KOMBINATORIKA

Pravilo vsote:
Če imamo na voljo *m* možnosti iz prve skupine in *n* možnosti iz druge skupine, izbrati pa želimo točno eno možnost iz prve **ali** iz druge skupine, potem imamo na izbiro skupno ***m* + *n*** možnosti.

Pravilo produkta ali **Osnovni izrek kombinatorike**:
Če imamo na voljo *m* možnosti iz prve skupine in *n* možnosti iz druge skupine, izbrati pa želimo eno možnost iz prve **in hkrati** eno iz druge skupine, potem imamo na izbiro skupno ***m n*** možnosti.

PERMUTACIJE

Permutacije so razporeditve danih *n* elementov na *n* prostih mest.

Če so vsi elementi med seboj različni, so to **permutacije brez ponavljanja**.
Število permutacij brez ponavljanja izračunamo po formuli:
$P_n = n\,(n - 1) \cdot \cdot \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

V formuli nastopa računska operacija »zmnoži vsa naravna števila od 1 do *n*«. To računsko operacijo imenujemo **faktoriela** ali **fakulteta** in jo označimo $n\,!$
Torej: $n\,! = n\,(n - 1) \cdot \cdot \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ oziroma $P_n = n\,!$

(Opomba: Zaradi računskih razlogov definiramo faktorielo tudi za število 0 in sicer $0\,! = 1$.)

Permutacije s ponavljanjem so permutacije elementov, ki niso vsi med sabo različni. Pri tem lahko nastopa celo več skupin med sabo enakih elementov. Recimo, da je v prvi taki skupini k_1 enakih elementov, v drugi k_2 enakih elementov, ..., v *m*-ti pa k_m enakih elementov. Potem število permutacij s ponavljanjem izračunamo po formuli:

$$P_n^{k_1, k_2, \ldots, k_m} = \frac{n!}{k_1!\; k_2! \cdots k_m!}$$

VARIACIJE

Variacije brez ponavljanja so razporeditve *n* različnih elementov na *r* prostih mest. Pri tem je $r < n$, zato ostane nekaj elementov nerazporejenih.
Število variacij brez ponavljanja izračunamo po formuli:

$$V_n^r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Variacije s ponavljanjem so razporeditve, pri katerih poskušamo na *r* prostih mest razporediti elemente *n* različnih vrst. Pri tem se lahko element določene vrste v razporeditvi pojavi poljubno mnogokrat.
Število variacij s ponavljanjem izračunamo po formuli:

$$^{(p)}V_n^r = n^r$$

KOMBINACIJE

Če pri variacijah zanemarimo vrstni red in opazujemo samo, kateri elementi so izbrani, dobimo **kombinacije**.

Kombinacije brez ponavljanja so izbire *r* (različnih) elementov izmed *n* različnih elementov, ki so na voljo.

Število kombinacij brez ponavljanja izračunamo po formuli:

$$C_n^r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

Izraz, ki nastopa na desni strani zgornje formule, lahko označimo tudi z **binomskim simbolom**:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!} \qquad \text{oziroma} \qquad C_n^r = \binom{n}{r}$$

Kombinacije s ponavljanjem dobimo, če pri variacijah s ponavljanjem zanemarimo vrstni red. To so torej izbire, kjer izbiramo *r* elementov izmed *n*, vendar pa lahko isti element izberemo tudi večkrat (poljubno mnogokrat).
Število kombinacij s ponavljanjem izračunamo po formuli:

$$_{(p)}C_n^r = \binom{n+r-1}{r}$$

VERJETNOSTNI RAČUN

DOGODKI

Verjetnostni poskus je poskus, katerega rezultat je odvisen od naključja.
Osnovne rezultate verjetnostnega poskusa imenujemo **izidi**.

Dogodek je vsak pojav, ki se v verjetnostnem poskusu lahko zgodi. Dogodek lahko zapišemo kot množico izidov, ki so za ta dogodek ugodni.

Zgled:
Poskus = met običajne igralne kocke
Izidi = 1, 2, 3, 4, 5, 6
Nekaj primerov dogodkov, ki jih lahko opazujemo v tem poskusu:

A: pade šestica	*A* = {6}
B: pade liho število	*B* = {1,3,5}
C: pade manj kot 5	*C* = {1,2,3,4}
D: pade več kot 3	*D* = {4,5,6}

Zaradi sistematičnosti štejemo za dogodka tudi naslednja posebna primera:

- **Nemogoč dogodek** je dogodek, ki se nikoli ne zgodi. Označimo ga $\mathcal{N}$. Predstavlja ga prazna množica izidov, torej: $\mathcal{N}$ = { }.
- **Gotov dogodek** je dogodek, ki se zgodi vedno. Označimo ga $\mathcal{G}$. Predstavlja ga univerzalna množica - to je množica vseh možnih izidov danega poskusa.

