

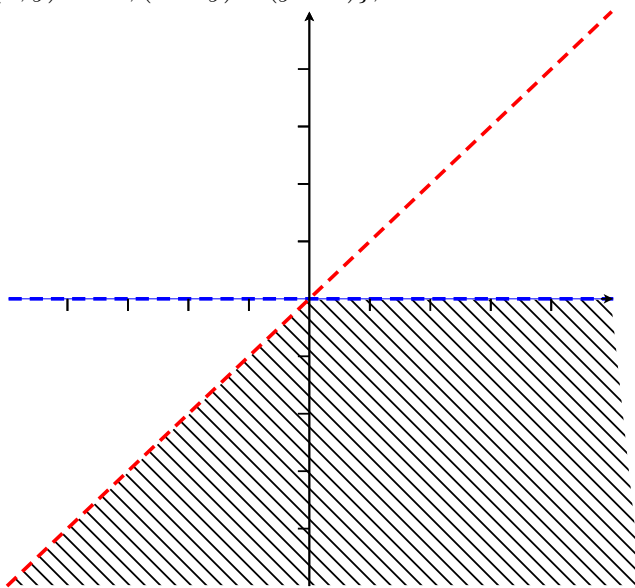
REŠITVE 1. DOMAČE NALOGE

MATEMATIKA 1

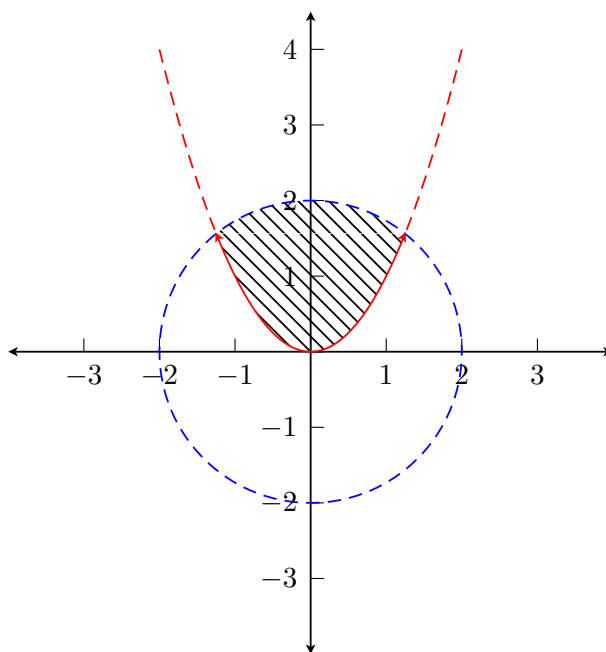
2010

1. Nariši naslednje množice v ravnini:

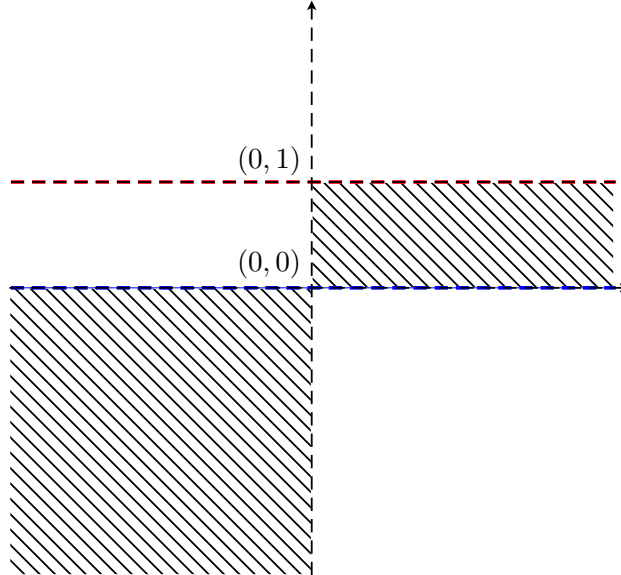
(a) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; (x > y) \wedge (y < 0)\}$;



(b) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; (y \geq x^2) \wedge (x^2 + y^2 < 4)\}$;



(c) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; (xy > 0) \vee (y < 1)\}$.



