STATISTIKA – Obrazci in postopki

Avtor: dr. Žiga Andoljšek

Recenzent: Izr.prof.dr. Srečko Devjak

Založnik: Fakulteta za upravo Univerze v Ljubljani
Tehnično urejanje in prelom: dr. Žiga Andoljšek

September 2004

CIP - Kataložni zapis o publikaciji
Narodna in univerzitetna knjižnica, Ljubljana

311.2

ANDOLJŠEK, Žiga
Statistika : obrazci in postopki / Žiga Andoljšek. - V Ljubljani : Fakulteta za upravo, 2004

ISBN 961-6139-55-X

216151296

Kazalo

Predgovor

Priročnik Obrazci in postopki sem pripravil z namenom, da olajšam delo študentom pri predmetih Statistika in Kvantitativne metode. Oba obvezna metodološka predmeta se izvajata na Fakulteti za upravo v Ljubljani. Priročnik sledi obvezni literaturi za omenjena predmeta.

Priročnik sestoji iz treh delov. Ker se slušatelji pri Statistiki prvič srečajo z vedo so v prvem delu pojasnjeni temeljni pojmi statističnega proučevanja. Sledi osrednji del v katerem je zbir obrazcev, postopkov in tabel za statistično obdelavo podatkov. Tretji del v obliki dodatka pa obsega slovar simbolov in pregled matematičnih in logičnih operacij.

Osrednji del je logično razdeljen po poglavjih in sledi učbeniku Statistika v javni upravi. Prva poglavja obsegajo spoznanje z relativnimi števili. Sledi obdelava grupiranih podatkov, oziroma frekvenčne porazdelitve. Nadalje priročnik omogoča seznanitev z izračunom osnovnih statističnih parametrov, kot so srednje vrednosti ter mere variabilnosti, asimetrije in sploščenosti. Zadnji del je namenjen bivariatni analizi. Slušatelj spozna analizo časovnih vrst in regresijsko analizo. Če prva poglavja predstavljajo osnovo za statistično analizo, sta sedmo in osmo poglavje tista, ki slušateljem omogočata spoznanje instumentarija za samostojno analizo množičnih pojavov.

Pri pripravi priročnika sem si prizadeval, da bi študent pridobil, kar se da sistematičen prikaz obrazcev in postopkov, ki jih vključujeta predmeta Statistika in Kvantitativne metode. Izbrane metode bodo slušateljem omogočale samostojno analizo podatkov, ki jim bodo koristile pri prirpavi diplomskih del in v praksi pri delu v javni upravi. S priročnikom bo priprava na izpit lahko bolj vsebinska.

Zahvaljujem se recenzentu prof.dr. Srečku Devjaku, ki mi je z nasveti pomagal pri oblikovanju končnega besedila obrazcev.

Dr. Žiga Andoljšek

1. Temeljni pojmi

1.1. Osnovni statistični pojmi

Statistična enota je vsak pojav, ki v času in prostoru tvori množico in je predmet statističnega proučevanja. Statistične enote delimo na več načinov:

- realne enote, so enote, ki v realnem času in prostoru obstajajo (npr.: človek, žival, občina, država,...);
- dogodki. so enote, ki se zgodijo v trenutku (npr.: rojstvo, smrt, poroka, nesreča,...);
- dogajanja, so enote, ki ponazarjajo aktivnost v času na nekem kraju (npr.: gradnja, uvoz, izvoz, ustvarjanje storitev,...)

Statistična populacija, je množica istovrstnih statističnih enot.

Vsota vrednosti (agregat ali total) za številsko spremenljivko *y* pri negrupiranih in grupiranih podatkih:

$$Y = \sum_{i=1}^{n} y_i$$

$$Y = \sum_{j=1}^{n} f_j * y_j$$

Statistična spremenljivka je značilnost - lastnost enote, ki jo proučujemo. Ločimo več vrst spremenljivk. Po vsebini ločimo tri vrste:

1. krajevne opisujejo kraj, ki je povezan z enoto proučevanja,
2. časovne so povezane s časom v katerem se je zgodil nek dogodek, ki je povezan s spremenljivko,
3. stvarne ali vsebinske so vse ostale, zato jih delimo glede na to, kako lahko izražamo njihovo vrednost:
    a. opisne so spremenljivke, ki jih izrazimo opisno, besedno.
    b. številske so izražene v številkah,
        - zvezne dobijo v določenem razmiku vse vrednosti,
        - nezvezne imajo lahko le cele vrednosti.

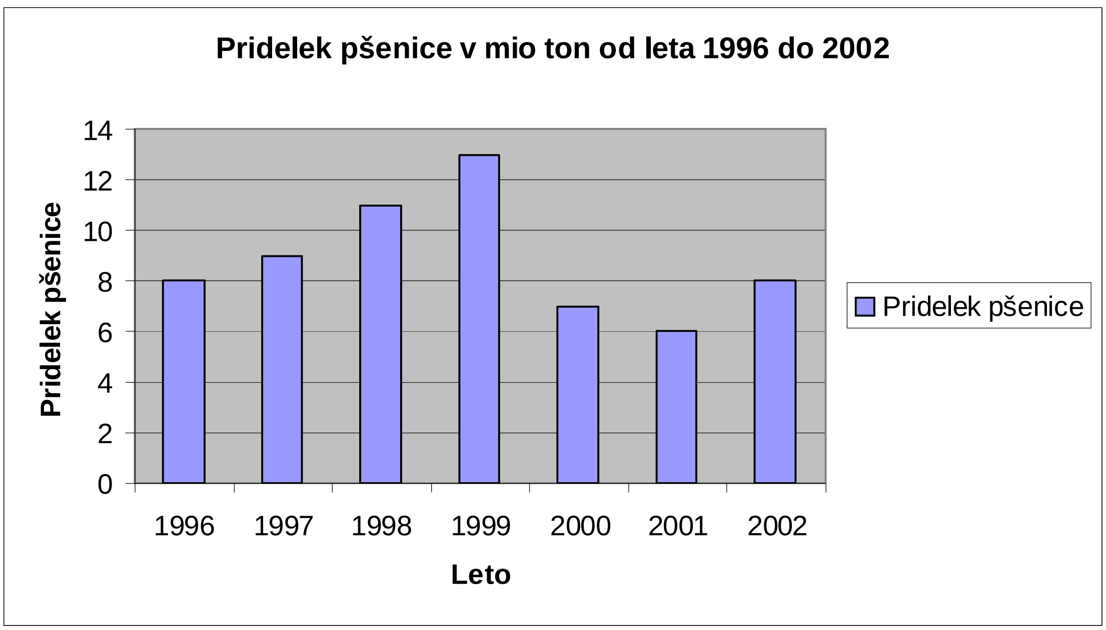
Statistični parameter je lastnost statistične množice (populacije).

