

**Rešitve izpita iz Osnov verjetnosti in statistike, ki jih ne
najdete na zapiskih s predavanj
9. junij 2010**

- Čas pisanja: **45 minut**
- Vse rezultate zapišite na ta papir, pomožni izračuni z utemeljitvijo morajo biti priloženi.
- Vsi deli nalog so enakovredni.
- Rezultate lahko puščate v obliki $\frac{8^3}{35! \binom{16}{4}} \Phi\left(\frac{6}{\sqrt{14}}\right)$.
- Prepisovanje, pogovarjanje in uporaba knjig, zapiskov, prenosnega telefona in drugih pripomočkov je **strogo** prepovedano.

1. [16 točk] Verjetnost dogodkov

(a) Kdaj sta dogodka A in B nezdružljiva? Kdaj sta dogodka A in B neodvisna?

Naj bosta A in B neodvisna dogodka z verjetnostima $P(A) = \frac{1}{10}$, $P(B) = \frac{3}{10}$. Naj bo C dogodek, da se zgodi natanko en od dogodkov A in B . Izračunajte

(b) $P(C) = \frac{17}{50}$

(c) $P(A|C) = \frac{7}{34}$

(d) Ali sta dogodka A in C nezdružljiva? Ali sta dogodka A in C neodvisna?

Nista nezdružljiva, saj je $P(A \cap C) = P(A \cap B^C) = \frac{7}{100}$.

Nista neodvisna, saj $P(A \cap C) \neq P(A)P(C)$

$(P(A) = \frac{1}{10}, P(C) = \frac{17}{50}, P(A \cap C) = \frac{7}{100})$.

2. [16 točk] Geometrijska porazdelitev

- (a) Denimo, da ponavljamo poskus, dokler se ne zgodi dogodek A . Kaj mora veljati za zaporedje poskusov, da bo slučajna spremenljivka X , ki šteje število ponovitev poskusa (vključno z zadnjim), porazdeljena geometrijsko?

Naj bo $X \sim G(p)$, $p \in [0, 1]$. Za $k \geq 1$ je:

(b) $P(X = k) = \underline{\hspace{2cm}}$

(c) $E(X) = \underline{\hspace{2cm}}$

(d) $P(X > k) = (1 - p)^k$
(dogodek $X > k$ je dogodek, da se A ne zgodi v prvih k poskusih)

3. [16 točk] Naj bo X_1, X_2, \dots, X_n zaporedje neodvisnih slučajnih spremenljivk, ki so vse enako porazdeljene z $E(X_i) = \mu$ in $\sigma(X_i) = \sigma$.

(a) $E(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = n\mu$

(b) $D(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = n\sigma^2$

(c) Za velike n slučajna spremenljivka $X_1 + X_2 + \dots + X_n$ porazdeljena približno $N(n\mu, \sqrt{n}\sigma)$

(d) Če je $\mu = 0$ ter $\sigma = 1$, potem je slučajna spremenljivka $X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2$ porazdeljena $\chi^2(n)$.

4. [16 točk] Kvantili

- (a) Kaj je 0,82-kvantil slučajne spremenljivke X ? To je takšno število a , da velja:
- (b) Kaj je mediana slučajne spremenljivke X ?

Izmerili smo višine osmih prvošolcev. Njihovo povprečje označimo z a in mediano z m . Nato smo izmerili višine osmih drugošolcev, katerih povprečje označimo z A , mediano pa z M .

- (c) Povprečje vseh šestnajstih otrok je enako $\frac{a+A}{2}$.
- (d) Denimo, da so vsi prvošolci manjši od vseh drugošolcev. Čemu je enaka mediana višin vseh šestnajstih otrok? (Opišite.)
Nahaja se nekje med višino najvišjega prvošolca in najnižjega drugošolca. (Naj-pogostejši pravilni odgovor je bil, da je mediana enaka povprečju višine najvišjega prvošolca in najnižjega drugošolca.)

5. [20 točk] Statistični testi

- (a) Kaj je stopnja značilnosti testa?
- (b) Kaj je kritično območje testa?

Skupina znanstvenikov želi testirati, ali se nivo glukoze v krvi enako dvigne po zaužitju 50g čokolade s 30% kakava ali po zaužitju 100g čokolade s 70% kakava.

- (c) Kateri statistični test bodo izvedli?
Tu je bilo možnih več pravih odgovorov. Glede na to, katerega ste napisali, ste morali smiselno nadaljevati (d) in (e) del.
- (d) Kaj bo ničelna in kaj alternativna hipoteza?

H_0 : _____

H_A : _____

- (e) Za določitev kritičnega območja testne statistike bodo uporabili tabelo

_____ porazdelitve.

6. [16 točk] Korelacija in regresija

(a) Kaj geometrijsko predstavlja regresijska premica $Y = a + bX$?

Za slučajni spremenljivki X in Y velja $E(X) = 3$, $E(X^2) = 13$, $E(Y) = 1$, $E(Y^2) = 10$, $E(XY) = 8$.

(b) $K(X, Y) = 5$

(c) $r(X, Y) = \frac{5}{6}$

(d) Enačba prve regresijske premice: $Y = \frac{5}{4}X - \frac{11}{4}$