

## IZJAVNI RAČUN:

1. Naštej vsaj pet izjavnih veznikov.
2. Zapiši definicijo implikacije in še enega dvomestnega izjavnega veznika po lastni izbiri.  
 $A \Rightarrow B$  je neresnična samo v primeru, ko je izjava A resnična in izjava B neresnična
3. Zakaj je (po tvojem mnenju) implikacija definirana na tak in ne na kak drug način?  
Zato, ker če izhajamo iz neke neresnične predpostavke lahko še vedno pridelamo pravilno izjavo.
4. Opiši zvezo med implikacijo in pravilnim sklepom.
  - Sklep  $A_1, A_2, \dots, A_k \models B$  je pravilen natanko tedaj, ko je  $(A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_k) \Rightarrow B$  tautologija
5. Kateri izmed sklepov  $p \models 0$ ,  $p \models 1$ ,  $0 \models p$ ,  $1 \models p$ , so pravilni.  
Pravilna sta sklepa 2 in 3
7. Kaj je tautologija, protislovje, nevtralen izraz?
  - Izjavni izraz je tautologija, če je resničen pri vseh naborih vrednosti izjavnih spremenljivk, ki v njem nastopajo
  - Izjavni izraz je protislovje, če je Neresničen pri vseh naborih vrednosti izjavnih spremenljivk, ki v njem nastopajo
  - Izjavni izraz je nevtralen, če ni ne protislovje ne tautologija.
8. Kdaj sta izjavna izraza enakovredna?
  - Izjavna izraza  $I_1$  in  $I_2$  sta enakovredna, če imata pri vseh naborih vrednosti izjavnih spremenljivk enako logično vrednost ( $I_1 \sim I_2$ ). Torej mora biti  $I_1 \Leftrightarrow I_2$  tautologija.
9. Kaj je DNO in kaj KNO?
  - Disjunktivna normalna oblika izjavnega izraza A je izjavni izraz  $A_{DNO}$  za katerega velja:  
 $A \sim A_{DNO}$   
 $A_{DNO}$  je disjunkcija osnovnih konjunkcij
  - Konjunktivna normalna oblika izjavnega izraza A je izjavni izraz  $A_{KNO}$  za katerega velja:  
 $A \sim A_{KNO}$   
 $A_{KNO}$  je konjunkcija osnovnih disjunkcij
10. Kako poiščemo DNO in KNO izjavnega izraza?
  - $A_{DNO}$  lahko zgradimo tako, da za vsak nabor pravilnostne tabele, pri katerem je A RESNIČEN pripravimo eno osnovno konjunkcijo. V njej nastopajo v tem naboru resnične spremenljivke in negacije v tem naboru lažnih spremenljivk. Vsak izjavni izraz, ki ni protislovje ima DNO.
  - $A_{KNO}$  lahko zgradimo tako, da za vsak nabor pravilnostne tabele, pri katerem je A NERESNIČEN pripravimo eno osnovno disjunkcijo. V njej nastopajo v tem naboru lažne spremenljivke in negacije v tem naboru resničnih spremenljivk. Vsak izjavni izraz, ki ni tautologija ima DNO.
12. Ali je DNO enolično določena? Utemelji? Verjetno ja...
15. Kaj je poln nabor?
  - Družina izjavnih veznikov N je **poln nabor**, če za izjavni izraz A obstaja enakovredni izjavni izraz iz B, ki vsebuje samo veznike iz N.
  - Polni nabori :  $\{\neg, \wedge\}$ ,  $\{\neg, \vee\}$ ,  $\{\neg, \Rightarrow\}$ ,  $\{\Rightarrow, 0\}$ ,  $\{\uparrow\}$ ,  $\{\downarrow\}$ .
16. Kdaj nabor ni poln?  
Če vsi vezniki iz N ohranjajo 1 ali 0, potem N ni poln (ne moremo izraziti negacije).