RAČUNANJE Z DOGODKI

Produkt ali **presek dogodkov** *A* in *B* je dogodek, ki se zgodi, kadar se zgodita dogodka *A* in *B* oba hkrati. Če dogodka predstavimo z množicama ugodnih izidov, produktu dogodkov ustreza presek množic.
Produkt oz. presek dogodkov označimo $A\,B$ oziroma $A \cap B$.

Če se dogodka *A* in *B* ne moreta zgoditi oba hkrati, pravimo, da sta **nezdružljiva**. Produkt nezdružljivih dogodkov je nemogoč dogodek: $A\ B = \mathcal{N}$

Unija dogodkov *A* in *B* je dogodek, ki se zgodi, kadar se zgodi vsaj eden od danih dogodkov - ali *A* ali *B* ali oba. Če dogodka predstavimo z množicama ugodnih izidov, tej operaciji ustreza unija množic, zato uporabljamo tudi isto poimenovanje in isto oznako: $A \cup B$.

Nekateri matematiki unijo dogodkov imenujejo tudi **vsota dogodkov** in jo označijo $A + B$. To poimenovanje se uporablja zlasti, kadar gre za unijo nezdružljivih dogodkov.

Nasprotni dogodek danega dogodka *A* je dogodek, ki se zgodi točno takrat, ko se dogodek *A* ne zgodi. Če dogodek *A* predstavimo z množico ugodnih izidov, nasprotnemu dogodku ustreza komplement množice *A*.

Nasprotni dogodek označimo A'.

Dogodek *A* je **način** dogodka *B*, če se vedno, kadar se zgodi *A*, hkrati zgodi tudi dogodek *B*. Če dogodka predstavimo z množicama ugodnih izidov, to pomeni, da je *A* podmnožica množice *B*.

VERJETNOST DOGODKA

Imejmo verjetnostni poskus, ki ima vse izide enakovredne. To pomeni, da se pri velikem številu ponovitev tega poskusa vsi izidi pojavljajo (v povprečju) enako pogosto. V takem poskusu za dogodek *A* definiramo verjetnost z naslednjo definicijo:

Verjetnost dogodka *A* je razmerje med številom ugodnih izidov in številom vseh možnih izidov.

$$P(A) = \frac{\text{število ugodnih izidov}}{\text{število vseh možnih izidov}} \quad \text{oziroma} \quad P(A) = \frac{m}{n}$$

Verjetnost nemogočega dogodka je enaka 0, verjetnost gotovega dogodka pa je enaka 1. Verjetnost poljubnega dogodka leži na intervalu [0, 1].

Verjetnost nasprotnega dogodka:

$P(A') = 1 - P(A)$ oziroma $P(A) + P(A') = 1$

Verjetnost unije dogodkov (splošno):

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A\ B)$

Verjetnost unije <u>nezdružljivih</u> dogodkov ($A\ B = \mathcal{N}$):

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Če dogodek *A* ne vpliva na verjetnost dogodka *B* in obratno, pravimo, da sta dogodka *A* in *B* **neodvisna**.

Verjetnost produkta <u>neodvisnih</u> dogodkov:

$P(A\ B) = P(A)\ P(B)$

Če sta dogodka *A* in *B* **odvisna**, potem je verjetnost dogodka *B* različna v primeru, če se je dogodek *A* zgodil ali ne. Verjetnost dogodka *B* v primeru, če se je dogodek *A* zgodil,

imenujemo **pogojna verjetnost dogodka *B* pri pogoju *A*** in jo označimo $P(B/A)$.
Verjetnost produkta <u>odvisnih</u> dogodkov je enaka:
$P(A\ B) = P(A)\ P(B/A)$

VERJETNOSTNI RAČUN

Statistika je veda, ki se ukvarja z urejanjem velikega števila podatkov.

Statistično raziskavo opravimo na veliki množici elementov (oseb, živali, predmetov,...). Vsak posamezni element imenujemo **statistična enota**, celotno množico pa imenujemo **populacija**.
Če je populacija prevelika, raziskavo opravimo na **vzorcu** - na delu populacije. Pri tem poskušamo zagotoviti **reprezentativnost vzorca**. Vzorec je reprezentativen, če so rezultati raziskave na vzorcu enaki, kot bi bili rezultati raziskave na celotni populaciji.
Število statističnih enot, ki jih zajamemo v raziskavi, ponavadi označujemo *N* (numerus).

Lastnost, ki jo preučujemo pri posamezni statistični enoti, se imenuje **statistični znak**.
Statistični znaki so lahko numerični (se izračajo s števili) ali nenumerični (se izražajo drugače).
Numerični statistični znaki so lahko diskretni (imajo samo nekaj posameznih možnih rezultatov) ali zvezno porazdeljeni (lahko dosežejo poljubno vrednost na nekem intervalu).
Frekvenca nam pove, kako pogosto v raziskavi naletimo na določeno vrednost statističnega znaka. **Absolutna frekvenca** pomeni število enot (npr. oseb), ki imajo določeno vrednost statističnega znaka; **relativna frekvenca** pa nam pove kolikšen delež oziroma kolikšen procent vseh enot (oseb) ima določeno vrednost statističnega znaka.

