MATEMATIKA 1

2. domača naloga - REŠITVE

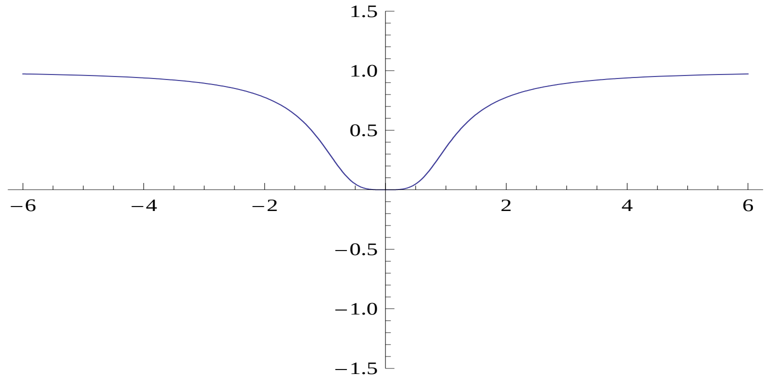
(1) (a) Izraz v števcu in imenovalcu pomnožimo s $\sqrt{n^2+2n+5}+\sqrt{n^2-4n-1}$. Limita je enaka 3.
(b) V števcu in imenovalcu delimo z n^2. Limita je enaka 1.

(2) (a) Limito pretvorimo na limito tipa $\lim\limits_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^n$. Limita je enaka e^2.
(b) Izraz v oklepaju gre proti $\frac{1}{2}$, eksponent pa proti 2. Limita je enaka $\frac{1}{4}$.

(3) Dokaz naraščanja in omejenosti poteka z indukcijo. Limita je enaka 1.

(4) (a) Uporabimo naprimer korenski kriterij, $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=\frac{1}{2}<1$, vrsta torej konvergira.
(b) Glej točko (2a): zaporedje členov vrste gre proti $e^2\neq 0$. Vrsta torej divergira.
(c) Uporabimo kvocientni kriterij, $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=0<1$, vrsta torej konvergira.
(d) Uporabimo primerjalni kriterij, $\frac{n+2}{(n+1)(n+3)}>\frac{1}{n+3}$, vrsta torej divergira.
(e) Uporabimo Leibnizov kriterij. Absloutne vrednosti členov gredo monotono proti 0, vrsta torej konvergira.

(5) Izraz pod korenom je strogo pozitiven, torej je funkcija definirana na celi realni osi. Zaloga vrednosti je enaka intervalu $[0,1)$, saj je $f(x)=\frac{1}{(1+\frac{1}{x^2})\sqrt{1+\frac{1}{x^4}}}$ za vse x. Graf:



(6) $f^{-1}(x)=\sqrt[3]{\frac{3-x}{2}}$.