1.2. Prikazovanje statističnih podatkov

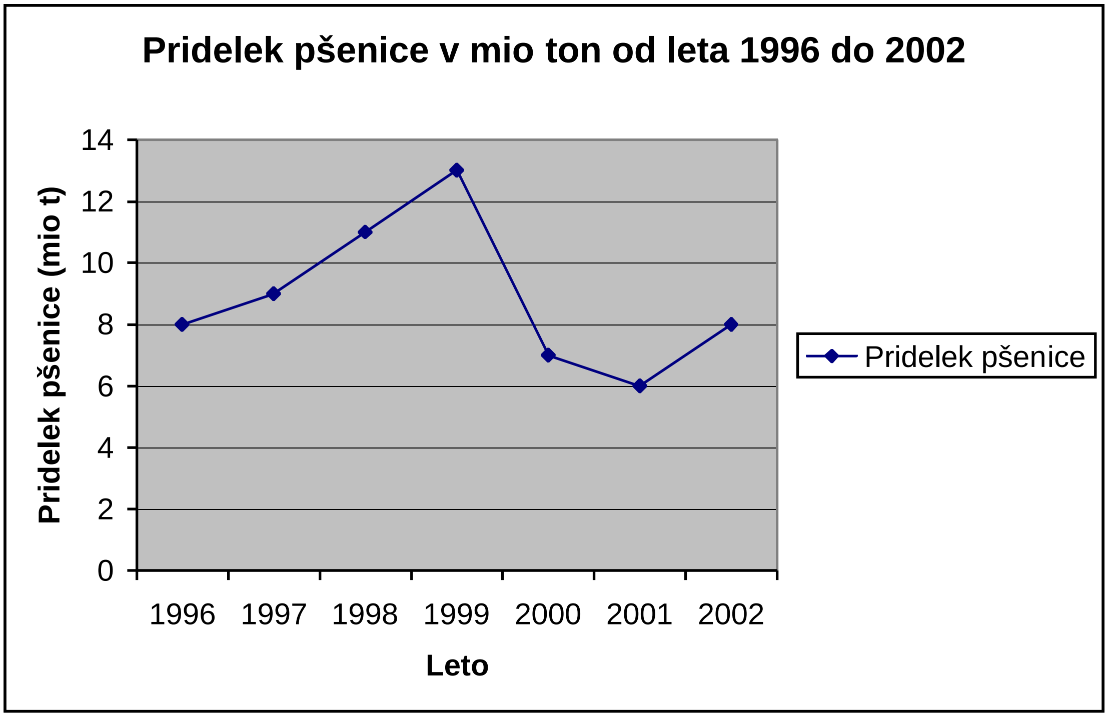
Statistične podatke obdelujemo matematično z uporabo statističnih metod. Rezultat ali parameter je točna vrednost proučevanega pojava. Za lažje proučevanje in razumevanje proučevanega pojava si v statistiki velikokrat pomagamo z grafično metodo. Grafikone lahko uporabljamo pred izračunom parametrov, da dobimo predstavo o proučevanem pojavi ali pa v diagram vrišemo izračunane parametre. Poznamo sledeče oblike grafikonov glede na parametre, ki jih želimo prikazati:

- stolpični diagram ali histogram,
- črtni diagram ali poligon,
- strukturni krog,...

Stolpični diagram – histogram



Črtni diagram – poligon



Strukturni krog

2. Relativna števila

Primerjava absolutnih podatkov ima majhno sporočilno moč. Absolutna števila nam ne omogočajo primerjave, poleg tega pa nam tudi ne povedo razmerja med delom in celoto. To nam povedo relativna števila. Relativno število je logičen izraz merjenja, ko se določena količina meri s pomočjo druge. Relativna števila nam tako omogočajo številčno izraziti odnose med pojavi in olajšajo nam primerjanje.

Razdelimo jih na:

- strukturna števila,
- statistične koeficiente,
- indekse.

2.1. Strukture

Strukturna števila ali strukture nam dajo informacijo o sestavi določenega pojava.

	Frekvenca	Delež
a_1	Y_1	$Y_1°$
a_2	Y_2	$Y_2°$
…	…	…
a_k	Y_i	$Y_i°$
…	…	…
Skupaj	Y	100

a: j = 1,2,…,k

Strukturni delež: $Y_j^{\circ} = \frac{Y_j}{Y}$

Y_j^o strukturni delež pojava za opazovano spremenljivko

Y_j vrednost pojava za opazovano spremenljivko

Y total

Strukturni odstotek: $Y_j\% = 100 * \frac{Y_j}{Y}$

Kotne stopinje: $Y_j^{st} = 3{,}6 * Y_j\%$

Polmer strukturnega kroga: $r_v = r_m * \sqrt{\frac{Y_v}{Y_m}}$

2.1.1. Dvorazsežna struktura vsote vrednosti

Shema podatkov:

	b_1	b_2	...	b_g		Skupaj
a_1	Y_{11}	Y_{12}	...	Y_{1j}	...	$Y_{1\bullet}$
a_2	Y_{21}	Y_{22}	...	Y_{2j}	...	$Y_{2\bullet}$
...	...	...	...	...		...
a_k	Y_{i1}	Y_{i2}	...	$\mathbf{Y_{ij}}$	...	$\mathbf{Y_{i\bullet}}$
...	...	...	...	...	...	...
Skupaj	$Y_{\bullet 1}$	$Y_{\bullet 2}$	...	$\mathbf{Y_{\bullet j}}$	...	$Y_{\bullet\bullet} = N$

a: i = 1,2,...,k

b: j = 1,2,...,g

2.1.2. Pogojne vrstične strukture vsot vrednosti

Struktura po spremenljivki v glavi tabele:

	b_1	b_2	...	b_g		Skupaj
a_1	Y_{11}°	Y_{12}°	...	Y_{1j}°	...	100
a_2	Y_{21}°	Y_{22}°	...	Y_{2j}°	...	100
...	...	...	...	...		...
a_k	Y_{i1}°	Y_{i2}°	...	$\mathbf{Y_{ij}^\circ}$	...	100
...	...	...	...	...	...	...
Skupaj	$Y_{\bullet 1}^\circ$	$Y_{\bullet 2}^\circ$	...	$Y_{\bullet j}^\circ$	...	100

Vrstična struktura kot delež: $$Y_{ij}^\circ = \frac{Y_{ij}}{Y_{i\bullet}}$$

Y_{ij}^o vrstična struktura kot delež

Y_{ij} vrednost pojava po spremenljivkah a in b

$Y_{i\bullet}$ vrstična vsota

Vrstična struktura kot odstotek: $$Y_{ij}\% = 100\frac{Y_{ij}}{Y_{i\bullet}} = 100Y_{ij}^\circ$$

2.1.3. Pogojne stolpične strukture vsot vrednosti

Struktura po spremenljivki v glavi tabele:

	b_1	b_2	...	b_g		Skupaj
a_1	$Y_{11}°$	$Y_{12}°$	...	$Y_{1j}°$	...	$Y_{1\bullet}°$
a_2	$Y_{21}°$	$Y_{22}°$	...	$Y_{2j}°$	...	$Y_{2\bullet}°$
...	...	...	...	...		...
a_k	$Y_{i1}°$	$Y_{i2}°$	...	$\mathbf{Y_{ij}°}$	...	$Y_{i\bullet}°$
...	...	...	...	...	...	...
Skupaj	100	100	...	100	...	100