**17. Kdaj je sklep pravilen? Kdaj pravimo da je sklep  $A_1, A_2 \models B$  pravilen?**

Zaporedje izjavnih izrazov  $A_1, A_2, \dots, A_n, B$  je pravilen sklep s predpostavkami  $A_1, A_2, \dots, A_n$  in zaključkom  $B$ , če je zaključek  $B$  resničen pri vseh tistih naborih vrednostih izjavnih spremenljivk, pri katerih so resnične vse predpostavke. (če so vse predpostavke resnične, je resničen tudi zaključek  $A_1, A_2, \dots, A_k \models B$ )

$\square A_1, A_2, \dots, A_k \models B$  natanko tedaj, ko je  $(A_1 \square A_2 \square \dots \square A_k) \square B$  tautologija

**18. Napiši imena vsaj štirih pravil sklepanja?**

$A, A \Rightarrow B \models B$  - modus ponens

$\neg B, A \Rightarrow B \models \neg A$  - modus tollens

$A \vee B, \neg B \models A$  - disjunktivni silogizem

$A, B \models A \wedge B$  - združitev

$A \wedge B \models A$  - poenostavitev

**19. Kako pokažemo, da sklep  $A_1, A_2 \models B$  ni pravilen?**

Poiščemo nabor vrednosti pri katerem so vse predpostavke resnične zaključek pa lažen.

**20. Kdaj in kako uporabljamo dokaz s protislovjem?**

Lahko ga uporabimo kadarkoli;  $A_1, A_2, \dots, A_k \models B$  ntk,  $A_1, A_2, \dots, A_k, \neg B \models 0$

**21. Kdaj in kako uporabljamo pogojni sklep?**

Uporabljamo ga ko ima zaključek sklepa obliko implikacije.

$A_1, A_2, \dots, A_k \models B \Rightarrow C$  ntk,  $A_1, A_2, \dots, A_k, B \models C$

**22. Dokaži (na primer z besedami) pravilnost hipotetičnega silogizma, pravila sklepanja**

$A \Rightarrow B, B \Rightarrow C \models A \Rightarrow C$

## PREDIKATNI RAČUN:

**24. Kaj je področje pogovora (domena)?**

- Področje pogovora je neprazna množica, iz katere izbiramo individualne konstante.

**26. Kaj so predikati?**

- Predikati so logične funkcije, ki za svoje argumente lahko dobijo individualne konstante iz področja pogovora. Če v predikate vstavljamo (individualne konstante), dobimo izjave (enomestni predikat – lastnost, dvomestni – relacija)

**27. Katera kvantifikatorja poznaš? Kakšna je funkcija kvantifikatorjev?**

- $\forall x \dots$  univerzalni kvantifikator (za vsak  $x$ )
- $\exists x \dots$  eksistenčni kvantifikator (obstaja  $x$ )
- Funkcija kvantifikatorjev je, da vežejo proste spremenljivke v izjave

**28. Pomen kvantifikatorjev.**

- Formula  $\forall x W$  je resnična v interpretaciji  $I$ , če za vsak element pogovora  $d \in D$  resnična formula  $W(x/d)$  Sicer je  $\forall x W$  neresnična
- Formula  $\exists x W$  je resnična v interpretaciji  $I$ , če  $\epsilon$  v področju pogovora obstaja  $d \in D$  za katerega je formula  $W(x/d)$  resnična. Sicer je  $\exists x W$  neresnična

**29. Kdaj je formula zaprta?**

- Formula je zaprta, če v njej ni prostih spremenljivk.

**30. Če formula ni zaprta, kako jo dobimo?**

- Proste spremenljivke lahko nadomestimo z elementi področja pogovora ali pa jih zapiramo z uporabo kvantifikatorjev. Na ta način dobimo zaprto formulo, ki je (ob izbranem področju pogovora in pomenu predikatov) izjava.

**31. Kaj želimo doseči z zamenjavo spremenljivk?**

- Pri zamenjavi spremenljivk želimo doseči to, da iste (z istim imenom) vezane spremenljivke ne nastopajo pri več kvantifikatorjih - niso hkrati vezane in proste.

