1. Naj bo X zvezna slučajna spremenljivka z zalogo vrednosti na intervalu $[0, 1]$ in gostoto $g_X(x) = cx(1 - x)$.

   (a) Določi konstanto c.

   (b) Določi porazdelitveno funkcijo F_X.

   (c) Določi verjetnosti $P(0 < X < \frac{1}{4})$ in $P(\frac{1}{4} < X < \frac{3}{4})$.

   (d) Določi matematično upanje $E(X)$.

   (e) Določi disperzijo $D(X)$ in standardni odklon $\sigma(X)$.

   $c = 6$. $F_X(x) = 3x^2 - 2x^3$. $P(0 < X < \frac{1}{4}) = \frac{5}{32}$, $P(\frac{1}{4} < X < \frac{3}{4}) = \frac{11}{16}$. $E(X) = \frac{1}{2}$. $D(X) = \frac{1}{20}$, $\sigma(X) = \frac{1}{2\sqrt{5}}$.

2. Naj bo X zvezna slučajna spremenljivka z zalogo vrednosti na intervalu $[0, \pi]$ in gostoto $g_X(x) = c \sin(x)$

   (a) Določi konstanto c.

   (b) Določi porazdelitveno funkcijo F_X.

   (c) Določi verjetnosti $P(0 < X < \frac{\pi}{4})$.

   (d) Določi matematično upanje $E(X)$, disperzijo $D(X)$ in standardni odklon $\sigma(X)$.

   $c = \frac{1}{2}$. $F_X(x) = \frac{1-\cos(x)}{2}$. $P(X < \frac{\pi}{4}) = \frac{2-\sqrt{2}}{4}$. $E(X) = \frac{\pi}{2}$.

3. Naj bo X slučajna spremenljivka z zalogo vrednosti na intervalu $[0, 1]$ in gostoto $g_X(x) = 4(x - 1)\log(1 - x)$.

   (a) Preveri, da je to res gostota slučajne spremenljivke.

   (b) Poišči verjetnost $P(0 < X < \frac{1}{2})$.

   (c) Poišči matematično upanje $E(X)$.

```
> g = function(x) { 4*(x-1)*log(1-x) }
> plot(g, 0, 1)
> integrate(g, 0, 1)
1 with absolute error < 0.00012
> g = function(x) { 4*(x-1)*log(1-x) }
> p = integrate(g, 0, 1/2)
> p
0.4034264 with absolute error < 4.5e-15
> p$value
[1] 0.4034264
> xg = function (x) { 4*x*(x-1)*log(1-x) }
> EX = integrate(xg, 0, 1)$value
> EX
[1] 0.5555556
```

```
> DX = integrate(function (x) x^2*g(x), 0, 1)$value -
+      integrate(function (x) x*g(x), 0, 1)$value^2
> sqrt(DX)
[1] 0.2290614
```

4. Na štoparici imamo oznake za natančnost 0.2 sekunde. Pri merjenju časa izmerjeni čas zaokrožimo na najbližjo oznako. Kolikšna je verjetnost, da bomo pri merjenju časa naredili napako večjo od 0.05 sekund.

   $p = \frac{1}{2}$

5. Pri merjenju razdalje naredimo sistemsko napako -50m in še naključno napako, ki je normalno porazdeljena s povprečjem 0m in standardnim odklonom $\sigma = 100m$.

   (a) Določi porazdelitev napake pri merjenju.

   (b) Koliko je verjetnost, da bomo pri merjenju naredili napako (po absolutni vrednosti) manjšo od 150m?

   (c) Koliko je verjetnost, da bo izmerjena dolžina manjša od prave dolžine?

```
> pnorm(150, -50, 100) - pnorm(-150, -50, 100)
[1] 0.8185946
> pnorm(0, -50, 100)
[1] 0.6914625
```

$\Phi\left(\frac{150+50}{100}\right) - \Phi\left(\frac{-150+50}{100}\right) = \Phi(2) - \Phi(-1) = \Phi(2) - (1 - \Phi(1)) = 0.9773 - (1 - 0.8413)$
$\Phi\left(\frac{0+50}{100}\right) = \Phi(0.5) = 0.6915$

6. Na traku imamo naključno vrezane oznake, v povprečju eno oznako na centimeter. Premikamo se po traku in merimo razdalje med zaporednima oznakama.

   (a) Koliko je verjetnost da bo med prvimi desetimi oznakami vsaj med dvema zaporednima razdalja več kot 2cm.

   (b) Premikamo se po traku dokler ne pridemo do oznake, ki je do naslednje oznake na traku oddaljena vsaj 2 cm.
   Kolikšna je verjetnost, da bomo morali pregledati vsaj 5 oznak?

```
> # verjetnost, da je razdalja med dvema zaporednima
> # oznakama vsaj 2cm
> p = 1 - pexp(2, 1)
> p
[1] 0.1353353
> # (a)
> sum(dbinom(2:9, 9, p))
[1] 0.3492639
> # (b)
> 1 - sum(dgeom(0:4, p))
[1] 0.4833244
```