Stolpična struktura kot delež: $$Y_{ij}^{\circ} = \frac{Y_{ij}}{Y_{\bullet j}}$$

Y_{ij}^{o} stolpična struktura kot delež

Y_{ij} vrednost pojava po spremenljivkah a in b

$Y_{\bullet j}$ stolpična vsota

Stolpična struktura kot odstotek: $$Y_{ij}\% = 100\frac{Y_{ij}}{Y_{\bullet j}} = 100Y_{ij}^{\circ}$$

2.1.4. Pogojne strukture vsot vrednosti

Struktura po spremenljivki v glavi in čelu tabele

	b_1	b_2	...	b_g		Skupaj
a_1	$Y_{11}°$	$Y_{12}°$	...	$Y_{1j}°$	...	$Y_{1\bullet}°$
a_2	$Y_{21}°$	$Y_{22}°$	...	$Y_{2j}°$	...	$Y_{2\bullet}°$
...	...	...	...	...		...
a_k	$Y_{i1}°$	$Y_{i2}°$	...	$\mathbf{Y_{ij}°}$	...	$Y_{i\bullet}°$
...	...	...	...	...	...	...
Skupaj	$Y_{\bullet 1}°$	$Y_{\bullet 2}°$	...	$Y_{\bullet j}°$	...	100

Struktura po vrstici in stolpcu kot delež: $$Y_{ij}^{\circ} = \frac{Y_{ij}}{Y_{\bullet\bullet}} = \frac{Y_{ij}}{N}$$

Struktura po vrstici in stolpcu kot odstotek: $$Y_{ij}\% = 100\frac{Y_{ij}}{Y_{\bullet\bullet}} = 100Y_{ij}^{\circ}$$

2.2. Koeficienti

Statistični koeficienti ali koeficienti nam omogočajo primerjavo raznovrstnih pojavov. Torej je koeficient neko relativno število, pri katerem primerjamo dva različna podatka, ki morata biti v smiselno povezavi.

$$K = E * \frac{Y}{X}$$

K statistični keoficient

Y primerjani podatek

X primerjalni podatek

E število, ki pove na koliko enot primerjalnega podatka računamo statistični koeficient (100, 1.000, 10.000, itd.)

2.3. Indeksi

Pri indeksnih številih ali indeksih primerjamo dva istovrstna enakovredna pojava v različnih časovnih obdobjih.

Časovni indeks s stalno osnovo:

$$I_{j/o} = 100 * \frac{Y_j}{Y_o}$$

$I_{j/o}$ časovni indeks s stalno osnovo

Y_0 osnova

Y_j podatek, ki ga primerjamo z osnovo

Časovni indeksi s premično osnovo:

$$V_j = 100 * \frac{Y_j}{Y_{j-1}}$$

V_j verižni indeks

Y_j podatek za tekoče časovno obdobje (j)

Y_{j-1} podatek za predhodno časovno obdobje (j-1)

Periodični indeks

$$I_{j,p/j-1,p} = 100 * \frac{Y_{j,p}}{Y_{j-1,p}}$$

$I_{j,p/j-1,p}$ periodični indeks

$I_{j,p}$ podatek za tekoče obdobje (za časovno enoto p)

$I_{j-1,p}$ podatek za predhodno obdobje (za časovno enoto p)

- Preračun verižnih indeksov v indekse s stalno osnovo v smeri **prihodnosti:**

$$I_{j/0} = \frac{I_{j-1/0} \times V_j}{100}; j > 0$$

- Preračun verižnih indeksov v indekse s stalno osnovo v smeri **preteklosti**:

$$I_{j/0} = 100 \times \frac{I_{j+1/0}}{V_{j+1}}; j < 0$$

- Preračun vrste indeksov s stalno osnovo v vrsto verižnih indeksov

$$V_j = 100 * \frac{I_{j/o}}{I_{j-1/o}}$$

V_j verižni indeks v časovni enoti j

$I_{j/o}$ indeks v časovni enoti j s stalno osnovo v časovni enoti o

$I_{j-1/o}$ indeks v časovni enoti j-1 s stalno osnovo v časovni enoti o

2.4. Razlika in relativna razlika med relativnimi števili

Razlika med relativnimi števili: $D_{j/\circ} = Y_j - Y_\circ$

Rezultat razlike dveh imenovanih števil je imenovano število, rezultat razlike dveh neimenovanih števil pa je izražen v točkah.

Relativna razlika med relativnimi števili:

$$D^\circ_{j/\circ} = \frac{Y_j - Y_\circ}{Y_\circ}$$

$$D_{j/\circ}\% = 100\frac{Y_j - Y_\circ}{Y_\circ}$$

Rezultat relativne imenovanih ali neimenovanih števil pa je vedno izražen v odstotkih.

3. Frekvenčne porazdelitve

Število enot, ki po vrednosti proučevane spremenljivke ustrezajo mejam posameznega razreda preštejemo. Število enot posameznega razreda imenujemo frekvenca razreda in označimo s f_j.

$$N = \sum_{j=1}^{k} f_j$$

k = število razredov v katere so razdeljene vse enote proučevane populacije

Širina razreda: $d_j = y_{j,zg} - y_{j,sp}$

$y_{j,sp}$ natančna spodnja meja j-tega razreda

$y_{j,zg}$ natančna zgornja meja j-tega razreda

Sredina razreda: $y_j = \dfrac{y_{j,sp} + y_{j,zg}}{2}$

Relativna frekvenca: $f_j^\circ = \dfrac{f_j}{N}$

Gostota frekvence: $g_j = \dfrac{f_j}{d_j}$

g_j gostota j-tega razreda

f_j frekvenca j-tega razreda

d_j širina j-tega razreda

Relativna gostota frekvence: $g_j^\circ = \dfrac{g_j}{N} = \dfrac{f_j}{N * d_j} = \dfrac{f_j^\circ}{d_j}$

Kumulativa frekvenčne porazdelitve: $F_j = F_{j-1} + f_j$

F_j kumulativa frekvenc j-tega razreda

F_{j-1} kumulativa frekvenc (j-1)-tega razreda

f_j frekvenca j-tega razreda

Kumulativa relativne frekvenčne porazdelitve: $F_j^\circ = F_{j-1}^\circ + f_j^\circ$

4. Kvantili

Kvantil y_P je tista vrednost številske spremenljivke, od katere ima 100*P odstotkov enot v populaciji manjše ali njej enake vrednosti. Poznamo mediano, kvartile, decile, centile.

