

ŠTEVILA

1. Naj bosta x in y iracionalni števili, q pa pozitivno racionalno število. Kaj lahko poveš o številih $x + y$, xy in \sqrt{q} ?
2. Naj bo n poljubno naravno število. Dokaži, da je $\sqrt{2} + \sqrt{n}$ iracionalno število.
3. Dokaži, da je za vsako naravno število n , število \sqrt{n} bodisi naravno bodisi iracionalno.
4. Dokaži, da je $\sqrt{6}$ iracionalno število.
5. Določi tak a , da rešitvi x_1 in x_2 enačbe $x^2 - 3x + a = 0$ zadoščata $x_1 - x_2 + 5 = 0$.
6. Poišči vse rešitve naslednjih enačb:

(a) $3x^2 + 2x + 4 = 9x^2 + x + 2$,

(b) $\sqrt{x^2 - 9} = 2x + 1$.

7. Reši naslednje neenačbe:

(a) $x^2 - 5x + 6 \leq 0$,

(b) $(x - 2)(x + 3)(x - 3)^2 \geq 0$,

(c) $\sqrt{x^2 + 1} - 2x + 1 > 0$,

(d) $\sqrt{x^2 + 1} - 2x - 1 > 0$.

8. Določi vsa realna števila a , da bo imela enačba

$$x^2 - (2a - 1)x + 3a - 1 = 0$$

realne rešitve.

9. Reši naslednje enačbe:

(a) $|2x + 1| = 4$,

(b) $|x - 1| + |2x + 3| = 1$,

(c) $|x + 2| - |x - 1| = |x|$,

(d) $|1 + |x - 1|| = 3$,

(e) $||2x - 1| - |x + 1|| = 1$,

(f) $|1 - x + |x - |3 + x|| = 0$.

10. Reši naslednje neenačbe:

(a) $|x - 2| > 5$,

(b) $|5x - 12| \leq 3$,

(c) $|x + 2| \leq 5 - x$,

(d) $|x - 2| \leq |x - 5|$,

(e) $|x^2 - 1| > 1$,

(f) $|x - x^2| \leq 1$,

$$(g) |x^2 - 2x| \leq 3,$$

$$(h) |x^2 - x| \geq |x - 2|,$$

$$(i) |x^2 - |x - 1|| > x,$$

$$(j) ||x^2 - 2x - 3| - |x^2 - 4x + 3|| > 1.$$

11. Podane so množice

$$A_1 = \left\{ \frac{3n - 4}{2n + 1} : n \in \mathbb{N} \right\},$$

$$A_2 = \left\{ \frac{3n - 4}{3n + 1} : n \in \mathbb{N} \right\},$$

$$A_3 = \left\{ \frac{n}{2|n| + 1} : n \in \mathbb{Z} \right\},$$

$$A_4 = \left\{ 1 - x^2 : x \in \left(-1, \frac{1}{2} \right] \right\}.$$

V primeru, da obstajajo $\min A_i$, $\max A_i$, $\inf A_i$ in $\sup A_i$ za $i = 1, 2, 3, 4$, jih določi.