

KOMPLEKSNA ŠTEVILA

1. V kompleksni ravnini skiciraj naslednje množice.

- (a) $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}z = \operatorname{Im}z\}$,
- (b) $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}z + \operatorname{Im}z = 1\}$,
- (c) $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}z \leq 2, |\operatorname{Im}z| \leq 2\}$.

2. V kompleksni ravnini skiciraj naslednje množice.

- (a) $\{z \in \mathbb{C} : \pi/4 < \arg z \leq 7\pi/4, 1 < |z| \leq 2\}$,
- (b) $\{z \in \mathbb{C} : |z - 2 + i| < 1\}$,
- (c) $\{z \in \mathbb{C} : |z - 1| = |z - i|\}$,

3. Reši naslednji enačbi.

- (a) $|z + 1| = |2z - 1|$,
- (b) $\operatorname{Im}z^2 = 6$,
- (c) $z(z - i) = i\bar{z}$.

4. Naj bo $z \in \mathbb{C} \setminus \{1\}$ kompleksno število. Če velja $|z| = 1$, dokaži, da je število $i \frac{z+1}{z-1}$ realno.

5. Izračunaj

$$\frac{(\sqrt{3} + i)^{15}}{(1 + i)^{10}}.$$

6. V kompleksnih številih si naslednje enačbe in skiciraj rešitve v kompleksni ravnini.

- (a) $z^4 = -8 + 8\sqrt{3}i$,
- (b) $z^3 + i = 0$,
- (c) $\left(\frac{z+1}{z-1}\right)^3 = -i$,
- (d) $z^6 + z^3 - 12 = 0$.

7. Reši enačbo $z^n = \bar{z}$.

8. Za $r > 0$ in $\varphi \in \mathbb{R}$ seštej

$$C_n = \sum_{k=0}^{n-1} r^k \cos(k\varphi) \quad \text{in} \quad S_n = \sum_{k=0}^{n-1} r^k \sin(k\varphi).$$