# OVS: vaje 5. teden

| $X$ | $P(X=x)$ | $P(X \leq x)$ | $E(X)$ |
|---|---|---|---|
| B$(n,p)$ | dbinom$(x,n,p)$ | pbinom$(x,n,p)$ | $np$ |
| G$(p)$ | dgeom$(x-1,p)$ | pgeom$(x-1,p)$ | $\frac{1}{p}$ |
| NegBin$(m,p)$ | dnbinom$(x-m,m,p)$ | pnbinom$(x-m,m,p)$ | $\frac{m}{p}$ |
| H$(n;N,M)$ | dhyper$(x,N,M,n)$ | phyper$(x,N,M,n)$ | $\frac{nN}{N+M}$ |
| P$(\lambda)$ | dpois$(x,\lambda)$ | ppois$(x,\lambda)$ | $\lambda$ |

1. Vržemo standardno kocko in število pik, ki padejo, označimo z X. Zapišite porazdelitev te slučajne spremenljivke ter narišite graf njene porazdelitvene funkcije.

2. Neodvisno vržemo dva poštena kovanca in standardno kocko. Za vsako piko dobimo en evro, za vsako cifro, ki pade, pa dva evra. Slučajna spremenljivka $S$ naj predstavlja skupni znesek v evrih, ki ga dobimo. Zapišite njeno porazdelitev.

3. Trije lokostrelci streljajo na tarčo. Verjetnost, da jo zadane prvi je $\frac{1}{2}$, verjetnost, da jo zadane drugi $\frac{1}{4}$ in verjetnost, da jo zadane zadnji $\frac{1}{6}$. Z $X$ označimo število zadetkov tarče po tem, ko vsi sprožijo svoj strel. Določi porazdelitev slučajne spremenljivke $X$ in verjetnost dogodka, da bosta tarčo zadela vsaj dva strela.

4. Za diskretno slučajno spremenljivko $X$ z zalogo vrednosti $\{1,2,3,4\}$ velja $P(X=k) = C \cdot k^2$. Določi konstanto $C$. Kakšna je verjetnost $P(x>2)$. Določi porazdelitveno funkcijo $F(x) = P(X \leq x)$.

5. Dve kocki mečemo, dokler skupaj ne vržemo vsaj 10 pik. Kolikšna je verjetnost, da bomo 10 pik vrgli prej kot v dvanajstih metih? Kolikšna pa je verjetnost, da bomo potrebovali vsaj 20 metov? Koliko je pričakovano število potrebnih metov? Kolikšna je verjetnost, da se število potrebnih metov od pričakovanega razlikuje za manj kot dva meta?

6. Kocko mečemo, dokler trikrat ne pade šest pik. Izračunaj verjetnost, da bomo potrebovali manj kot deset metov. Izračunaj verjetnost, da bomo kocko morali vreči vsaj petnajstkrat. Izračunaj verjetnost, da bo potrebno število metov med 10 in 20.

7. Bankomat pred blokom je deloma pokvarjen, zato pravilno PIN kodo sprejme le v $\frac{3}{4}$ primerov. Če zaradi te napake pravilno pin kodo zavrne 3-krat,

potem kartico zadrži. Seveda uporabniki glede tega niso preveč srečni in se pritožijo na okencu bližnje banke. Predpostavi, da na dan bankomat uporabi 100 (10) ljudi.

(a) Koliko pritožb lahko pričakujejo na banki vsak dan?

(b) Kako verjetno je, da bodo dobili natanko dve pritožbi?

8. Med dvajsetimi izdelki v zaboju je pet pokvarjenih. Iz zaboja naključno izbiramo izdelke, dokler ne izberemo delujočega. Pri tem početju izbranih izdelkov ne vračamo nazaj v zaboj. Označimo z $X$ število potrebnih izbiranj, dokler v rokah ne držimo izpravnega izdelka.

   Zapiši porazdelitveno shemo slučajne spremenljivke $X$. Kolikokrat lahko pričakujemo, da bomo morali seči v zaboj?

9. Vržemo dve igralni kocki. Naj bo $X_1$ število pik na prvi kocki in $X_2$ število pik na drugi kocki. Označimo z $Y$ maksimalno videno število pik na posamezni kocki, torej $Y = \max\{X_1, X_2\}$.

   a) Izračunaj matematično upanje in (*)disperzijo slučajne spremenljivke $Y$.

   b) Kocki mečemo, dokler vsaj na eni ne pade šestica. Izračunaj pričakovano število metov.

10. Na Ljubljanskem maratonu sodeluje 500 žensk in 750 moških. Pred štartom novinar izbere 20 tekmovalcev za intervju. Kolikšna je verjetnost, da bo izbranih več žensk kot moških? Koliko je pričakovano število žensk, izbranih za intervju? Kolikšna je verjetnost, da se bo dejansko število izbranih žensk od pričakovanega razlikovalo za največ 2.

11. Slučajna spremenljivka ima zalogo vrednosti $Z(X) = \{1, 2, \ldots, 100\}$. Verjetnost, da ima $X$ vrednost $k$ je $P(X = k) = \frac{c}{k}$.

   (a) Izračunaj konstanto $c$.

   (b) Izračunaj $P(X \leq 10)$.

   (c) Izračunaj matematično upanje $E(X)$.

   (d*) Izračunaj disperzijo $D(X)$ in standardni odklon $\sigma(X)$.