

MATEMATIKA 1
3. obvezna domača naloga

Rokopis rešenih nalog oddajte asistentu na vajah ali ga pustite za asistenta pri receptorki na Jadranski 21, najkasneje do ponedeljka, 4. aprila 2016. Na izdelke ne pozabite napisati imena, priimka in vpisne številke. Oddana domača naloga je pogoj za pristop k tretjemu kolokviju.

- (1) Poišči parametra a in b tako, da bo funkcija f , podana s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + a, & \text{če je } x < -1, \\ \sin(\pi x), & \text{če je } -1 \leq x \leq 1, \\ bx^2 - 1, & \text{če je } x > 1, \end{cases}$$

zvezna.

- (2) Funkcije $y = y(x)$ so podane z naslednjimi zvezami. Poišči njihove odvode.

- (a) $y = \frac{x \cos(x)}{\sqrt{x+1}}$,
(b) $y = x^{\sin(x)}$,
(c) $y^2 + 2xy = x^2$.

- (3) Dana je funkcija f s predpisom $f(x) = x^4 e^x$. Izračunaj $f^{(4)}(0)$.

- (4) Dana je funkcija f_a s predpisom

$$f_a(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right), & \text{če } x \neq 0, \\ a, & \text{če je } x = 0. \end{cases}$$

Poišči tak parameter a , da bo f_a zvezna funkcija. Izračunaj še odvod funkcije f_a . Ali je tudi f'_a zvezna funkcija?

- (5) Zapiši enačbi tangente in normale na graf funkcije $y = (x^2 + 3x + 4) \cos(x)$ v točki $x = 0$.
(6) Poišči tisto tangento na graf funkcije $y = \ln(x)$, ki poteka skozi koordinatno izhodišče.
(7) Kje in pod kakšnim kotom se sekata grafa funkcij $y = x^3 + 2x^2 + 5x - 6$ in $y = 2x^2 + 5x + 2$?
(8) S pomočjo diferenciala čim bolj natančno oceni vrednost izrazov
(a) $\arctg(0,001)$,
(b) $e^{-0,03}$,
(c) $\sqrt[4]{16,4}$.

- (9) Poišči tisto točko na paraboli $y = x^2 + 1$, ki je najbližje točki $T(5, 0)$.

- (10) Izračunaj limite

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(x)}{\operatorname{tg}(x)}$,
(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \ln(x)}{x^2 + 1}$,
(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{x^2} \right)$,
(d) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x)^{\frac{1}{1-x}}$.

- (11) Določi definijsko območje, ničle, lokalne ekstreme, intervale naraščanja in padanja, intervale konveksnosti in konkavnosti in asimptote ter čimbolj natančno nariši graf funkcije

$$f(x) = \operatorname{arctg} \left(\frac{1-x}{1+x} \right).$$

- (12) Skiciraj krivuljo, podano v polarni obliki z enačbo $r = \sqrt{\cos(2\varphi)}$.