

MATEMATIKA 1
2. obvezna domača naloga

Rokopis rešenih nalog oddajte asistentu na vajah ali ga pustite za asistenta pri vratarici na Jadranski 21, najkasneje do četrtek, 26. januarja 2012. Na izdelke ne pozabite napisati imena, priimka in vpisne številke. Oddana domača naloga je pogoj za pristop k drugemu kolokviju.

(1) Zapiši definicijo stekališča in definicijo limite zaporedja $\{a_n\}$.

(2) Poišči vsa stekališča naslednjih zaporedij:

(a) $a_n = (-1)^n \frac{2n^2 - n + 1}{4n^2 + 5}$,

(b) $b_n = \frac{(-1)^n}{n^2}$,

(c) $c_n = \cos\left(\frac{n\pi}{3}\right)$.

(3) Izračunaj limite:

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 3n - 4}{\sqrt{n^4 + 1} + \sqrt{n^4 - 1}}$,

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + n + 1} - n\right)$,

(c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 3n + 1}{n^2 + n + 3}\right)^{\frac{2n^2 + 1}{n + 3}}$.

(4) Dano je zaporedje s prvim členom

$$a_1 = 0$$

in rekurzivno formulo

$$a_{n+1} = \frac{5a_n + 4}{7}.$$

Pokaži, da je zaporedje naraščajoče in navzgor omejeno. Utemelji, da je potem konvergentno in izračunaj njegovo limito.

(5) Naj bo $a_n \in \mathbb{R}$ za vsak $n \in \mathbb{N}$. Kaj pomeni, da vrsta $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergira?

(6) Razišči konvergenco naslednjih vrst:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+3}\right)^{n+1}$,

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{2n+3}\right)^{n+1}$,

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2012)^n}{n!}$,

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{(n+1)^2}$,

(e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(n+2)}{(n+1)^2}$.

- (7) Dana je funkcija $f(x) = \arcsin \frac{x-3}{2}$. Poišči njeno definicijsko območje, zalogo vrednosti in skiciraj njen graf. Ali je funkcija bijektivna? Če je, izračunaj še njen inverz.
- (8) Dani sta funkciji $f(x) = \frac{1}{x^2}$ in $g(x) = \ln \sqrt{x}$. Zapiši predpisa za funkciji $f \circ g$ in $g \circ f$ in izračunaj njuni definicijski območji.