

MATEMATIKA 1
4. domača naloga - REŠITVE

- (1) (a) Integral rešimo z uvedbo nove spremenljivke in dobimo rezultat $-2 \cos(\sqrt{x})$.
(b) Integral rešimo z integracijo per partes in dobimo rezultat $\left(\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + x\right) \ln(x) - \frac{x^3}{9} + \frac{3x^2}{4} - x$.
- (2) (a) Integral rešimo z uvedbo nove spremenljivke in dobimo rezultat $\frac{\pi}{2}$.
(b) Integral rešimo z integracijo per partes in dobimo rezultat $\frac{e^2}{4} + \frac{1}{4}$.
- (3) Izlimitirani integral računamo po definiciji. Pri tem izraz pod integralom razcepimo na parcialne ulomke in integriramo vsak del posebej. Rezultat: $\frac{\pi}{4} + \ln(2)$.
- (4) Rezultat: $e + \frac{1}{e} - 2$.
- (5) (a) Rezultat: $\pi \left(1 - \ln(\sqrt{3}) - \frac{\sqrt{3}\pi}{18}\right)$.
(b) Rezultat: $\frac{\pi^2}{4}$.
- (6) Dovolj je obravnavati krivuljo na intervalu $[0, 3\pi]$. Njena dolžina je $\frac{3\pi}{2}$.
- (7) Izraz preoblikujemo na razliko dveh logaritmov in dvakrat uporabimo razvoj za $\ln(1+x)$.
Rezultat: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2^n - \frac{1}{2})}{n} x^{2n}$.
- (8) Četrty Taylorjev polinom za f se glasi $T_4(x) = 1 - x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24}$ in $T_4(0.1) = 0.9048375$. Napaka približka je manjša od $\frac{1}{12000000}$.
- (9) Konvergenčni polmer vrste je 4. V točki $x = -1$ vrsta konvergira po Leibnizovem kriteriju, v točki $x = 7$ pa je vrsta harmonična, zato divergira. Vrsta torej konvergira na intervalu $[-1, 7)$.