

3. kolokvij iz matematike za biologe, 20. maja 2005

1. Funkcijo

$$y = \frac{1}{3-x}$$

razvij v Taylorjevo vrsto okrog točke $x = 1$.

Kje je vrsta konvergentna?

Koliko je $f^{(2005)}(1)$?

2. Izračunaj:

(a)

$$\int \frac{e^x dx}{\sqrt{4-e^{2x}}},$$

(b)

$$\int_0^\pi \frac{\sin x dx}{2 \cos^2 x + \sin^2 x}.$$

3. Dana je funkcija dveh spremenljivk

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 4x - 2y + 5.$$

(a) Določi njene lokalne ekstreme in jih klasificiraj.

(b) Določi vezane ekstreme pri pogoju $x^2 + y^2 = 5$.

4. Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$y' - 2xy = x.$$

Napravi preizkus.

Rešitve

1.a)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^{n+1}}.$$

b) Vrsta je konvergentna na intervalu $(-1, 3)$.

c) $f^{(2005)}(1) = \frac{2005!}{2^{2006}}$.

2. a) $\arcsin\left(\frac{e^x}{2}\right) + C$.

b) $\frac{\pi}{2}$.

3. a) V točki $T(2,1)$ je lokalni minimum, $z_{min} = 0$.

b) $T_1(2, 1), T_2(-2, -1)$.

4. $y = Ce^{x^2} - \frac{1}{2}$.