

KOMPLEKSNA ŠTEVILA

1. V kompleksni ravnini skiciraj naslednje množice.

- (a) $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z < \operatorname{Im} z\}$,
- (b) $\{z \in \mathbb{C} : 3\pi/4 < \arg z \leq 5\pi/4, 1 \leq |z| < 2\}$,
- (c) $\{z \in \mathbb{C} : |z - 2i| \geq 1\}$,
- (d) $\{z \in \mathbb{C} : |z + 5 - 3i| \geq 3, |z + 2|^2 \leq 18\}$,
- (e) $\{z \in \mathbb{C} : |z - 2 + 2i| \geq 2, |z| \geq 2\}$,
- (f) $\{z \in \mathbb{C} : |z + 1| = 1, |z|^2 < 2\}$.

2. Izračunaj realne in imaginarne komponente kompleksnih števil

$$\frac{2 + 3i}{5 - i\sqrt{7}}, \quad \frac{1 - i\sqrt{3}}{2 + i\sqrt{3}}, \quad \frac{\frac{8}{3} - \frac{2i}{5}}{\frac{5}{4} - \frac{3i}{2}}, \quad \frac{\frac{10}{6}i - \frac{6}{4}}{\frac{24}{15} + \frac{8i}{12}}.$$

3. Reši naslednje enačbe. Če je možno, rešitve predstavi kot podmnožice v kompleksni ravnini.

- (a) $z^2 = \bar{z}$,
- (b) $\{z \in \mathbb{C} : |z| + \operatorname{Re} z \leq \operatorname{Im} z\}$,
- (c) $|z - 3 + 2i| = |z - 2 - i|$,
- (d) $\operatorname{Im}(z^2 - \bar{z}) = \operatorname{Re}(z^2 - z + |z|^2)$,
- (e) $3z^2 + 2\bar{z}^2 = 8i$,
- (f) $\operatorname{Re} z^2 + 4\operatorname{Im} z = 0$,

4. Izračunaj

$$(-3\sqrt{3} + 3i)^{1337}, \quad (5 - 12i)^{122}, \quad (-2 - 2i)^7.$$

5. Poišči realno in imaginarno komponento števila z , če je $|z| = 3$ in $\arg(z) = \frac{\pi}{12}$.

6. V kompleksnih številih reši naslednje enačbe in skiciraj rešitve v kompleksni ravnini.

- (a) $z^3 = 8i$,
- (b) $z^5 = 1 - \sqrt{3}i$,
- (c) $(z - 2i)^3 = -2 + 2i$,
- (d) $(z + 2)^5 = (z - 3)^5$,
- (e) $z^3 = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)$,
- (f) $z^6 - 5z^3 + 6 = 0$,
- (g) $z^6 - z^3 + 1 = 0$,
- (h) $z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0$.

7. Poišči rešitve sistema enačb:

$$|z + 1 + i| = |z - 1 - i|, \quad |z^2 - 2i| = 4.$$

8. Reši enačbo $(z - 1)^n = (z + 1)^n$, $n \geq 2$. Koliko ima rešitev?