopnja pola, asimptote, predznak racionalne funkcije, algebrabične funkcije, periodične funkcije, kotne -trigonometrične funkcije, adicijski izreki za sinus, kosinus, tangens, kotangens, ciklotometrične funkcije, arcsin, arccos, arctg, definicije, eksponentna funkcija, logaritemska funkcija, lastnosti, hiperbolične funkcije, skiciranje grafov funkcij, definicijsko območje, ničle,

stopnje ničel, sodost, lihost, periodičnost, asimptote - navpične (poli), poševne, stacionarne točke, intervali naraščanja-padanja, lokalni ekstremi, prevoji, konveksnost, konkavnost.

7) ZVEZNOST FUNKCIJ: limita funkcije, leva limita, desna limita, računanje z limitami,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$ , limite k  $\infty$ , zveznost v točki, povezava zveznosti in limite funkcije, zveznost na intervalu, računске operacije, ki ohranjajo zveznost, zveznost elementarnih funkcij na svojih definicijskih območjih, lastnosti zveznih funkcij na zaprtih intervalih, obstoj ničle-bisekcija, omejenost, obstoj maksimuma in minimuma, zavzame vse vrednosti med minimumom in maksimumom.

8) ODVOD FUNKCIJE: odvod v točki, motivacija- geometrijska-tangenta, fizikalna-hitrost, diferenčni kvocient, levi odvod, desni odvod, če je funkcija odvedljiva, je zvezna, odvedljivost na intervalu, zvezna odvedljivost, pravila za odvajanje, odvodi elementarnih funkcij, diferencial funkcije, aproksimacija z diferencialom, višji odvodi, povezava odvoda z lastnostmi funkcij - naraščanje, padanje, stacionarne točke, lokalni minimum, lokalni maksimum, lokalni ekstremi, zadostni pogoji za nastop lokalnega ekstrema, globalni minimum, globalni maksimum, globalni ekstremi, iskanje globalnih ekstremov, konveksnost, konkavnost, prevoji, Rolleov izrek, Lagrangeev izrek, posledice teh izrekov, enakost odvodov - funkciji se razlikujeta za konstanto na intervalu, l'Hôpitalovo pravilo, asimptote.

9) NEDOLOČENI INTEGRAL: definicija - nasprotna operacija odvajanja, nedoločeni integral ali primitivna funkcija, nima vsaka funkcija nedoločenega integrala-primer, če ima nedoločeni integral, vse ostale dobimo z adicijsko konstanto, osnovna tabela nedoločenih integralov, pravila za integriranje - med drugim integracija po delih oz. per partes, vpeljava novih spremenljivk, integracija racionalnih funkcij - razcep na parcialne ulomke, integracija nekaterih iracionalnih funkcij, integrali kotnih funkcij.

10) DOLOČENI INTEGRAL: motivacija-računanje ploščine pod grafom, Riemannova vsota, določeni integral kot limita Riemannovih vsot, spodnje  $s(f, D)$  in zgornje  $S(f, D)$  (Darbouxjeve) vsote, supremum spodnjih vsot  $s$ , infimum zgornjih vsot  $S$ , integrabilnost  $s = S$ , integrabilnost monotonih funkcij, integrabilnost zveznih funkcij, funkcija, ki ni integrabilna-primer, lastnosti določenega integrala, pravila za računanje določenega integrala, izrek o povprečni vrednosti, integral kot funkcija zgornje meje, zveza med določenim in nedoločenim integralom - osnovni izrek integralskega računa - Newton-Leibnitzova formula, uvedba novih spremenljivk v določeni integral, integracija po delih, posplošeni-izlimitirani Riemannov integral, izrek o obstoju integrala, kjer ima funkcija pol v krajišču intervala, izrek o obstoju integrala po poltraku, numerično računanje določenega integrala, trapezna metoda, Simpsonova metoda, uporaba določenega integrala, računanje ploščine ravninskih likov - tudi v polarnih koordinatah, računanje dolžine krivulje, prostornina rotacijskega telesa-vrtenine, površina rotacijskega telesa-vrtenine, masa žice, masno središče homogene plošče, masno središče žice.

11) TAYLORJEVA VRSTA: Taylorjeva formula za polinom, Taylorjeva formula za  $n + 1$ -krat zvezno odvedljivo funkcijo, oblika ostanka, Taylorjeva vrsta za  $e^x$ ,  $\sin(x)$ ,  $\cos(x)$ ,  $\sinh(x)$ ,  $\cosh(x)$ ,  $\ln(1 + x)$ ,  $(1 + x)^a$ , uporaba Taylorjeve vrste. Povezava med  $e^x$ ,  $\sin(x)$ ,  $\cos(x)$ ,  $\sinh(x)$ ,  $\cosh(x)$  v kompleksnem.

12) FUNKCIJSKA ZAPOREDJA IN VRSTE: konvergenca po točkah, enakomerna konvergenca, enakomerna limita zveznih funkcija je zvezna funkcija, potenčna vrsta, konvergenčni polmer-izračun, integriranje in odvajanje potenčnih vrst.