Računanje iz posameznih podatkov:

A.) zanima nas vrednost spremenljivke y_P;

1. posamezne vrednosti razvrstimo v ranžirno vrsto;

2. na dani kvantilni rang izračunamo ustrezni rang R_P;

$$R_P = N \times P + 0{,}5$$

3. v ranžirni vrsti pogledamo, med katera ranga uvrstimo izračunani rang R_P;

$$R_{-1} < R_P \le R_0$$

R_P izračunani rang iz danega kvantilnega ranga

R_{-1} rang pred izračunanim rangom

R_o rang za izračunanim rangom

4. na osnovi linearne interpolacije izračunamo kvantil y_P, ki ustreza kvantilnemu rangu

$$y_P = y_{-1} + (y_0 - y_{-1}) \times (R_P - R_{-1})$$

y_P izračunani kvantil

y_0 vrednost, ki ustreza rangu R_P

y_{-1} vrednost, ki ustreza rangu R_{-1}

R_p izračunani rang na osnovi danega kvantilnega ranga (P)

R_{-1} rang pred izračunanim rangom

B.) zanima nas delež - kvantil P_y

1. posamezne vrednosti razvrstimo v ranžirno vrsto;

2. v ranžirni vrsti pogledamo, med kateri vrednoti številske spremenljivke spada dana vrednost, za katero iščemo kvantilni rang;

$$y_{-1} < y_P \le y_0$$

y_P vrednost (kvantil) za katero iščemo kvantilni rang

y_0 vrednost, ki je večja od y_P

y_{-1} vrednost, ki je manjša od y_P

3. na osnovi linearne interpolacije izračunamo ustrezni rang;

$$R_y = R_{-1} + \frac{(y_P - y_{-1})}{(y_0 - y_{-1})}$$

R_y rang, ki ustreza vrednosti y_P

y_P vrednost (kvantil) za katero iščemo kvantilni rang

y_0 vrednost, ki je večja od y_P

y_{-1} vrednost, ki je manjša od y_P

R_{-1} rang, ki ustreza vrednosti y_{-1}

4. na osnovi dobljenega ranga izračunamo še kvantini rang (Py = (Ry-0,5)/N).

$$P_y = \frac{(R_y - 0{,}5)}{N}$$

Računanje iz frekvenčne porazdelitve:

A.) zanima nas vrednost spremenljivke y_P;

1. iz frekvenčne porazdelitve izračunamo kumulativno frekvenčno porazdelitev F_j;

2. za dani kvantilni rang izračunamo rang;

$$R_P = N \times P + 0{,}5$$

3. v kumulativni frekvenčni porazdelitvi pogledamo, med kateri kumulativni frekvenci sodi izračunani rang;

$$F_{-1} < R_P \leq F_0$$

R_p izračunani rang na osnovi danega kvantilnega ranga (P)

F_{-1} kumulativa absolutne frekvence, ki je manjša od ranga R_P

F_0 kumulativa absolutne frekvence, ki je večja od ranga R_P

4. razred v katerem je kvantilni F_o imenujemo kvantilni razred. Podatke v njem označimo z $y_{o,sp}$, d_o, f_o;

5. na osnovi linearne interpolacije izračunamo kvantil.

$$y_P = y_{0,sp} + d_0 \times \frac{(R_P - F_{-1})}{f_0}$$

R_p izračunani rang na osnovi danega kvantilnega ranga (P)

F_{-1} kumulativa absolutne frekvence, ki je manjša od ranga R_P

f_0 frekvenca kvantilnega razreda

$y_{0,sp}$ spodnja meja kvantilnega razreda

d_0 širina kvantilnega razreda

B.) zanima nas delež - kvantil P_y

1. izračunamo kumulativno frekvenčno porazdelitev F_j,;

2. v frekvenčni porazdelitvi pogledamo, v kateri razred spada vrednost dane številske spremenljivke. Ta razred imenujemo kvantilni razred. Ustrezne vrednosti v njem označimo z F_o, $y_{o,sp}$, d_o, f_o;

3. na osnovi linearne interpolacije izračunamo ustrezni rang;

$$R_y = F_{-1} + f_0 \times \frac{(y_P - y_{0,sp})}{d_0}$$

y_p	dana vrednost številske spremenljivke
F_{-1}	kumulativa absolutne frekvence pred kvantilnim razredom
f_0	frekvenca kvantilnega razreda
$y_{0,sp}$	spodnja meja kvantilnega razreda
d_0	širina kvantilnega razreda

4. na osnovi izračunanega ranga izračunamo še kvantini rang.

$$P_y = \frac{(R_y - 0{,}5)}{N}$$

5. Srednje vrednosti

5.1. Aritmetična sredina

- Navadna aritmetična sredina: $$\overline{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{N}$$

$\bar{Y} = M_y = \mu_y$	- aritmetična sredina (navadna)
y_i	- posamezna vrednost številske spremenljivke y
N	- število enot v populaciji

- Tehtana aritmetična sredina: $$\overline{Y} = \frac{\sum_{j=1}^{k} f_j \times y_j}{\sum_{j=1}^{k} f_j}$$

$\bar{Y}$	- tehtana aritmetična sredina
y_j	- sredina posameznega razreda
f_j	- frekvenca posameznega razreda

- Aritmetična sredina iz delnih aritmetičnih sredin: $$\overline{Y} = \frac{\sum_{j=1}^{k} f_j \times \overline{Y_j}}{\sum_{j=1}^{k} f_j}$$

$\bar{Y} = M_y$	- tehtana aritmetična sredina
$\bar{Y}_j$	- delna aritmetična sredina razredov
f_j	- število enot v delni populaciji (frekvenca razreda)

- Aritmetična sredina iz strukturnih števil in statističnih koeficientov

(Poznan je koeficient Kj in imenovalec koeficienta Xj!)

$$K_j = \frac{Y_j}{X_j}$$

$$\overline{K} = \frac{\sum_{j=1}^{k} X_j \times K_j}{\sum_{j=1}^{k} X_j}$$

$\bar{K}$	- povrečni koeficient
K_j	- koeficienti dane populacije (iz katerih računamo povprečni koeficient)
X_j	- podatki v imenovalcu koeficientov za dele populacije

- Standardizirana povprečna relativna števila

$$\overline{Y_A} = \frac{\sum_{j=1}^{k} Y_{jA}\% * \overline{Y_{jA}}}{\sum_{j=1}^{k} Y_{jA}\%}$$

$$\overline{Y_{B(SA)}} = \frac{\sum_{j=1}^{k} Y_{jA}\% * \overline{Y_{jB}}}{\sum_{j=1}^{k} Y_{jA}\%}$$

Agregatni indeksi

LASPEYRESOV INDEKS cen in količin - standardizirano povprečje s količino in ceno iz baznega obdobja.

$$L_p = 100 \times \frac{\sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n} p_{ji} \times q_{0i}}{\sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n} p_{0i} \times q_{0i}}$$

$$L_q = 100 \times \frac{\sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n} q_{ji} \times p_{0i}}{\sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n} q_{0i} \times p_{0i}}$$

q_{ji} količine *i*-tega proizvoda v tekočem obdobju *j*

q_{0i} količine *i*-tega proizvoda v osnovnem obdobju *o*

p_{ji} cena *i*-tega proizvoda v tekočem obdobju *j*

p_{0i} cena *i*-tega proizvoda v tekočem obdobju *o*

PAASCHEJEV INDEKS cen in količin - standardizirano povprečje s količino in ceno iz tekočega obdobja.

