

MATEMATIKA 1

2. domača naloga

Rokopis rešenih nalog oddajte asistentu na vajah ali ga pustite za asistenta pri vratarici na Jadranski 21, najkasneje do četrтка, 21. januarja. Na izdelke ne pozabite napisati imena, priimka in vpisne številke. Oddana domača naloga je pogoj za pristop k drugemu kolokviju.

(1) Izračunaj limiti:

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n + 5} - \sqrt{n^2 - 4n - 1}),$

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4 + 5n^3 - 7n}}{n^2 - 2n + 6}.$

(2) Izračunaj limiti:

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 2n - 1}{n^2 + 2} \right)^{n+3},$

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 2n - 1}{2n^2 + 2} \right)^{\frac{2n}{n+1}}.$

(3) Dano je zaporedje s prvim členom $a_1 = 0$ in rekurzivno formulo

$$a_{n+1} = \frac{3a_n + 2}{5}.$$

Pokaži, da je zaporedje naraščajoče in navzgor omejeno z 1. Utemelji, da je potem konvergentno in izračunaj njegovo limito.

(4) Razišči konvergenco naslednjih vrst:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2 - 2}{4n^2 + n} \right)^{\frac{n+4}{2}},$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2 + 2n - 1}{n^2 + 2} \right)^{n+3},$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2010)^n}{n!},$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{(n+1)(n+3)},$

(e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(n+2)}{(n+1)(n+3)}.$

(5) Dana je funkcija

$$f(x) = \frac{x^4}{(x^2 + 1)\sqrt{x^4 + 1}}.$$

Določi njeno definicijsko območje in zalogo vrednosti (nasvet: pokaži, da je $0 \leq f(x) < 1$ za vse x). Pokaži, da je funkcija soda, da je za $x > 0$ naraščajoča (nasvet: deli števec in imenovalc z x^4) in nato še približno skiciraj njen graf.

(6) Dana je funkcija $f(x) = -2x^3 + 3$. Pokaži, da je bijektivna in izračunaj njen inverz.