**33. Kako zamenjamo vrstni red kvantifikatorja in negacije? Zapiši pravila.**

$$\neg \forall x W \sim \exists x \neg W \quad \text{in} \quad \neg \exists x W \sim \forall x \neg W$$

**34. Kaj je interpretacija?**

- Interpretacija izjavne formule ali množice izjavnih formul podamo tako, da navedemo:
  - Neprazno množico D, ki ji pravimo področje pogovora interpretacije
  - Za vsako individualno konstanto a navedemo točno določen element D
  - Za vsak n-mestni predikat P navedemo točno določeno n-mestno relacijo v D
  - Za vsak n-mestni funkcijski simbol f podamo točno določeno funkcijo n spremenljivk na množici D

**35. Kdaj sta izjavni formuli enakovredni?**

- Izjavni formuli W in V sta enakovredni, če imata isto logično vrednost v vseh možnih interpretacijah.  $W \sim V$

**36. Kdaj je izjavna formula splošno veljavna in kdaj neizpolnljiva?**

- Izjavna formula je splošno veljavna, če je pravilna v vsaki interpretaciji. Neizpolnljiva je če je neresnična v vsaki interpretaciji.

**37. Kaj je normalna (prenexna) oblika izjavne formule? Kako pridemo do nje?**

Naj bo W izjavna formula. Prenexna normalna oblika izjavne formule W je izjavna formula WPNO, za katero velja:

- WPNO je enakovredna W
- WPNO ima vse kvantifikatorje na začetku.
- **Kako do nje?**
  - Preimenujemo spremenljivke tako, da nobena dva kvantifikatorja ne uporabljata spremenljivke z istim imenom in so imena prostih spremenljivk drugačna od imen vezanih spremenljivk
  - Kvantifikatorje premaknemo na levo, pri tem vse implikacije in ekvivalence nadomestimo s konjunkcijo, disjunkcijo in negacijo.

## MNOŽICE:

**38. Katere operacije nad množicami poznaš?**

- $A \cup B = \{x; x \in A \vee x \in B\}$  [unija]
- $A \cap B = \{x; x \in A \wedge x \in B\}$  [presek]
- $A \setminus B = \{x; x \in A \wedge x \notin B\}$  [razlika]
- $A + B = \{x; x \in A \wedge x \in B\}$  [simetrična na razlika]

**39. Kaj je komplement množice?**

- Komplement množice A definiramo kot  $S \setminus A$ , kjer je S univerzalna množica.
- Zapišemo kot:  $A^C = \{x \in S; x \notin A\}$

**40. Kako rešujemo sisteme enačb z množicami?**

- Sistemi enačb z množicami:
  - obe enačbi v sistemu zapišeš kot  $L + D = 0$ , kjer je L levi del, D desni del, 0 prazna množica in + znak za simetrično razliko
  - obe enačbi združiš z unijo:  $(L1+D1) \cup (L2+D2)=0$
  - zadeve poračunaš, da dobiš samo unije osnovnih presekov (kakor nekakšna disjunktivna

normalna oblika pri izjavnem računu)

- če kakšen člen, recimo mu  $(A \cap B)$  v uniji ne vsebuje  $X$ -a (neznane množice), člen

zapišeš kot dva člena:  $(A \cap B \cap X) \cup (A \cap B \cap X^C)$ , kjer je  $X^C$  komplement  $x$ -a

- izpostaviš  $X$  in  $X^c$ , dobiš recimo  $(P \cap X) \cup (Q \cap X^C)$

- rešitev je  $Q$  podmnožica  $X$  podmnožica  $P^C$

• Kar pomeni, da je enačba rešljiva, ko je  $Q$  podmnožica  $P^C$ , rešitev pa je vsak  $X$ , ki ustreza tej enačbi.

• V parametrični obliki:  $X=QU(T \cap P^c)$ , kjer je  $T$  poljubna množica.

• (V praksi vmes še nekajkrat preveriš, če se kakšni členi pokrajšajo ali absorbirajo.)

#### 42. Kaj je unija, presek, družine množic?

○  $A \cup B = \{x; x \in A \vee x \in B\}$  [unija]

○  $A \cap B = \{x; x \in A \wedge x \in B\}$  [presek]

#### 43. Kaj je razbitje, pokritje množice A?

Družina množic  $A = \{A_i; i \in I\}$  je pokritje množice  $B$ , če je  $B = \bigcup_{i \in I} A_i$ .