$$P_p = 100 \times \frac{\sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n} p_{ji} \times q_{ji}}{\sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n} p_{0i} \times q_{ji}}$$

$$P_q = 100 \times \frac{\sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n} q_{ji} \times p_{ji}}{\sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n} q_{0i} \times p_{ji}}$$

FISCHERJEV INDEKS cen in količin

$$F_p = \sqrt{L_p \times P_p}$$

$$F_q = \sqrt{L_q \times P_q}$$

5.2. Harmonična sredina

Navadna harmonična sredina: $$H_y = \frac{N}{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{y_i}}$$

Tehtana harmonična sredina: $$H_y = \frac{\sum_{j=1}^{k} f_j}{\sum_{j=1}^{k} \frac{f_j}{y_j}}$$

Harmonična sredina iz strukturnih števil in statističnih koeficientov.
(Poznana sta koeficient Kj in števec koeficienta Yj!)

$$\overline{K} = \frac{\sum_{j=1}^{k} Y_j}{\sum_{j=1}^{k} \frac{Y_j}{K_j}}$$

$\bar{K}$	- povprečni koeficient
K_j	- delni koeficienti (iz katerih računamo povprečni koeficient)
Y_j	- podatki v števcu koeficientov za dele populacije

5.3. Geometrijska sredina

$$G_y = \sqrt[N]{y_1 \times y_2 \times \ldots \times y_N}$$

$$\overline{V} = \sqrt[N]{V_1 \times V_2 \times \ldots \times V_N} = 100 * \sqrt[M]{\frac{Y_t}{Y_{t-M}}}$$

$$\overline{K} = \sqrt[N]{K_1 \times K_2 \times \ldots \times K_N}$$

$$\overline{S} = \overline{V} - 100 = 100 \times \overline{K} - 100$$

Povprečna letna razlika

Povprečno letno razliko, ki nastopa v osnovnih enotah moramo razlikovati od povprečnega verižnega indeksa.

$$\bar{D}_{t,M} = \frac{Y_t - Y_{t-M}}{M} = \frac{Y_t - Y_{t-M}}{N-1}$$

$\bar{D}_{t,M}$	- povprečna razlika za M časovnih enot
N	- število členov

Število časovnih enot je za 1 manjše od števila členov (prva razlika nastopi med prvim in drugim členom → šele drugi člen prispeva prvo vrednost v zaporedju razlik).

5.4. Mediana

A.) Izračun iz posamičnih podatkov P=0,5:

1. posamezne vrednosti razvrstimo v ranžirno vrsto;

2. na dani kvantilni rang izračunamo ustrezni rang;

$$R_{0,5} = N \times 0{,}5 + 0{,}5$$

3. v ranžirni vrsti pogledamo, med katera ranga uvrstimo izračunani rang;

$$R_{-1} < R_{0,5} \leq R_0$$

$R_{0.5}$ izračunani rang iz danega kvantilnega ranga za mediano

R_{-1} rang pred izračunanim rangom

R_o rang za izračunanim rangom

4. na osnovi linearne interpolacije izračunamo kvantil, ki ustreza kvantilnemu rangu .

$$Me = y_{-1} + (y_0 - y_{-1}) \times (R_{0,5} - R_{-1})$$

Me mediana

y_0 vrednost, ki ustreza rangu R_P

y_{-1} vrednost, ki ustreza rangu R_{-1}

$R_{0.5}$ izračunani rang na osnovi danega kvantilnega ranga (P=0.5)

R_{-1} rang pred izračunanim rangom

B.) Izračun iz grupiranih podatkov P=0,5:

1. iz frekvenčne porazdelitve izračunamo kumulativno frekvenčno porazdelitev F_j;

2. za dani kvantilni rang izračunamo rang;

$$R_{0,5} = N \times 0{,}5 + 0{,}5$$

3. v kumulativni frekvenčni porazdelitvi pogledamo, med kateri kumulativni frekvenci sodi izračunani rang;

$$F_{-1} < R_{0,5} \le F_0$$

$R_{0,5}$ izračunani rang na osnovi danega kvantilnega ranga (P=0,5)

F_{-1} kumulativa absolutne frekvence, ki je manjša od ranga R_P

F_0 kumulativa absolutne frekvence, ki je večja od ranga R_P

4. razred v katerem je kvantilni F_o imenujemo kvantilni razred. Podatke v njem označimo z $y_{o,sp}$, d_o, f_o;

5. na osnovi linearne interpolacije izračunamo kvantil.

$$Me = y_{0,sp} + d_0 \times \frac{(R_{0,5} - F_{-1})}{f_0}$$

$R_{0,5}$ izračunani rang na osnovi danega kvantilnega ranga (P=0,5)

F_{-1} kumulativa absolutne frekvence, ki je manjša od ranga R_P

f_0 frekvenca kvantilnega razreda

$y_{0,sp}$ spodnja meja kvantilnega razreda

d_0 širina kvantilnega razreda

5.5. Modus

Izračun iz negrupiranih podatkov:

$$Mo = y_{i,\max}$$

Izračun iz grupiranih podatkov:

Modusni razred je razred z največjo frekvenco fj. Podatke v modusnem razredu označimo z $y_{0,sp}$ in f_0.

$$Mo = y_{0,sp} + d \times \frac{(f_0 - f_{-1})}{(2 \times f_0 - f_{-1} - f_{+1})}$$

f_{-1} frekvenca razreda pred modusnim razredom

f_0 frekvenca modusnega razreda

f_{+1} frekvenca razreda za modusnim razredom

$y_{0,sp}$ spodnja meja modusnega razreda

d širina razredov

6. Mere veriabilnosti, asimetrije in sploščenosti

6.1. Mere variabilnosti

6.1.1. Odkloni od posamezne vrednosti

Variacijski razmik: $VR = y_{\max} - y_{\min}$

$VR = y_{k,z} - y_{1,s}$

Decilni razmik: $DR = D_9 - D_1$

Kvartilni razmik: $QR = Q_3 - Q_1$

6.1.2. Odkloni od povprečja

Povprečni absolutni odklon od aritmetične sredine:

$$AD_{\overline{Y}} = \frac{\sum \left| y_i - \overline{Y} \right|}{N}$$

$$AD_{\overline{Y}} = \frac{\sum_{j=1}^{k} f_j \left| y_j - \overline{Y} \right|}{\sum_{j=1}^{k} f_j}$$

Povprečni absolutni odklon od mediane:

$$AD_{Me} = \frac{\sum \left| y_i - Me \right|}{N}$$

$$AD_{Me} = \frac{\sum_{j=1}^{k} f_j \left| y_j - Me \right|}{\sum_{j=1}^{k} f_j}$$

6.1.3. Varianca in standardni odklon

Varianca in standardni odklon iz negrupiranih podatkov:

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}\left(y_i - \overline{Y}\right)^2}{N}$$

$$\sigma_y = \sqrt{\sigma_y^2}$$

Varianca in popravljeni standardni odklon iz grupiranih podatkov:

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum_{j=1}^{k} f_j\left(y_j - \overline{Y}\right)^2}{\sum_{j=1}^{k} f_j}$$

$$\sigma_{y,pop}^2 = \sigma_y^2 - \frac{d^2}{12}$$

$$\sigma_{y,pop} = \sqrt{\sigma_{y,pop}^2}$$

6.1.4. Relatno izraženi odkloni

Če vsako mero množimo z 100 dobino izraženo v odstotkih!

