

# MATEMATIKA 1

## 4. domača naloga - REŠITVE

- (1) (a) Uvedemo novo spremenljivko  $t = x^6 + 1$ .  
 Rezultat:  $\frac{1}{3}\sqrt{x^6 + 1}$ .
- (b) Integral rešimo per partes.  
 Rezultat:  $\frac{x^2}{2} \arcsin(x) - \frac{1}{4} \arcsin(x) + \frac{x}{4} \sqrt{1 - x^2}$ .
- (c) Izraz v imenovalcu dopolnimo do popolnega kvadrata in uvedemo primerno novo spremenljivko.  
 Rezultat:  $\frac{2}{\sqrt{31}} \operatorname{arctg} \left( \frac{4x - 5}{\sqrt{31}} \right)$ .
- (d) Izraz razbijemo na parcialne ulomke in integriramo vsakega posebej.  
 Rezultat:  $-\frac{1}{x+2} + \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-1}{x+2} \right|$ .
- (e) Pomnožimo izraz z  $\frac{\sqrt{x^2+4}}{\sqrt{x^2+4}}$ , nato uporabimo nastavek za integrale tega tipa. Pri tem lahko upoštevamo, da je funkcija, ki jo integriramo, soda.  
 Rezultat:  $\frac{x^3 + 2x}{4} \sqrt{x^2 + 4} - 2 \ln(x + \sqrt{x^2 + 4})$ .
- (f) Uvedemo novo spremenljivko  $t = \sin(x)$ .  
 Rezultat:  $\frac{\sin^{11}(x)}{11} - \frac{\cos^{13}(x)}{13}$ .
- (g) Zapišemo  $\sin^2(2x) = \frac{1}{2}(1 - \cos(4x))$  in integriramo.  
 Rezultat:  $\frac{x}{2} - \frac{\sin(4x)}{8}$ .
- (2) (a) Uvedemo novo spremenljivko  $x = \sin(t)$ .  
 Rezultat:  $\frac{\pi}{16}$ .
- (b) Integriramo per partes.  
 Rezultat:  $\frac{\pi}{2} - 1$ .
- (3) (a) Izraz razcepimo na parcialne ulomke in integriramo vsak sumand posebej.  
 Rezultat:  $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{x+1}{x+5} \right|$ .
- (b) Vstavimo meje v zgornji izraz.  
 Rezultat:  $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{b+1}{b+5} \right| + \frac{1}{4} \ln 5$ .
- (c) Limita zgornjega izraza, ko pošljemo  $b$  proti  $\infty$  obstaja in je enaka  $\frac{1}{4} \ln 5$ .
- (4) (a) Postopamo podobno kot v prejšnji nalogi. Izlimitirani integral ne obstaja.  
 (b) Integral razbijemo na dva dela,  $\int_{-2}^{-1} + \int_{-1}^2$  in nato postopamo podobno kot v prejšnji nalogi za vsak sumand posebej. Izlimitirani integral ne obstaja.  
 (c) Postopamo podobno kot v prejšnji nalogi. Izlimitirani integral obstaja.
- (5) Izračunamo presečišči krivulj:  $x_1 = -3$ ,  $x_2 = 1$ . Ploščina je zato enaka  $\int_{-3}^1 (3 - 2x - x^2) dx = \frac{32}{3}$ .
- (6) Pri izračunu uporabimo zvezo  $\sin^4(x) = (\frac{1}{2}(1 - \cos(x)))^2$ .  $V = \frac{3\pi^2}{8}$ .
- (7) (a) Kvocient najprej zdelimo in nato razcepimo na parcialne ulomke. Vsak ulomek posebej razvijemo v vrsti in nato vrsti seštejemo.  
 Rezultat:  $f(x) = \frac{1}{6} - \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{2^{n+1}} + \frac{1}{3^{n+1}} \right) x^n$ , za  $|x| < 2$ .

(b) Funkcijo najprej odvajamo, razvijemo odvod v (geometrijsko) vrsto, ki jo nato nazaj integriramo.

$$\text{Rezultat: } f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} x^{4n+2}, \text{ za } |x| < 1.$$

(8) Za približek je dovolj sešteti dva člena vrste,  $1 - \frac{\pi^2}{200}$ .