Družina množic  $A = \{A_i; i \in I\}$  je razbitje množice  $B$ , če je

- $A$  pokritje množice  $B$
- elementi  $A$  so neprazni in
- elementi  $A$  so paroma disjunktni

#### 44. Kaj je moč končne množice? Napiši primer neskončne množice.

Določi moč naslednjih množic:  $\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$

0, 1, 2, 1(?)

#### 51. Dokaži (opisno) formulo za moč nekaj končnih množic.

#### 54. Naj bosta $A$ in $B$ končni množici in $f: A \rightarrow B$ . Primerjaj moč množice $A$ in njene slike $f(A)$ . Kakšna je povezava med močjo $f(A)$ in lastnostmi preslikave $f$ ?

#### 58. Kaj je potenčna množica (PA) množice $A$ ? Kaj veš o moči potenčne množice?

- Potenčna množica množice  $A$  je množica vseh podmnožic množice  $A$
- $PA = \{x, x \subseteq A\}$ ;  $2^n$  elementov

#### 62. V katerem primeru če sploh, je moč množice $A \times A$ večja kot moč množice $PA$ . Svojo trditev utemelji.

$|A \times A| = |A|^2, |PA| = 2^{|A|}$ ;  $n^2 > 2^n \rightarrow$  samo ko ima množica 3 el.

#### 67. Ali velja naslednja trditev: $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = PA \cup PB$ . Utemelji?

NE velja

npr.:  $A = \{1\}$   $B = \{2\}$

$PA = \{\emptyset, \{1\}\}$   $PB = \{\emptyset, \{2\}\}$

$PA \cup PB = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}\}$  ... moč 3

$A \cup B = \{1, 2\}$

$P(A \cup B) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$  ... moč 4

$P(A \cup B)$  vsebuje množice, ki vsebujejo elemente  $B$ ja in  $A$ ja,

$PA \cup PB$  pa ne.

#### 68. Poišči množici $A$ in $B$ , za kateri velja $A \subseteq B$ in $PB \subseteq PPA$

#### 70. Ali iz $A \subseteq B$ sledi $P(A) \subseteq P(B)$ ? Utemelji.

#### 71. Kaj pravi načelo vključitve in izključitve?

Če je  $A = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$ , potem je moč množice  $A$  ( $|A|$ ):

$$|A| = |A_1| + |A_2| + \dots + |A_n| - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \dots - |A_{n-1} \cap A_n| + |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + \dots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n|$$

- še en primer:  $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |A \cap C| + |A \cap B \cap C|$
- pa še en primer:  $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$

**75. Kaj je kartezični produkt množic A in B?**

- Kartezični produkt množic A in B je množica vseh urejenih parov  $A \times B = \{(a, b); a \in A \wedge b \in B\}$

**77. Ali iz  $A \times B \subseteq C \times D$  sledi  $A \subseteq C$ ? Utemelji.**

## RELACIJE

**78. Kaj je relacija R v množici A?**

Množica R je (dvomestna) relacija v množici A, če je  $R \subseteq A \times A$

Množica R je (dvomestna) relacija, če je vsak njen element urejen par: R je relacija  $\subseteq$

$\forall x \in R \exists u, v : x = (u, v)$

**79. Naštej lastnosti relacij!**

*Refleksivna* :  $\forall x \in A : xRx$  ( $id_A \subseteq R$ )

*Simetrična* :  $\forall x, y \in A : xRy \Rightarrow yRx$  ( $R = R^{-1}$ )

*Antisimetrična* :  $\forall x, y \in A : xRy \wedge yRx \Rightarrow x = y$  ( $R \cap R^{-1} \subseteq \emptyset$ )

*Tranzitivna* :  $\forall x, y, z \in A : xRy \wedge yRz \Rightarrow xRz$  ( $R * R \subseteq R$ )

*Sovisna* :  $\forall x, y \in A : x \neq y \Rightarrow xRy \vee yRx$  ( $R \cup R^{-1} \cup id_A = U_A = A \times A$ )

*Enolična* :  $\forall x, y, z \in A : xRy \wedge xRz \Rightarrow y = z$  ( $R^{-1} * R \subseteq id_A$ )