Relativni kvantilni razmik: $QR_{Me}^{\circ} = \frac{Q_3 - Q_1}{Me}$

Relativni povprečni absolutni odklon:

$$AD_{\overline{Y}}^{\circ} = \frac{AD_{\overline{Y}}}{\overline{Y}}$$

$$AD_{Me}^{\circ} = \frac{AD_{Me}}{Me}$$

Koeficient variacije: $KV_y = \frac{\sigma_y}{\overline{Y}}$

6.2. Mere asimetrije

Zanima nas asimetričnost porazdelitve. Sama normalna porazdelitev nam služi kot mera za določanje simetričnosti.

$$KA_{Me} = \frac{3*\left(\overline{Y} - Me\right)}{\sigma_y}$$

$$KA_Q = \frac{Q_1 + Q_3 - 2*Me}{Q_3 - Q_1}$$

Vrednosti KA_{Me} in KA_Q se gibljejo od -3 do +3. Velja pa shema

KA < 0	Porazdelitev je asimetrična v levo
KA = 0	Porazdelitev je simetrična
KA > 0	Porazdelitev je asimetrična v desno

6.3. Mere sploščenosti

Tudi pri sploščenosti proučevane porazdelitve primerjamo z normalno porazdelitvijo.

$$KS = 1{,}9 \times \frac{Q_3 - Q_1}{D_9 - D_1}$$

Velja shema

KS < 1	porazdelitev je koničasta
Koeficient je enak 1	normalna porazdelitev
KS > 1	porazdelitev je sploščena

6.4. Odnosi med mediano, modusom in aritmetično sredino

$Me = Mo = \overline{Y}$ normalna porazdelitev

$Me < Mo < \overline{Y}$ asimetrična v desno

$Me > Mo > \overline{Y}$ asimetrična v levo

7. Analiza časovnih vrst

7.1. Enostavni kazalci dinamike

Absolutna razlika: $D_{t,M} = Y_t - Y_{t-M}$

Y_t podatek o pojavu v časovni enoti t

Y_{t-M} podatek o pojavu M časovnih enot pred časovno enoto t

M število obdobnih sprememb (M=N-1)

Povprečna absolutna razlika: $\overline{D_{t,M}} = \dfrac{Y_t - Y_{t-M}}{M}$

Relativna razlika: $D^{\circ}_{t,M} = \dfrac{Y_t - Y_{t-M}}{Y_{t-M}}$

Povprečna relativna razlika:

$$\overline{D^{\circ}_{t,M}} = \overline{V} = \sqrt[M]{V_1 * V_2 * ... * V_M} = 100 * \sqrt[M]{\frac{Y_t}{Y_{t-M}}}$$

$$\overline{S} = \overline{V} - 100$$

Poleg navedenih razlik dinamiko pojavov kažejo tudi indeksi s stalno osnovo, verižni indeksi, koeficienti dinamike in stopnje rasti.

Indeks s stalno osnovo: $I_{j/\circ} = 100\dfrac{Y_j}{Y_\circ}$

Verižni indeks: $V_j = 100\dfrac{Y_j}{Y_{j-1}} = K_j * 100 = S_j + 100$

Koeficient dinamike: $K_j = \dfrac{V_j}{100} = \dfrac{Y_j}{Y_{j-1}} = \dfrac{S_j + 100}{100}$

Stopnja rasti: $S_j = V_j - 100 = 100K_j - 100$

Povprečna stopnja rasti: $\overline{S} = \overline{V} - 100$

7.2. Metoda vrste drsečih sredin

7.2.1. Drseča sredina iz lihega števila vrednosti

Drseča sredina $\tilde{Y}_t$ iz lihega števila obdobij je enaka:

$$\tilde{Y}_t = \frac{Y_{t-(\frac{r-1}{2})} + \ldots + Y_{t-1} + Y_t + Y_{t+1} + \ldots + Y_{t+(\frac{r-1}{2})}}{r}$$

r = število obdobij

7.2.2. Drseča sredina iz sodega števila vrednosti

Drseča sredina $\tilde{Y}_t$ iz sodega števila obdobij je enaka:

$$\tilde{Y}_t = \frac{\frac{Y_{t-\frac{r}{2}}}{2} + \ldots + Y_{t-1} + Y_t + Y_{t+1} + \ldots + \frac{Y_{t+\frac{r}{2}}}{2}}{r}$$

r = število drsečih sredin obdobij

7.3. Metoda najmanjše vsote kvadratov

Ta metoda je najpogosteje uporabljena. Gre pa za to, da izračunamo funkcijo, ki se kar najbolje prilega časovni vrsti. Odkloni od trenda - osnovne smeri razvoja (funkcija trenda), so sicer lahko pri posameznik časovnih enotah pozitivni ali negativni

$$\sum_{t=1}^{N}(Y_t - T_t) = 0$$

$$\sum_{t=1}^{N} / Y_t - T_t)^2 = \min$$

Y_t = vrednost časovne spremenljivke Y proučevanem obdobju t

T_t = funkcija trenda

7.3.1. Tehnični čas

Pri analizi trenda si pomagamo z vrednostmi proučevane spremenljivke Yt in tehnični čas X (x=0 v sredini časovne vrste).

$$\sum_{t=1}^{N} x_t = 0$$

$$x_t = t - \frac{N+1}{2}; t = 1,2,...,N$$

7.3.2. Linearni trend

Model: $T_t = \alpha + \beta * x_t + \varepsilon_t$

Funkcija trenda: $T_t^{'} = \alpha + \beta * x_t$

$$\alpha = \frac{\sum_{t=1}^{N} Y_t}{N} = \overline{Y}$$

Ocena konstante in smernega koeficienta: $$\beta = \frac{\sum_{t=1}^{N} Y_t \times x_t}{\sum_{t=1}^{N} x_t^2}$$

7.3.3. Ocenjevanje kakovosti trenda

Standardni odklon trenda: $$\sigma_T = \sqrt{\frac{\sum (Y_t - T_t)^2}{N}}$$

Koeficient variacije trenda: $$KV_T\% = 100 * \frac{\sigma_T}{\overline{Y}}$$

7.3.4. Napovedovanje

a.) Enostavne metode napovedovanja nadaljnega razvoja

Napovedovanje, če bodo na opazovani pojav vplivali enaki dejavniki kot v proučevani časovni vrsti.

