

LIMITE IN ZVEZNOST FUNKCIJ

1. Po definiciji izračunaj

$$\lim_{x \rightarrow 1} x^2.$$

2. Izračunaj naslednje limite.

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3}{2x^2 + 2x - 1},$

(b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1},$

(c) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^m - a^m}{x - a},$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x},$

(e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1},$

(f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{\sin x},$

(g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} x}{1 - \cos x},$

(h) $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right),$

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x + x^2)^{\frac{1}{x}}.$

3. Po definiciji dokaži, da je funkcija $f(x) = x^2$ zvezna povsod na realni osi.

4. Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x \geq 0 \\ x + a & : x < 0 \end{cases}.$$

Določi a tako, da bo funkcija f zvezna povsod.

5. Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & : x \leq -2 \\ x^2 + ax + b & : -2 < x < -1 \\ \cos(\pi x) & : x \geq -1 \end{cases}.$$

Določi a in b tako, da bo funkcija f zvezna povsod. Skiciraj graf funkcije f .

6. Ali ima polinom $f(x) = x^7 - x + 1$ ničlo na intervalu $[-2, 0]$?