**80. Lastnosti relacij v grafičnem smislu:**

Refleksivna: v vsaki točki je zanka (kaže sama nase)

Simetrična: kadar so povezave obojestranske

Antisimetrična: nobena povezava ni obojestranska

Tranzitivna: kadar iz ene točke v drugo pridemo v dveh korakih, lahko tudi v enem

Sovisna: vsak par različnih točk grafa R je povezan s povezavo vsaj v eno smer

Enolična: iz vsake točke gre ven kvečjemu ena puščica (ena ali nobena)

**82. Naštej lastnosti operacij z relacijami!**

$$(R^{-1})^{-1} = R$$

$$R \subseteq S \Rightarrow R^{-1} \subseteq S^{-1}$$

$$(R \cup S)^{-1} = R^{-1} \cup S^{-1}$$

$$(R \cap S)^{-1} = R^{-1} \cap S^{-1}$$

$$R * id_A = id_A * R = R$$

$$(R * S) * T = R * (S * T)$$

$$(R * S)^{-1} = S^{-1} * R^{-1}$$

$$R * (S \cup T) = R * S \cup R * T$$

$$R \subseteq S \Rightarrow R * T \subseteq S * T$$

**83. Kaj je ekvivalenčna relacija?**

R je ekvivalenčna relacija, če je: *refleksivna, simetrična in, tranzitivna*

- *Refleksivna* :  $\forall x \in A : xRx$  ( $id_A \subseteq R$ )

- *Simetrična* :  $\forall x, y \in A : xRy \Rightarrow yRx$  ( $R = R^{-1}$ )

- *Tranzitivna* :  $\forall x, y, z \in A : xRy \wedge yRz \Rightarrow xRz$  ( $R * R \subseteq R$ )

**85. Kakšna je zveza med ekvivalenčno relacijo v A in razbitjem množice A?**

Če je R ekvivalenčna relacija na A, potem je A/R razbitje množice A.

**87. Kdaj pravimo da je relacija simetrična?**

$$\forall x, y \in A : xRy \Rightarrow yRx$$
 ( $R = R^{-1}$ )

89. Naj bo  $R$  simetrična relacija v  $A$ . Ali velja zveza  $R \cap R^{-1} \subseteq \text{id}_A$ . Utemelji.

91. Kaj je inverzna relacija  $R^{-1}$ ?

$$R^{-1} := \{(y,x); (x,y) \in R\} \text{ oz } yR^{-1}x \Leftrightarrow xRy$$

92. Kaj je graf relacije? Kako izgleda graf simetrične relacije?

Elementi množice  $A$  so predstavljeni kot točke v ravnini, relacije med njimi pa so usmerjene puščice med točkami.

Graf simetrične funkcije – povezave so obojestranske

## CELOŠTEVILSKA ARITMETIKA:

94. Kaj pravi izrek o deljenju?

Za  $m, n \in \mathbb{Z}, m > 0$  obstajata enolično določena  $k, r \in \mathbb{Z}$ , da velja  $m = kn + r$ , pri čemer velja  $0 \leq r < m$  ( $k$ -kvocient,  $r$ -ostanek)

Pravilo, da  $n$  deli  $m$  oz  $n|m$ , če obstaja  $k \in \mathbb{Z}$ , da velja  $m = kn$

95. Kako je definiran gcd in lcm?

- $\text{gcd}(a,b) = \max\{d \in \mathbb{N}; d|a \wedge d|b\}$  - največji skupni delitelj

Gcd dobimo kot zadnji neničelni ostanek v REA. Obenem gcd  $(m,n)$  zapišemo kot celoštevilsko linearno kombinacijo števil  $m$  in  $n$ .