a. Model napovedovanja brez sprememb - vrednost v prihodnosti bo ista kot je v sedanjosti

$$Y'_{t+1} = Y_t$$

b. Model napovedovanja na podlagi enake zadnje spremembe - povečanje ali zmanjšanje od predzadnjega opazovanega leta do zadnjega je enako kot napredovanje od zadnjega opazovanega leta do napovedovanega.

$$D'_{t+1} = D_t$$

$$Y'_{t+1} = Y_t + D'_{t+1}$$

c. Model napovedovanja na podlagi povprečne letne razlike

$$Y'_{t+1} = Y_t + \overline{D_{t,M}}$$

d. metoda napovedovanja na podlagi povprečnega verižnega indeksa

$$Y'_{t+1} = \frac{Y_t * \overline{V_{t,M}}}{100}$$

b.) Metoda napovedovanja na osnovi enačbe linearnega trenda

$$Y'_{t+r} = \alpha + \beta * x_{t+r}$$

c.) Metoda napovedovanja na osnovi novejših informacij

$$Y'_{t+r} = Y_t + r * \beta$$

r... število časovnih enot od zadnje v proučevani časovni vrsti do napovedovanega obdobja

8. Analiza odvisnosti med množičnimi pojavi

8.1. Korelacija ranga

Ko nas zanima samo groba ocena stopnje in smeri korelacijske povezanosti. Metoda temelji na ugotavljanju mesta enote v ranžirni vrsti glede na vrednost obeh spremenljivk. Postopek:

- uredimo enote glede na vrednost obeh spremenljivk,
- vsakemu podatku v vrsti določimo rang,
- najnižji rang pripada najmanjši vrednosti spremenljivke v vrsti, enake vrednosti imajo enake range,
- nato za vsak par vrednosti ranga odštejemo in razlike kvadriramo.

$$\rho_{yx} = 1 - \frac{6 * \sum (R_y - R_x)^2}{N * (N^2 - 1)}$$

Če koeficient korelacije ranga zavzema vrednosti	potem
od 0,00 do 0,20	povezave ni
nad 0,20 do 0,40	povezava je šibka
nad 0,40 do 0,70	povezava je zmerna
nad 0,70 do 1,00	povezava je močna

8.2. Linearna regresija

Ta metoda je najpogosteje uporabljena. Gre pa za to, da izračunamo funkcijo, ki se kar najbolje prilega proučevanemu pojavu. To izberemo na način, da je vsota kvadratov odklonov minimalna.

$$\sum_{t=1}^{N} (y_t - y_i^{'})^2 = \min$$

$$y_i^{'} = \alpha + \beta * x_i$$

A.) Regresijska premica

Model: $Y_i = \alpha + \beta * X_i + \varepsilon_i$

Regresijska funkcija: $y_i^{'} = \alpha + \beta * x_i$

Dobimo:

- regresijsko premico, ki predstavlja prvi del enačbe in kaže splošne vplive
- standardna napaka ocene pokaže odklone individualnih vrednosti od izračunane regresijske premice - zadnji člen
- korelacijski koeficient nam pove stopnjo in smer povezave, determinacijsii koeficient pa delež variance y-a, ki ga lahko pojacnimo z vplivom x-a.

Izračun regresijske konstante in koeficienta:

$$\alpha = \overline{Y} - \beta * \overline{X}$$

$$\beta = \frac{C_{xy}}{\sigma_x^2}$$

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{X})^2}{N}$$

$$C_{xy} = C_{yx} = \frac{\sum_{i=1}^{N}(y_i - \overline{Y}) * (x_i - \overline{X})}{N}$$

B.) Standardna napaka ocene

Skupni vplivi:

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(y_i - \overline{Y})^2}{N}$$

$$\sigma_y = \sqrt{\sigma_y^2}$$

Pojasnjeni vplivi:

$$\sigma_{xy}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(y_i^{'} - \overline{Y})^2}{N}$$

$$\sigma_{xy} = \sqrt{\sigma_{xy}^2}$$

Standardna napaka ocene ali nepojasnjeni vplivi:

$$\sigma_{\varepsilon y}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(y_i - y_i^{'})^2}{N}$$

$$\sigma_{\varepsilon y} = \sqrt{\sigma_{\varepsilon y}^2} = \sqrt{\sigma_y^2 - \frac{C_{yx}^2}{\sigma_x^2}}$$

C.) Korelacijski koeficient

$$\rho_{xy} = \frac{C_{xy}}{\sigma_y * \sigma_x}$$

Če korelacijski koeficient zavzema vrednosti	potem
od 0,00 do +/- 0,20	povezanosti ni
nad +/- 0,20 do +/- 0,40	je povezanost šibka
nad +/- 0,40 do +/- 0,70	je povezanost zmerna
nad +/- 0,70 do +/- 1,00	je povezanost močna

D.) Determinacijski koeficient

$$\rho_{xy}^2 = \frac{\sigma_{xy}^2}{\sigma_y^2} = \frac{C_{yx}^2}{\sigma_y^2 * \sigma_x^2} = (\rho_{xy})^2$$

8.3. *Linearna korelacija*

Ko enega pojava ne moremo opredeliti kot jasno posledico drugega, govorimo o korelaciji. Ne gre za vzročno-posledično odvisnost, ampak obstaja samo povezava in cilj je ugotoviti to povezanost. Največkrat gre za povezanost pojavov na katere vplivajo isti dejavniki (isti splošni vplivi).

Regresijski premici sta dve:

$$y_i^{'} = \alpha_1 + \beta_1 * x_i$$
$$x_i^{'} = \alpha_2 + \beta_2 * y_i$$

Shema izračunavanja linearne regresije in korelacije

I	y_i	x_i	$(y_i-\overline{Y})^2$	$(x_i-\overline{X})^2$	$(y_i-\overline{Y}) * (x_i-\overline{X})$
1 2 ... N	y_1 y_2 ... y_N	x_1 x_2 ... x_N	$(y_1-\overline{Y})^2$ $(y_2-\overline{Y})^2$ ... $(y_N-\overline{Y})^2$	$(x_1-\overline{X})^2$ $(x_2-\overline{X})^2$ ... $(x_N-\overline{X})^2$	$(y_1-\overline{Y}) * (x_1-\overline{X})$ $(y_2-\overline{Y}) * (x_2-\overline{X})$ ... $(y_N-\overline{Y}) * (x_N-\overline{X})$
	$\sum y_i$	$\sum x_i$	$\sum (y_i-\overline{Y})^2$	$\sum (x_i-\overline{X})^2$	$\sum (y_i-\overline{Y}) * (x_i-\overline{X})$

1.) Izračunamo varianco za x in y

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(y_i-\overline{Y})^2}{N} \qquad \sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\overline{X})^2}{N}$$

2.) Izračunamo kovarianco

$$C_{xy} = C_{yx} = \frac{\sum_{i=1}^{N}(y_i-\overline{Y}) * (x_i-\overline{X})}{N}$$

