1. Obiske spletne strani lahko dobro modeliramo s Poissonovo porazdelitvijo. Neko stran v povprečju obišče 10 uporabnikov na uro. *Odgovor: Eksponentna porazdelitev z* $\lambda = \frac{1}{6}$

   (a) Kolikšna je verjetnost, da bo naslednji obisk med 2 in 3 minutami po prejšnjem? *Odgovor:* $P = e^{-\frac{3}{6}} - e^{-\frac{2}{6}}$

   (b) Kolikšna je verjetnost, da se nihče ne obišče spletne strani v 6 minutah? *Odgovor:* $P = 1 - (1 - e^{-1}) = e^{-1}$

   (c) Koliko dolg je lahko časovni interval, da z 90% verjetnostjo ne bo nobene prijave v tem času. *Odgovor:* $P = 0.9 = 1 - (1 - e^{-\frac{t}{6}}$ *in* $t = -6\log(0.9)$

   (d) Izračunaj mediano in kvartile. *Odgovor: mediana dobimo kot rešitev enačbe* $P(T < t) = 0.5 = 1 - e^{-\frac{t}{6}}$*, kvartile pa ko rešitve enačb* $\frac{k}{4} = 1 - e^{t}6$.

2. Mr. Bean štopa na osamljeni cesti, po kateri pripelje en avto vsakih 10 minut. *Odgovor: Eksponentna porazdelitev* $\lambda = \frac{1}{10}$

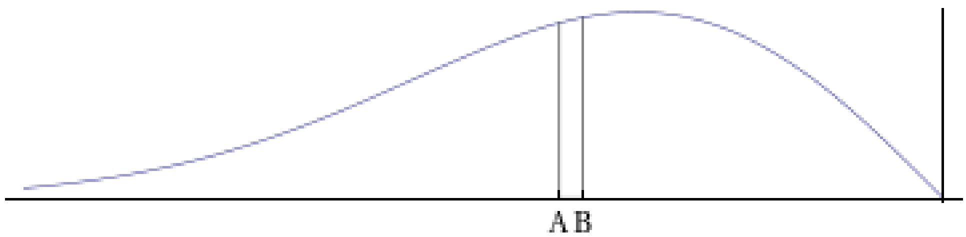
   (a) Kolikšna je verjetnost, da bo na prvi avto čakal več kot pol ure? *Odgovor:* $P = 1 - (1 - e^{-\frac{30}{10}}$

   (b) Po nekaj minutah Mr. Beana zgrabi na potrebo in za 5 minut se zapre v leseno latrino ob cesti. Kolikšna je verjetnost, da bo ravno v tem času prišel mimo avto? *Odgovor:* $P = 1 - e^{-\frac{5}{10}}$

   (c) Koliko časa lahko porabi Mr. Bean na latrini, da z verjetnostjo 80% ne bo zamudil naslednjega avtomobila. *Odgovor:* $0.8 = 1 - (1 - e^{-\frac{t}{10}})$ *in* $t = -10\log(0.8)$

   (d) Izračunaj mediano za čas, v katerem bo prišel naslednji avtomobil. Kaj bi ta podatek povedal Mr. Beanu, preden bi se odpravil na latrino? *Odgovor:* $0.5 = 1 - e^{-\frac{m}{10}}$ *in* $m = -10\log(0.5)$, *podatek pove, koliko časa je lahko Mr. Bean na latrini, da z verjetnostjo* 50% *ne bo ta čas nobenega avtomobila mimo.*

3. Na sliki je graf gostote verjetnosti za neko slučajno spremenljivko



   na katerem sta z A in B označeni mediana in povprečje. Katera je katera? *Odgovor: Ker je "grba" pomaknjena bolj v desno, je povprečje večje od mediane.*