2. Določi infimum, supremum, maksimum in minimum naslednjim množicam:

(a) $A = \{\frac{n-3}{n}; n \in \mathbb{N}\}$;

Rešitev: $\inf A = \min A = -2, \sup A = 1, \max A$ ne obstaja.

(b) $\{\frac{2}{x} + 3; x \in (0, 5]\}$.

Rešitev: $\inf A$ in $\min A$ ne obstajata, $\sup A = \max A = \frac{17}{5}$.

3. (a) Dokaži, da za vsako naravno število n velja

$$1 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 5 \cdot 7 + \dots + (2n - 1)(2n + 1) = \frac{n(4n^2 + 6n - 1)}{3}$$

(b) Dokaži, da je izraz $11^{n+1} + 12^{2n-1}$ deljiv s 133 za vsako naravno število n .

Rešitev: Dokaz z indukcijo.

4. Reši enačbe in neenačbe:

(a) $x^3 - 9x = 0$;

Rešitev: $x \in \{0, 3, -3\}$.

(b) $|2x - 3| = 5$;

Rešitev: $x \in \{4, -1\}$.

(c) $|1 - |2 - x|| = 0$;

Rešitev: $x \in \{1, 3\}$.

(d) $x^3 + x^2 > 4x + 4$;

Rešitev: $x \in (-2, -1) \cup (2, \infty)$.

(e) $|3x - 3| > 4$;

Rešitev: $x \in (-\infty, -\frac{1}{3}) \cup (\frac{7}{3}, \infty)$.

(f) $|x^2 - 4| < |2x + 1|$;

Rešitev: $x \in (-3, 1 - \sqrt{6}) \cup (1, 1 + \sqrt{6})$.

5. Izračunaj realni in imaginarni komponenti kompleksnih števil $(2 + 2i)^{10}$ in $(1 - i\sqrt{3})^{20}$.

Rešitev: $i2^{15}$ in $-2^{19} - i2^{19}\sqrt{3}$.

6. Reši naslednje enačbe:

(a) $z + \bar{z} = 0$;

Rešitev: $z \in \{ix; x \in \mathbb{R}\}$.

(b) $|z|^2 + z^2 = 2 - 4i$;

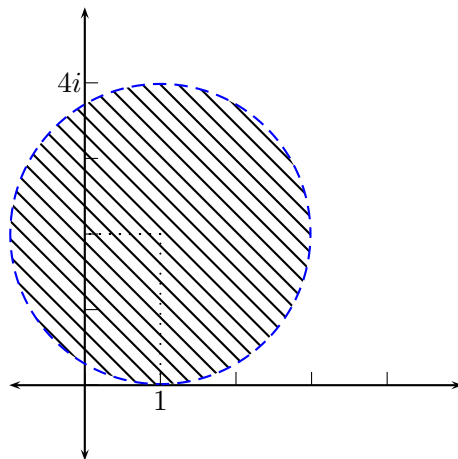
Rešitev: $z = \pm 1 \pm i2$.

(c) $z^3 = 1 + i\sqrt{3}$.

Rešitev: $x \in \left\{ \sqrt[3]{2} \left(\cos\left(\frac{\pi}{9}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{9}\right) \right), \right.$
 $\sqrt[3]{2} \left(\cos\left(\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi}{3}\right) \right),$
 $\left. \sqrt[3]{2} \left(\cos\left(\frac{\pi}{9} + \frac{4\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{9} + \frac{4\pi}{3}\right) \right) \right\}$.

7. Nariši naslednji množici v kompleksni ravnini:

(a) $\{z \in \mathbb{C}; |z - 2i + 1| < 2\}$;



(b) $\{z \in \mathbb{C}; (|z - 3i| < 2) \wedge (\text{Im}(z) \geq 2)\}$.