- $\text{lcm}(a,b) = \min\{v \in \mathbb{N}; a|v \wedge b|v\}$  - najmanjši skupni večkratnik

96. Kako največji skupni delitelj naravnih št  $m$  in  $n$  izračunamo v praksi?

gcd  $(m,n)$  dobimo kot zadnji neničelni ostanek v REA

99. Razloži Evklidov algoritem in razširjeni Evklidov algoritem! Kaj vse izračunamo z njim?

101. Kdaj je enačba  $ax + by = c$  z neznankama  $x$  in  $y$  diofantska?

Enačba je diofantska, če ima celoštevilski podatke in iščemo celoštevilске rešitve. Znanani so  $a, b, c$  iščemo pa celoštevilski  $x$  in  $y$

103. Za katere  $p$  (cela št) je rešljiva enačba  $2x + 2py = p$ ?

$\text{gcd}(a,b)|c \rightarrow \text{gcd}(2,2p)|p \rightarrow$  enačba je rešljiva če je  $p$  deljiv z 2

105. Kdaj je diofantska enačba rešljiva?

- Če je d.e. podana kot  $a_1x + a_2y + a_3z + \dots = c$  potem je rešljiva ntk  $\text{gcd}(a_1, a_2, a_3, \dots)|c$

107. Kako poiščemo vse rešitve diofantske enačbe. Kakšno vlogo ima pri tem lcm?

110. Koliko rešitev ima lahko linearna diofantska enačba z dvema neznankama v naravnih št.?

112. Denimo, da sta para  $(2,17)$  in  $(4,22)$  dve rešitvi linearne diofantske enačbe z dvema neznankama. Kaj znaš povedati o številu rešitev te iste enačbe v množici naravnih števil?

115. Kdaj sta števili tuji?

- $a$  in  $b$  sta ti tuji, ko velja  $\text{gcd}(a,b) = 1$

116. Kaj sta praštevilski dvojčka?

Če je  $p$  neko praštevilo, je praštevilski dvojček oblike  $\{p, p+2\}$

118. Kaj je Eulerjeva funkcija?

- Če imamo  $\varphi(n)$  je, Eulerjeva funkcija moč množice vseh števil med 1 in  $n$ , ki jo tuja  $n$

119. Kaj lahko poveš za Eulerjevo funkcijo praštevil?

- Vrednost funkcije je  $p-1$ , če je  $p$  praštevilo, saj so ji tuja vsa števila od 1 do  $p-1$ , sam sebi ni tuj.

120. Kako izračunamo Eulerjevo funkcijo?

- N razstavimo na prafaktorje ( $45 = 5 \cdot 3^2$ )
- Upoštevamo pravilo  $\varphi(a \cdot b) = \varphi(a) \cdot \varphi(b)$
- Npr, da je  $c = ab^2$ , pri čemer sta  $a$  in  $b$  praštevili
- $\varphi(c) = \varphi(a) \cdot \varphi(b^2) = c \cdot (1 - 1/a) \cdot (1 - 1/b)$
- v splošnem  $k = p_1^{k_1} + p_2^{k_2} + \dots + p_m^{k_m}$
- $\varphi(n) = n \cdot (1 - 1/p_1) \cdot (1 - 1/p_2)$

122. Izračunaj  $\varphi(7000)$

124. Določi število števil med 1 in 3602 (vključljivo), ki so tuja št 360.

127. Določi vsaj šest obrnljivih el kolobarja  $Z_{30}$ .

129. Ali obstaja kolobar ostankov  $Z_m$ , ki vsebuje natančno 15 obrnljivih elementov?

131. Kaj so delitelji nič v kolobarju ostankov?

- Elementoma  $a, b$  je element  $A \setminus \{0\}$ , za katere velja  $a \cdot b = 0$ , pravimo pravi delitelji nič.
- Element  $a$  je v  $Z_m$  delitelj nič, ko zadošča enačbi  $a \cdot mb = 0$  ( $a, b \in Z$ )

133. Kdaj je element obrnljiv?

- Element  $a$  je v  $Z_m$  obrnljiv, ko zadošča enačbi  $a \cdot mb = 1$  ( $a, b \in Z$ )

## PERMUTACIJE

134. Kdaj pravimo, da permutacija  $\square$  pripada  $S_n$ ?

135. Na katere načine lahko predstavimo permutacijo? Napiši zgled.

S tabelicami ali disjunktnimi cikli

137. Kdaj pravimo da je permutacija  $\square$  ciklična (ali cikel)?

Ko je sestavljena iz enega samega cikla dolžine  $n$

139. Kakšna je parnost ciklične permutacije (cikla)?

141. Kdaj pravimo da je permutacija liha, soda?

Soda: če jo lahko zapišemo kot produkt sodo mnogo transpozicij, in liha če jo lahko zapišemo kot produkt liho mnogo transpozicij.