4. Sindikati pogosto opozarjajo, da več kot 60% ljudi dobiva plačo nižjo od povprečne plače. So plače v Sloveniji porazdeljene normalno? Približno skiciraj graf gostote porazdelitve, kjer bi bilo 60% populacije pod povprečjem. *Odgovor: Začni z enakomerno porazdelitvijo na nekem intervalu. Mediana in povprečje sta na sredini intervala. Predstavljaj si, da je lik med grafom gostote in x-osjo pogača. Mediana razdeli pogačo na dva enako velika dela. Če dele pogače prestavljamo samo znotraj posameznih polovic, se*

mediana ne spremeni. Povprečje lahko povečamo, ne da bi pri tem spremenili mediano, če ljudem z visoko plačo le-to še povišamo. Prav tako lahko povprečje zvišamo, ne da bi spremenili mediano, če plače nekoliko (do mediane) zvišamo tistim z najnižjimi plačami.

5. Telesna višina neke populacije je porazdeljena normalno s povprečjem $\mu = 178cm$ in standardnim odklonom $\sigma = 4.5cm$.

   (a) Kolikšen delež ljudi ima višino na intervalu $[\mu - \sigma, \mu + \sigma]$. *Odgovor:* $\Phi(1) - \Phi(-1) = 0.68269$

   (b) Določi δ, tako da bo 50% populacije imelo višino na intervalu $[\mu - \delta, \mu + \delta]$. Kakšna je zveza med δ in kvartili? *Odgovor: $\mu - \delta$ je prvi kvartil, $\mu + \delta$ pa 3. kvartil.* $2\Phi(\frac{\delta}{\sigma}) - 1 = 0.5$ *in* $\delta = 0.67\sigma$.

   (c) Podobno določi interval okrog μ v katerem bo 90% populacije. Kateri kvantili ga določajo? *Odgovor: Interval določata prvi in zadnji 20-kvantila (vigintila).* $2\Phi(\frac{\delta}{\sigma}) - 1 = 0.9$ *in* $\delta = 1.64\sigma$ *interval pa je enak* $[\mu - \delta, \mu + \delta]$.

6. Laserski merilec dolžine ima povprečno napako 0cm, standardni odklon napake pa 1cm.

   (a) Meritev ponovimo 20 krat in izračunamo povprečje. Oceni koliko je verjetnost, da je napaka manjša od 0.5cm. *Odgovor:* $P = 2\Phi(0.5\sqrt{20}) - 1 = 0.975$

   (b) Koliko meritev bi morali izvesti, da bi verjetnost, da je napaka manjša od 1mm, narastla na 90%. *Odgovor:* $0.9 = 2\Phi(0.1\sqrt{n}) - 1$ *in* $n = 271$.

7. Pri francoski ruleti je pričakovani dobiček igralnice za vsako stavo (na rdeče ali črno polje) enak $\frac{1}{37}$, standardni odklon pa $\sqrt{1 - \frac{1}{37^2}}$.

   (a) Igralec odigra 20 stav. Oceni verjetnost, da je igralec dobil več denarja, kot ga je vložil. *Odgovor:* $P(D < 0) = \Phi(\frac{0-\mu}{\sigma}\sqrt{20}) = 0.4512$

   (b) Koliko je razpon dobitka igralca v 20 stavah, ki se bo zgodil z 90% verjetnostjo *Odgovor:* $0.9 = 2\Phi(\frac{\delta}{\sigma\sqrt{20}}) - 1$ *in* $\delta = 7.255923$, *dobitek je na intervalu* $[-\frac{20}{37} - \delta, -\frac{20}{37} + \delta] = [-7.796463, 6.715382]$.

   (c) Igralnica odigra 10000 stav na ruleti s svojimi strankami. Koliko je razpon povprečnega dobitka igralnice, ki se bo zgodil z 99% verjetnostjo? *Odgovor:* $0.99 = 2\Phi(\frac{\delta}{\sigma}\sqrt{10000}) - 1$ *in* $\delta = 0.02540782$, *razpon pa je* $[0.001619203, 0.052434851]$.