

## 2. DOMAČA NALOGA PRI PREDMETU MATEMATIKA 1

Rokopis rešenih nalog pustite za asistenta pri vratarici na Jadranski 21, najkasneje do vključno s četrkom, 14. januarja 2016. Na izdelke ne pozabite čitljivo napisati imena in priimka. Oddana domača naloga je pogoj za pristop k drugem kolokviju. Rešitve bodo na spletni učilnici objavljene v petek, 15. januarja 2016.

1. Izračunaj naslednje limite:

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \sqrt{n} + 2n - 7}{3(n-1)(n+2)^{\frac{3}{2}} + 2n}$$

$$(c) \lim_{n \rightarrow \infty} (n + \sqrt[3]{1 - n^3})$$

$$(b) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 4n + 8} - n)$$

$$(d) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{3n+1} - 3^{n+2} - 6^n}{2^n - 9^n + 8^{n+2}}$$

2. Izračunaj naslednje limite:

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3n]{17}$$

$$(d) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n-3}{2n+2} \right)^{2n-1}$$

$$(b) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[4n]{n\sqrt{n+2}}$$

$$(c) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n-1}{2n+1} \right)^{n+2}$$

$$(e) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2+2n}{n^2+1} \right)^{3n}$$

3. Zaporedje  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  je podano s prvim členom  $a_1 = 1$  in rekurzivno zvezo

$$a_{n+1} = ((n+1)a_n^n)^{\frac{1}{n+1}}.$$

Za vsak  $n$  določi  $a_n$  in dokaži, da je zaporedje  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  naraščajoče.

4. Zaporedje realnih števil  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  je podano z rekurzivno zvezo

$$2a_{n+1} = a_n^2 + a_n$$

in začetnim členom  $a_1$ .

(a) Dokaži, da je zaporedje  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  konvergentno za  $a_1 \in [0, 1]$  in divergentno za  $a_1 \in (1, \infty)$ .

(b) Za  $a_1 \in [0, 1]$  izračunaj limito zaporedja  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ .

5. Izračunaj vsoto vrste

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+3)(n+2)n! - (n+2)!}{(n+3)!}.$$

6. Ugotovi, ali konvergirajo naslednje vrste.

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(4n+4)^n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^{2n}}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\cos \frac{\pi}{2n}}$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1+n^2}{1+n^3} \right)^2$$

7. Obravnavaј pogojno in absolutno konvergenco naslednjih vrst.

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^2 + 2} \qquad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 7n}{(\ln 4)^n}$$

8. S predpisom  $f(x) = \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 9}$  je podana racionalna funkcija  $f$ .

- (a) Skiciraj graf funkcije  $f$ .
- (b) Naj bo  $T$  presečišče asimptote funkcije  $f$  in njenega grafa. Določi vse kvadratne funkcije  $g$ , ki potekajo skozi točko  $T$  in presečišče grafa funkcije  $f$  z ordinatno osjo.
- (c) Skiciraj množico točk v  $\mathbb{R}^2$ , na kateri ležijo vsa temena kvadratnih funkcij iz (b).

9. Funkcija  $f$  je podana s predpisom  $f(x) = \frac{1 + \ln x}{1 - \ln x}$ .

- (a) Določi definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcije  $f$ .
- (b) Obravnavaј injektivnost, surjektivnost in bijektivnost funkcije  $f$ .
- (c) Določi inverzno funkcijo funkciji  $f|_{\mathcal{D}_f} : \mathcal{D}_f \rightarrow \mathcal{Z}_f$ .
- (d) Skiciraj graf funkcije  $f$ .