MATEMATIKA ZA BIOLOGE **1. DELNI IZPIT** 25. 11. 2008

IME IN PRIIMEK: ______________________ VPISNA ŠTEVILKA: ______________________

VRSTA: ______________________ KOLONA: ______________________

---

1. Funkciji $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sta podani s predpisoma

$$f(x) = \cos x \qquad \text{in} \qquad g(x) = x^2 - 1.$$

Za vsako od njiju ugotovi, ali je injektivna/surjektivna/bijektivna ter določi funkciji $f \circ g$ in $g \circ f$.

Rešitev: Funkcija f ni injektivna, ker je denimo $f(0) = f(2\pi)$, in ni surjektivna, ker 2 ni v zalogi vrednosti; funkcija g ni injektivna, ker je denimo $g(-1) = g(1)$ in ni surjektivna, ker denimo -2 ni v zalogi vrednosti.
Velja $(f \circ g)(x) = \cos(x^2 - 1)$ in $(g \circ f)(x) = \cos^2 x - 1$.

2. Raziskave zanesljivosti detektorjev laži kažejo, da naprava zazna lažen odgovor v 88% primerov in zazna pravilen odgovor v 86% primerov. Ob terstiranju večjega števila ljudi na vprašanje, pri katerem velika večina ljudi (99%) nima interesa lagati, je poligraf pri enem od vprašanih zaznal simptome lažnega odgovora. Kakšna je verjetnost, da je vprašani govoril resnico?

Rešitev: Označimo z G dogodek, da vprašani govori resnico in z Z dogodek, da detektor zazna lažni odgovor. Potem je po Bayesovi obratni formuli

$$P(G|Z) = \frac{P(Z|G)P(G)}{P(Z|G)P(G) + P(Z|G^c)P(G^c)} = \frac{0.14 \cdot 0.99}{0.14 \cdot 0.99 + 0.88 \cdot 0.01} = \frac{63}{67} = 0.94.$$

3. Dani sta matriki

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \text{ in } B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Določi matriko X, ki zadošča enačbi $XA^T + B = 0$.

Rešitev: Izrazimo $X = -B(A^T)^{-1}$ in dobimo

$$X = \begin{bmatrix} -1 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}.$$

4. Poišči vse rešitve sistema enačb

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x & - & y & + & z & - & t & = & -1 \\ 2x & + & 3y & + & 3z & - & 12t & = & 2 \\ -x & & & - & z & + & 3t & = & 0 \\ -2x & + & y & - & z & + & 4t & = & 0. \end{array}$$

Rešitev: Dobimo

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$