3.) Izračunamo regresijski koeficient in konstanto

$$\beta_1 = \frac{C_{xy}}{\sigma_{,x}^2} \qquad \beta_2 = \frac{C_{xy}}{\sigma_{,y}^2}$$

$$\alpha_1 = \overline{Y} - \beta_1 * \overline{X} \qquad \alpha_2 = \overline{X} - \beta_2 * \overline{Y}$$

4.) Standardna napaka ocene

$$\sigma_{\varepsilon y} = \sqrt{\sigma_y^2 - \frac{C_{yx}^2}{\sigma_x^2}} \qquad \sigma_{\varepsilon x} = \sqrt{\sigma_x^2 - \frac{C_{yx}^2}{\sigma_y^2}}$$

5.) Korelacijski koeficient

$$\rho_{xy} = \frac{C_{xy}}{\sigma_y * \sigma_x}$$

6.) Determinacijski koeficient

$$\rho_{xy}^2 = \frac{\sigma_{xy}^2}{\sigma_y^2} = \frac{C_{yx}^2}{\sigma_y^2 * \sigma_x^2} = (\rho_{xy})^2$$

9. Dodatek

9.1. Slovar simbolov

Simbol	Opis
$AD_{\bar{Y}}$	Povprečni absolutni odklon od aritmetične sredine
AD_{Me}	Povprečni absolutni odklon od mediane
$AD^{\circ}_{\bar{Y}}$	Relativni povprečni absolutni odklon od aritmetične sredine
AD°_{Me}	Relativni povprečni absolutni odklon od mediane
d_j	Širina razreda
DR	Decilni razmik
D_t	Navadna (absolutna) razlika za časovno vrsto
D°_t	Relativna razlika za enot časovno enoto (izražena v deležu)
$D_t\%$	Relativna razlika za enot časovno enoto (izražena v odstotku)
$D_{t,M}$	Navadna (absolutna) razlika za M časovnih enot
$D^{\circ}_{t,M}$	Relativna razlika za M časovnih enot (izražena v deležu)
$D_{t,M}\%$	Relativna razlika za M časovnih enot (izražena v odstotku)
E	Število k pove, na koliko enot primerjalnega podatka računamo statistični koeficient (na 100, 1.000, 10.000, itd.)
F_j	Kumulativa frekvenc
F°_j	Kumulativa relativnih frekvenc
F_p	Fischerjev idealni agregatni indeks cen
F_q	Fischerjev idealni agregatni indeks količin
f_j	Frekvenca (absolutna)
f°_j	Relativna frekvenca
g_j	Gostota frekvence
g°_j	Gostota relativne frekvence
G_y	Geometrijska sredina
H_y	Harmonična sredina
i	Indeks za enoto v populaciji (i = 1,2,...,N)
I_p	Agregatni indeks cen

I_q	Agregatni indeks količin
$I_{j/\circ}$	Indeks s stalno osnovo
K	Statistični koeficient
K_j	Koeficient dinamike
$\overline{K}$	Povprečni koeficient dinamike
KA_{Mo}	Koeficient asimetrije izračunan iz modusa
KA_{Me}	Koeficient asimetrije izračunan iz mediane
KS	Koeficient sploščenosti
KV	Koeficient variacije
L_p	Laspeyresov agregatni indeks cen
L_q	Laspeyresov agregatni indeks količin
Me	Mediana (vrednost od katere ima 50% enot manjšo vrednost spremenljivke, 50% enot pa večjo)
Mo	Modus (najpogostejše vrednost proučevane spremenljivke)
N	Število enot v populaciji
P_p	Paaschejev agregatni indeks cen
P_q	Paaschejev agregatni indeks količin
QR	Kvartilni razmik
R	Rang
S_j	Stopnja rasti
t	Indeks za časovni razmik
T	Oznaka za trend
V_j	Verižni indeks
$\overline{V}$	Povprečni verižni indeks
VR	Variacijski razmik
x_t	Tehnični čas
Y_i	Podatek o vrednosti pojava Y za enoto i
Y_t	Podatek o vrednosti pojava Y v časovni enoti t
Y_j°	Strukturni delež
$Y_j\%$	Strukturni odstotek
$\tilde{Y}_t$	Drseča sredina za časovno enoto t
Y'_{t+1}	Ocenjena vrednost pojava v naslednji časovni enoti
Y'_{t+r}	Ocenjena vrednost pojava v r časovnih enot za enoto t
y_j	Sredina razreda

$y_{j,sp}$	Natančna spodnja meja razreda j
$y_{j,zg}$	Natančna zgornja meja razreda j
$y_{\min}$	Najmanjša vrednost številske spremenljivke v populaciji
$y_{\max}$	Največja vrednost številske spremenljivke v populaciji
y_P	Kvantil
α	Alfa, konstanta linearnega trenda, regresijska konstanta
β	Beta, smerni koeficient linearnega trenda, regresijski koeficient
ε	Epsilon, naključni vplivi na odvisno spremenljivko
μ	Mi, znak za aritmetično sredino
$\sum$	Sigma, znak za seštevanje
ρ_{xy}	Rho, korelacijski koeficient
ρ_{xy}^2	Determinacijski koeficient
σ_y	Sigma, standardni odklon individualni vrednosti od aritmetična sredine
σ_y^2	Varianca, skupna varianca pojava
σ_T	Standardni odklon od trenda
σ_ε	Standardna napaka ocene
σ_{xy}^2	Pojasnjena varianca pojava y zaradi vpliva x
$\sigma_{\varepsilon y}^2$	Nepojasnjena varianca pojava y

9.2. Pregled matematičnih in logičnih operacij

a + b	seštevanje
a – b	odštevanje
a * b	Množenje
a / b	Deljenje

x^n	Potenciranje
$\sqrt[n]{x}$	Korenjenje
$\sum_{i=1}^{N} x_i$	Seštevanje
$\sum_{j=1}^{k} f_j y_j$	Seštevanje produktov
$\sum_{i=1}^{N} x_i^2$	Seštevanje kvadratov
$\lvert x_i \rvert$	Absolutna vrednost

a < b	a manjši od b
a > b	a večji od b
a = b	a je enako b
a ≠ b	a ni enako b
a ≥ b	a je večji ali enak b
a ≤ b	a je manjši ali enak b
a ⇒ b	če a, potem b

Litaratura

Arh, F.: Statistika 1. Obrazci in postopki. Ljubljana: Ekonomska fakulteta, 1996.

Kachigan, S.K.: Statistical Analysis. New York: Radius press. 1982.

Košmelj, B. in Rovan, J.: Statistični obrazci in tabele. Ljubljana: Ekonomska fakulteta, 1999.

Mendenhall, W.: Probability and Statistics. Pacific Grove: Brooks/Cole – Thomson, 2003.

Sharma, S.: Applied Multivariate Techniques. John Wiley & Sons, 1996.

Seljak, J.: Statistika v javni upravi. Ljubljana: Fakulteta za upravo, 2002.