

1. Število pik pri dalmatincih je porazdeljeno normalno s povprečjem 70 in standardnim odklonom 20.

- (a) Da lahko nastopajo na tekmovanjih, mora število njihovih pik ležati na intervalu  $[60, 75]$ . Kolikšen del populacije dalmatincev je zaradi tega pravila izključen iz tekmovanj?
- (b) Kako verjetno je, da bo imel naključno izbrani dalmatinec več kot 80 pik?
- (c) Kateri simetrični interval s središčem v 70 moramo vzeti, da bo na njem ležalo število pik 66% celotne populacije dalmatincev?

(Odgovori: (a) 71%, (b) 30%, (c)  $[50.92, 89.08]$ .)

2. Podjetje proizvaja vijačne vzmeti in zadnje čase dobiva veliko reklamacij. Zato so se odločili preveriti delovanje svojih vzmeti. Zanima jih predvsem, kolikokrat lahko vzmet skrčijo in spet raztegnejo, preden se neprožno deformira in postane neuporabna. V ta namen so vzeli vzorec 8 vzmeti in jih krčili in raztezali toliko časa, dokler se niso neprožno deformirale. To se je zgodilo po 10000, 11000, 10500, 9500, 13000, 10000, 9000 oz. 11000 ciklih raztezanja in krčenja.

- (a) S 95% stopnjo zaupanja določite interval zaupanja za povprečno število ciklov raztezanja/krčenja, ki jih zdrži njihova vijačna vzmet.
- (b) Pri enaki stopnji zaupanja poiščite tudi interval zaupanja za standardni odklon povprečnega števila ciklov, ki jih vzmet zdrži.

(Odgovora: (a)  $[9476, 11524]$ , (b)  $[810, 2493]$ .)

3. Janez v sklopu priprav na kolokvij vsak dan v povprečju reši 5 nalog s standardnim odklonom 2.

- (a) Koliko nalog bo pričakovano rešil v 30 dneh?
- (b) Kako verjetno je, da bo v 30 dneh rešil manj kot 140 nalog?
- (c) Kolokvij bo zagotovo opravil, če reši vsaj 145 nalog. Kako verjetno je to?

(Odgovori: (a) 150, (b) 18%, (c) 68%.)

4. Iz statistik GRZS (Gorska reševalna zveza Slovenije) izvemo, da se na leto v povprečju potrebnih 3250 intervencij GRS (Gorske reševalne službe), od katerih jih ima 46 opraviti z nesrečo s smrtnim izidom.

- a) Izračunaj verjetnost, da se na dan zgodi kvečjemu 5 intervencij. Izračunaj dnevno verjetnost intervencije v nesreči s smrtnim izidom.

- b) Kakšna je verjetnost, da med dvema intervencijama preteče manj kot 2 uri časa? Ob rezultatu se zamisli nad dejstvom, da v Sloveniji nimamo niti profesionalizirane GRS (torej reševalci so prostovoljci), kaj šele namenske helikopterske enote za posredovanje v gorah.

Rešitev:

- a) 0.1216, 0.1184  
b) 0.52 Ojoj.

5. Učenci 9.a razreda so plezali na 5 m visok drog v telovadnici. Dosegli so naslednje čase (v sekundah):

7.11 5.32 5.91 8.42 6.03 6.91 5.44 5.79 7.32 6.27 5.71 5.39

- a) Izračunaj mediano, povprečni čas plezanja in njegov standardni odklon.  
b) Poišči interval zaupanja za povprečni čas s 95% stopnjo zaupanja.  
c) Poišči interval zaupanja za standardni odklon s 95% stopnjo zaupanja.  
d) Pri stopni značilnosti  $\alpha = 0.05$  testiraj hipotezo, da je čas plezanja učencev na 5m visok drog normalno porazdeljen.

Rešitev:

- a) 5.97, 6.3, 0.949  
b) [5.69, 6.90]  
c) [0.67, 1.61]

6. Stroj za izdelovanje plezalnih karabinov je zaradi kritičnosti izdelka potrebno kalibrirati po vsaki izdelani seriji 20000 karabinov. Vsako serijo testiramo z enostavnim naključnim vzorcem 100 karabinov, ki jih obremenimo do odpovedi. Smiselno je predpostaviti, da je sila odpovedi oziroma nosilnost karabinov v posamezni seriji porazdeljena normalno s povprečjem in standardnim odklonom, ki ju izračunamo s pomočjo rezultatov testiranja vzorca. Karabini imajo deklarirano nosilnost 26 kN. Serijo sprejmemo le, če lahko na podlagi testiranja vzorca z 99,9% gotovostjo trdimo, da bodo karabini te serije zdržali deklarirano silo odpovedi. Sicer celotno serijo karabinov zavržemo.

- a) Na vzorcu iz serije N091234 smo za nosilnost izračunali povprečje 31,1 kN in popravljen vzorčni standardni odklon 1,7 kN. Bomo to serijo sprejeli ali zavrgli?  
b) Plezalec kupi komplet karabinov iz serije N091235, za katero je izračunana povprečna nosilnost 29,2 kN s standardnim odklonom 0,63 kN. Je ta serija šla utemeljeno v prodajo? Pri plezanju plezalec uporabi tri karabine. Recimo, da bi v primeru padca na vse tri karabine delovala enaka sila 25 kN. Kakšna je verjetnost, da vsi trije karabini popustijo pod takšno obremenitvijo?