Statistični parametri so splošne lastnosti, ki veljajo za populacijo kot celoto in jih dobimo kot rezultat statistične raziskave.

PRIKAZ PODATKOV

Statistične podatke prikazujemo s tabelami in z grafikoni.

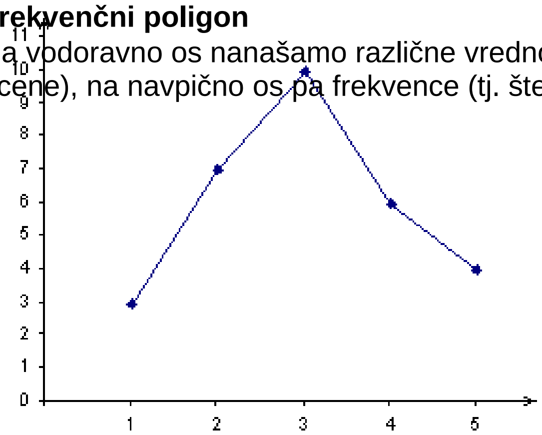
Zgled:
V razredu je 30 učencev. Od tega so 3 nezadostni, 7 zadostnih, 10 dobrih, 6 prav dobrih in 4 odlični.

Rezultate zapišemo v tabelo absolutnih frekvenc:

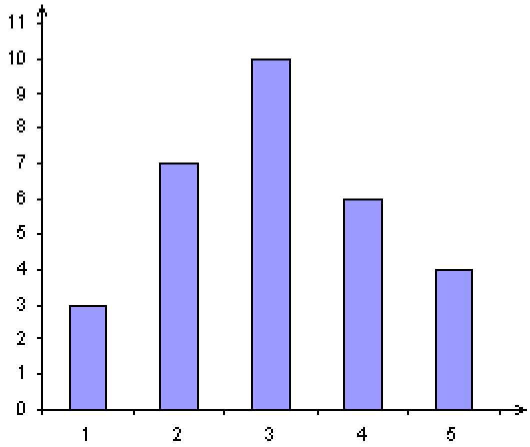
ocena	absolutna frekvenca
1	3
2	7
3	10
4	6
5	4

Te podatke ponazorimo še s tremi vrstami grafikonov, ki jih najpogosteje uporabljamo.

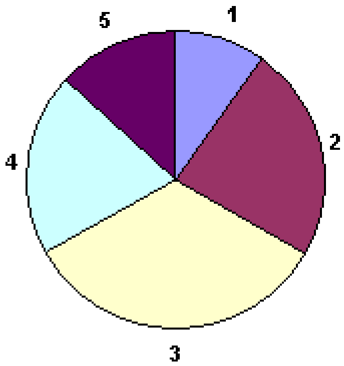
- **Frekvenčni poligon**
  Na vodoravno os nanašamo različne vrednosti statističnega znaka (v tem primeru različne ocene), na navpično os pa frekvence (tj. število učencev, ki imajo določeno oceno).



- **Histogram** ali **stolpčni diagram**
  Na vodoravno os nanašamo različne vrednosti statističnega znaka (v tem primeru različne ocene), na navpično os pa frekvence (tj. število učencev, ki imajo določeno oceno).



- **Krožni diagram** ali **frekvenčni kolač**
  Vsako vrednost statističnega znaka predstavlja krožni izsek. Velikost krožnega izseka je premo sorazmerna s frekvenco (tj. s številom učencev, ki imajo določeno oceno).



POVPREČJE IN STANDARDNI ODKLON

Povprečna vrednost (povprečje) je najpombembnejši statistični parameter.
Označimo različne vrednosti statističnega znaka z $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ in njihove frekvence $f_1, f_2, f_3, \ldots, f_n$.

Povprečno vrednost izračunamo po formuli:

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + x_3 f_3 + \ldots + x_n f_n}{N}$$

oziroma (če uporabimo zapis s sumacijskim znakom):

$$\overline{x} = \frac{\sum_{k=1}^{n} x_k f_k}{N}$$

(Pri tem je $N = x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n$)

Drugi najpomembnejši statistični parameter je **standardni odklon** ali **standardna deviacija**. Pove nam, za koliko vrednosti statističnega znaka odstopajo od povprečja.

Standardni odklon izračunamo po formuli:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(\overline{x}-x_1)^2 f_1 + (\overline{x}-x_2)^2 f_2 + (\overline{x}-x_3)^2 f_3 + \ldots + (\overline{x}-x_n)^2 f_n}{N}}$$

oziroma (če uporabimo zapis s sumacijskim znakom):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n} (\overline{x}-x_k)^2 f_k}{N}}$$