142. Poišči permutacijo, ki ima natančno eno inverzijo.

145. Kaj je inverzija v permutaciji? Poišči tri permutacije iz  $S_5$ , ki imajo natančno eno, dve oz tri inverzije.

Števili sta v inverziji, če sta v spodnji vrstici tabele v napačnem vrstnem redu.

148. V kakšni zvezi je parnost permutacije z inverzijami v permutaciji?

149. Kaj je parnost permutacije?

150. Permutacija iz  $S_{30}$  je opisana s tabelico. Kako bi določili njeno parnost? Opiši

učinkovit postopek.

153. Permutacija je zapisana ko produkt 4-ciklov  $(4\ 3\ 2\ 5) \cdot (1\ 6\ 3\ 2) \cdot (7\ 3\ 4\ 6)$ . Določi njeno

parnost.

155. Permutacija  $\sigma$  naj bo liha, permutacija  $\tau$  pa soda. Določi parnost permutacij  $\sigma^2$ ,  $\sigma^3$ ,

$\sigma^4$ ,  $\tau^2$ ,  $\tau^3$ ,  $\tau^4$

157. Pokaži, da lahko simetrični grupi  $S_n$  določimo naravno št  $N > 1$  z lastnostjo, da je  $\sigma^N = \text{id}$  za vsako permutacijo  $\sigma \in S_n$

## GRAFI:

160. Kaj je  $V(G)$  in kaj  $E(G)$ ?

$V$  je množica vozlišč,  $E$  – množica povezav

161. Kaj je komponenta grafa?

162. Kdaj je zaporedje grafično? Kaj je grafično zaporedje?

Končno zaporedje naravnih števil  $d_1 \preceq d_2 \preceq d_3 \preceq \dots \preceq d_n$  je grafično,

če obstaja graf  $G$  z  $n$  vozlišči, ki imajo stopnje enake  $d_1, d_2, \dots, d_n$ .

oz. ntk je tudi ko je tudi zaporedje  $d_2-1, d_3-1, \dots, d_n$  grafično - to je ntk požrešna metoda uspe

165. Ali je zaporedje 3,3,3.. (10x3) grafično? Utemelji?

167. Ali je zaporedje 7 7 5 5 3 3 3 3 grafično. Utemelji.

169. Kakšna zveza velja med št vozlišč (točkami) in povezavami v  $d$ -regularnem grafu? vozlišča  $\odot d = 2 \odot$  povezava

172. Kdaj je graf regularen?

173. Kaj je vpet podgraf?

Podgraf  $H$  grafa  $G$  je vpet podgraf, če je  $V(H) = V(G)$ .

174. Kaj je induciran podgraf?

Podgraf  $H$  grafa  $G$  je induciran podgraf, če za vsako povezavo  $e = uv \in E(G)$  velja:

- če sta  $u$  in  $v$  vozlišči grafa  $H$ , potem je tudi  $e$  povezava v grafu  $H$ .

175. Kdaj je graf  $G = (V, E)$  povezan?

Graf  $G$  je povezana, če za vsaki dve različni vozlišči  $u, v \in V(G)$  v grafu  $G$  obstaja  $u$ - $v$  sprehod.

176. Kakšen je enostaven sprehod?

Sprehod v grafu  $G$  je enostaven, če vsako povezavo uporabi največ enkrat.

177. Kaj je Eulerjev obhod?

Je enostaven obhod v grafu  $G$ , ki vsebuje vse povezave in vsa vozlišča.

178. Kdaj graf  $G = (V, E)$  vsebuje Eulerjev obhod?

179. Nariši primer povezanega grafa  $k$  ne vsebuje Eulerjevega obhoda.

180. Kaj je Eulerjev graf?

13 Je graf  $G$  ki ima kak Eulerjev obhod. Graf  $G$  je Eulerjev natanko tedaj, ko je  $G$  povezan in so vsa njegova vozlišča sodih stopenj. - narišemo ga z eno samo potezo, ki je povrh vsega še sklenjen