Rešitev:

- a) Ne. Verjetnost, da karabin ne zdrži predpisane obremenitve, je prevelika: 0.0013.  
b)  $2.2 \cdot 10^{-33}$  To bi si upali tvegati, kajne?
7. V dvigalo, ki zdrži 1250 kg, vstopi 16 ljudi, katerih teža je porazdeljena normalno  $N(75, 7)$ . Kolikšna je verjetnost, da se bo dvigalo strgalo?  
(Odgovor. S pomočjo CLI dobimo  $P = 1 - \Phi\left(\frac{1250-16 \cdot 75}{4 \cdot 7}\right) = 0.0371$ )
8. V tovarni prenosnih računalnikov testirajo vzdržljivost računalnikov pri padcu na tla. Želijo izvedeti delež računalkov, ki se pri padcu na določeni višini pokvarijo. Najmanj koliko računalnikov naj spustijo, da bodo z 10% tveganjem dobili interval zaupanja velik  $\pm 4\%$ ?  
(Odgovor.  $I = (\bar{X} - k, \bar{X} + k)$ ,  $k = 0.04$ ,  $k = \frac{c \cdot \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{c \cdot \sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = p(1-p)(c/k)^2$ . To bo največje pri  $p = 0.5$ , dobimo  $n = 425, 4$ . Spustiti moramo vsaj 426 računalnikov.)
9. Zavarovalnica je prvotno predpostavila, da bo povprečen zahtevek za povračilo škode velik 1500 EUR. Na sredini leta jih skrbi, da so podali napačno oceno in ne bodo imeli dobička. Izberejo 40 naključno izbranih zahtevkov in izračunajo povprečje 1600 EUR. Ob predpostavki  $\sigma = 400$  EUR pri  $\alpha = 0, 05$  tesitraj, če naj zavarovalnico skrbi.  
(Odgovor.  $H_0 : \mu = 1500, H_A : \mu > 1500$ .  $T = (1600 - 1500) \cdot \sqrt{40}/(400) = 1, 59$ .  $Z_\alpha = 1.644854$ . Zavarovalnico ni potrebno skrbeti, ničelne hipoteze ne zavrremo.)
10. 1000 Naključnih ljudi so povprašali o glasovanju na referendumu. 600 jih je odgovorilo, da bo na referendumu glasovala z da. Poišči 95% interval zaupanja rezultata referenduma (deleža prebivalstva, ki bo referendum podprla).  
(Odgovor.  $I = (0.6 - 0.03, 0.06 + 0.03)$ .)
11. Izpit z DA/NE odgovori ima 48 vprašanj. Jasna na vsako vprašanje odgovori pravilno z verjetnostjo  $3/4$ . Ana pa pri vsakem vprašanju le ugiba. Izpit opravi, če na vsaj 30 vprašanj odgovori pravilno. Oцени verjetnosti, da Jasna oziroma Ana opravi izpit.  
(Odgovor: Jasna bo opravila izpit z verjetnostjo 0.977, Ana pa z verjetnostjo 0.0416.)
12. Zvezna slučajna spremenljivka  $X$  z vrednostmi na intervalu  $[0, 2]$  ima za  $x \in [0, 2]$  tako porazdelitveno funkcijo:

$$F_X(x) = P(X \leq x) = ax^2.$$

- (a) Določi  $a$  tako, da bo  $F_X$  res porazdelitvena funkcija slučajne spremenljivke  $X$ .  
(b) Kaj je gostota  $f_X(x)$  te slučajne spremenljivke?  
(c) Določi  $P(X \leq 3/2)$ ,  $P(X \geq 1/2)$  in  $P(1/2 \leq X \leq 3/2)$ !

(Odgovori: (a)  $a = 1/4$ , (b)  $f_X(x) = x/2$ , (c) 0.5625, 0.9375 in 0.5.)

13. Naprava za polnjenje posodic za margarino naj bi bila naravnana tako, da vsako posodico napolni z 250 grami margarine. Količina margarine v vsaki posodici je (normalno porazdeljena) slučajna spremenljivka  $X$  s srednjo vrednostjo 250 in standardnim odklonom 2.5. Iz serije naključno izberemo 25 posodic, izmerimo količino margarine v vsaki posodici, in dobimo  $\bar{X} = 250.2$ . Določi 95%-i interval zaupanja za  $\mu = E(X)$ . Ali lahko rečemo, da je naprava pravilno kalibrirana?  
(Odgovor: (249.22, 251.18). Da, saj je 250 znotraj tega intervala.)
14. Poskus petih zaporednih metov kovanca ponovimo 50 krat in dobimo tako tabelo:

Št. grbov v 5-ih metih	0	1	2	3	4	5
Frekvenca	5	9	14	15	7	0

Testiraj hipotezo, da je št. grbov v 5 metih porazdeljeno binomsko,  $B(1/2, 5)$ , pri stopnji značilnosti  $\alpha = 0.05$ . Ali bi lahko rekli, da je kovanec pošten? Ali bi lahko poštenost kovanca testirali tudi drugače?

(Odgovor: Hipoteze ne zavrnamo. Kovanec *ni nepošten*. Da, ...)