

IZPIT IZ MATEMATIKE ZA BIOLOGE
15. SEPTEMBER 2005

1. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & -5 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Določi lastne vrednosti in lastne vektorje matrike A . Ali se da diagonalizirati?

2. Izračunaj limiti:

(a)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(4x)}{\sqrt{x+1} - 1}$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos \frac{x}{2}}{x \sin x}$$

3. Funkcijo

$$y = e^{2x} - \sin x$$

razvij v Taylorjevo vrsto okrog točke 0 do potence x^6 . Koliko je koeficient pri x^6 ?

4. Poišči splošno rešitev enačbe

$$y'' - 7y' + 6y = te^t.$$

Nasvet: posebno rešitev poišči z nastavkom: $y = (At^2 + Bt)e^t$.

REŠITVE

1. Lastne vrednosti: 3, -3. Lastna vektorja: $(0, 5, 1)$, $(0, -1, 1)$. Matrika se ne da diagonalizirati, ker nima treh neodvisnih lastnih vektorjev.

2. a) 8. b) $\frac{1}{8}$.

3. $1 + x + 2x^2 + \frac{3}{2}x^3 + \frac{2}{3}x^4 + \frac{31}{120}x^5 + \frac{4}{45}x^6 + \dots$, $a_6 = \frac{4}{45}$.

4. $y = c_1e^t + c_2e^{6t} - (\frac{1}{10}t^2 + \frac{1}{25}t)e^t$.