

4 Merjenje nivoja

6.1. Opišite in razložite (vključno z enačbami) kapacitivni način merjenja nivoja tekočin! Do katere višine sega olje v rezervoarju, ki ima obliko kocke s stranico 5 m, če izmerimo kapaciteto 73,1 pF? Influenčna konstanta $\epsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12} \text{As/Vm}$, dielektrična konstanta zraka je 1, olja pa 2,3.

Poln in prazen del posode sta vzporedno vezana kondenzatorja s kapaciteto, enako vsoti obeh delnih kapacitet.

$$C = C_1 + C_2 = \epsilon_0 \left(\epsilon_1 \frac{S_1}{d} + \epsilon_2 \frac{S_2}{d} \right) = \epsilon_0 \left(\epsilon_1 \frac{h a}{a} + \epsilon_2 \frac{(a-h)a}{a} \right)$$

$$C = \epsilon_0 h (\epsilon_1 - \epsilon_2) + \epsilon_0 \epsilon_2 a \Rightarrow$$

$$h = \frac{C - \epsilon_0 \epsilon_2 a}{\epsilon_0 (\epsilon_1 - \epsilon_2)} = \frac{73,1 \cdot 10^{-12} \text{As/V} - 8,86 \cdot 10^{-12} \text{As/Vm} \cdot 1 \cdot 5 \text{ m}}{8,86 \cdot 10^{-12} \text{As/Vm} (2,3 - 1)} = 2,5 \text{ m}$$

6.2. V bazenu, globokem 3 metre, merimo nivo vode s plovcem, obešenim na tehtnico. Plovec je valjaste oblike s presekom 5 cm², gostote $\rho_p = 2,00 \text{ kg/dm}^3$ in enake višine kot je bazen. Za koliko m je narasel nivo vode v bazenu, če se je odčitek na tehtnici spremenil za 1 kg? Ali tehtnica pokaže več ali manj, če nivo naraste?

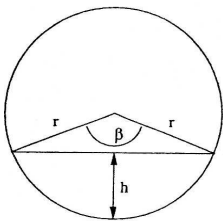
Sprememba teže = sprememba sile vzgona

$$\Delta m g = \Delta V_{\text{izpodrinjene vode}} \rho g = S \Delta h \rho g$$

$$\Delta h = \frac{\Delta m}{S \rho} = \frac{1 \text{ kg}}{5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2 \cdot 1000 \text{ kg/m}^3} = 2 \text{ m}$$

Nivo naraste za 2 metra. Če nivo naraste, tehtnica pokaže manj.

6.3.



V valjastem rezervoarju, ki je položen na bok, merimo nivo kurilnega olja z manometrom, ki je pritrjen na dno. **a)** Do katere višine sega kurilno olje v njem, če manometer pokaže 33,4 mb? **b)** Izračunajte, koliko litrov kurilnega olja je v rezervoarju, katerega polmer je 0,60 m in dolžina 2,00 m! Ploščino krožnega odseka se izračuna po enačbi $P = \frac{r^2}{2} \left(\frac{\beta\pi}{180^\circ} - \sin\beta \right)$.

c) Kako bi še lahko izmerili višino gladine v tem rezervoarju? Gostota kurilnega olja je 850 kg/m^3 , $g=9,81 \text{ m/s}^2$.

Višino tekočine nad senzorjem izračunamo po enačbi $\Delta P = \rho g h$:

$$h = \frac{\Delta P}{\rho g} = \frac{3340 \text{ N/m}^2}{850 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2} = 0,40 \text{ m}$$

Sedaj moramo izračunati ploščino krožnega odseka. Najprej izračunamo kot $\beta/2$:

$$\cos\left(\frac{\beta}{2}\right) = \frac{r-h}{r} = \frac{0,2 \text{ m}}{0,6 \text{ m}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{\beta}{2} = 70,53^\circ$$

Ploščina odseka = ploščina izseka - ploščina enakokrakega trikotnika (kraka dolžine r in vrhni kot β).

Ploščina izseka je sorazmerni del ploščine kroga:

$$S_{\text{izsek}} = S_{\text{krog}} \frac{\beta}{360^\circ} = \pi r^2 \frac{\beta}{2\pi} = \pi (0,6 \text{ m})^2 \frac{141,06^\circ}{360^\circ}$$

$$S_{\text{trikotnik}} = 2 \frac{r \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) (r-h)}{2}$$

$$S_{\text{odsek}} = S_{\text{izsek}} - S_{\text{trikotnik}} = \pi r^2 \frac{\beta}{360^\circ} - 2 \frac{r \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) (r-h)}{2}$$

$$S_{\text{odsek}} = \pi (0,6 \text{ m})^2 \frac{141,06^\circ}{360^\circ} - 0,60 \text{ m} \cdot 0,20 \text{ m} \sin(70,53^\circ) = 0,330 \text{ m}^2$$

Volumen kurilnega olja je torej $V = S_{\text{odsek}} l = 2 \text{ m} \cdot 0,330 \text{ m}^2 = 0,660 \text{ m}^3 = 660 \text{ l}$

$$t_{1,2} = \frac{-a \pm \sqrt{a^2 + 4b}}{2b} = \frac{-3,908 \cdot 10^{-3}/st \pm \sqrt{(3,908 \cdot 10^{-3}/st)^2 - 4 \cdot 5,785 \cdot 10^{-7}/st^2}}{-2 \cdot 5,785 \cdot 10^{-7}/st^2}$$

$$t_1 = 266,4^\circ\text{C} \quad t_2 = 6489,2^\circ\text{C}$$

Izberemo edino smiselno rešitev, t_1 . V enačbi za termočlen $U = a\Delta t + b\Delta t^2$ upoštevamo samo prvi člen:

$$a = \frac{U}{\Delta T} = \frac{U}{T - T_0} = \frac{11 \text{ mV}}{(266,4 - 0)^\circ\text{C}} = 41,3 \mu\text{V}/st$$

3.2. Temperaturo kopeli merimo s termistorjem s konstanto $B = 6200 \text{ K}$. Pri kateri temperaturi bi bila napaka pri določanju temperature enaka $0,3 \text{ K}$, če je relativna napaka pri merjenju upornosti $1,5\%$

$$R = Ae^{\frac{B}{T}} \quad \text{naredimo diferencial:} \quad dR = -\frac{B}{T^2} Ae^{\frac{B}{T}} dT = -\frac{B}{T^2} R dT$$

Diferenciale d nadomestimo z diferencami (Δ):

$$\frac{\Delta R}{R} = -\frac{B}{T^2} \Delta T \quad \Rightarrow \quad T = \sqrt{\frac{|-B \Delta T|}{\frac{\Delta R}{R}}} = \sqrt{\frac{6200 \text{ K} \cdot 0,3 \text{ K}}{0,015}} = 352 \text{ K} = 79^\circ\text{C}$$

3.3. Izračunajte upornost in občutljivost $dR/(R dT)$ platinskega uporovnega termometra pri $T=25,00^\circ\text{C}$! Kako merimo električno upornost tega termometra? (Narišite shemo vezave!) $a = 3,9078 \cdot 10^{-3}/st$, $b = -5,7848 \cdot 10^{-7}/st^2$, $R_0 = 100,00\Omega$

$$R = R_0(1 + a t + b t^2)$$

$$R = 100,00\Omega (1 + -3,908 \cdot 10^{-3}/st \cdot 25 \text{ st} - 5,785 \cdot 10^{-7}/st^2 \cdot 25^2 \text{ st}^2) = 109,73\Omega$$

$$dR = R_0(a + 2 b t) dt \quad \Rightarrow \quad \frac{dR}{R dT} = \frac{a + 2 b t}{1 + a t + b t^2} = 0,00354 st^{-1}$$

3.4. Živosrebni termometer ima v bučki $0,5 \text{ cm}^3 \text{ Hg}$, premer kapilare pa je $0,05 \text{ cm}$. Koliko mm je dolga stopinja na skali tega termometra? Relativni razteznostni koeficient Hg je $1,8 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ in stekla $0,2 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$.

Tako steklo kot živo srebro se raztezata z naraščajočo temperaturo. Živo srebro se razteza bolj, zato se mu volumen poveča bolj, kot se poveča prostornina steklene bučke, v kateri je.

$$\Delta V = V_0 \Delta \beta \Delta T$$

kjer je $\Delta \beta$ razlika relativnih volumnskih razteznostnih koeficientov živega srebra in stekla. Prirastek volumna ΔV se pozna kot dvig v kapilari (valj): $\Delta V = \pi r^2 h$.

$$\Delta V = 0,5 \text{ cm}^3 \times (1,8 - 0,2) \times 10^{-4} \text{ K}^{-1} \times 1 \text{ K} = 9,0 \times 10^{-5} \text{ cm}^3$$

$$h = \frac{\Delta V}{\pi r^2} = \frac{9,0 \times 10^{-5} \text{ cm}^3}{\pi 0,025^2 \text{ cm}^2} = 4,07 \text{ cm}$$

3.5. Izmeriti želimo majhno temperaturno razliko med zmrziščem čiste vode (0°C) in neke raztopine ($-0,3^\circ\text{C}$). Na voljo imamo platinski uporovni termometer ($R_0 = 100\Omega$, $a = 3.908 \cdot 10^{-3}/st$, $b = -5.784 \cdot 10^{-7}/st^2$) in termistor s konstantama $A = 0,02\Omega$ in $B = 3000 \text{ K}$.

Upornost merimo z Wheatstonovim mostom, ki ima občutljivost $0,1\Omega$. S katerim termometrom bomo natančneje izmerili in kakšna bo relativna napaka? Odgovor utemeljite z računom! Izračunajte občutljivosti obeh termometrov pri 0°C !

Narišite tudi shemo mosta in opišite princip merjenja!

Najprej izračunamo občutljivost Pt-100 termometra (vzamemo $t=0 \text{ st}$):

$$\frac{dR}{R dt} = \frac{a + 2 b t}{1 + a t + b t^2} = a = 3.908 \cdot 10^{-3}/st$$

in nato še termistorja (tudi tu vzamemo $T=273,15 \text{ K}$):

$$\frac{dR}{R dT} = -\frac{B}{T^2} = -\frac{3000 \text{ K}}{(273,15 \text{ K})^2} = -0,0402 \text{ K}^{-1}$$

Občutljivost termistorja je 10-krat večja, zato uporabimo le-tega. Izračunati moramo še upornosti obeh termometrov pri zmrzišču vode:

$$R_{Pt-100} = 100\Omega \quad R_{\text{termistor}} = A e^{\frac{B}{T}} = 0,02\Omega \cdot e^{\frac{3000 \text{ K}}{273,15 \text{ K}}} = 1177,3\Omega$$

Prav tako moramo izračunati upornosti obeh termometrov pri zmrzišču raztopine; to lahko storimo bodisi tako, da vstavimo v zgornji dve enačbi temperaturo $-0,3 \text{ st}$ za Pt-100 in $272,85 \text{ K}$ za termistor. Zanima nas razlika upornosti posameznega termometra pri temperaturi obeh zmrzišč. Lahko pa uporabimo diferencial:

$$\Delta R_{Pt-100} = R_0 a \Delta T = 100\Omega \cdot 3.908 \cdot 10^{-3}/st \cdot 0,3 \text{ st} = 0,117\Omega$$

$$\Delta R_{\text{termistor}} = R_0 \frac{-B}{T^2} \Delta T = 1177,3\Omega \frac{-3000 \text{ K}}{(272,85 \text{ K})^2} \cdot 0,3 \text{ K} = -14,23\Omega$$

Negativni predznak pomeni, da se upornost poveča, če se temperatura zniža. Absolutna napaka pri merjenju upornosti je $0,1\Omega$; relativni napaki sta potemtakem $0,1\Omega/0,117\Omega = 0,853$ (oziroma $85,3\%$) za Pt-100 in $0,1\Omega/14,23\Omega = 0,007$ oziroma $0,7\%$ za termistor.

3.6. Parni termometer na metanol ima pri 25°C tlak $0,0579 \text{ bar}$. Za koliko $^\circ\text{C}$ naraste temperatura, če se tlak poveča za 10% ? $\Delta H_{izp} = 35,5 \text{ kJ/mol}$, $R=8,314 \text{ J/(K mol)}$.

Uporabimo Clausius-Clapeyronovo enačbo:

$$\ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = -\frac{\Delta H_{izp}}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)$$

Razmerje $P/P_0=1,1$ in $T_0 = 298,15 \text{ K}$; iz zgornje enačbe nato izračunamo T :

$$T = \left(\frac{1}{T_0} - \frac{R}{\Delta H_{izp}} \ln\left(\frac{P}{P_0}\right)\right)^{-1} = \left(\frac{1}{298,15 \text{ K}} - \frac{8,314 \text{ J/(mol K)}}{35500 \text{ J/mol}} \ln\left(\frac{1,10 P_0}{P_0}\right)\right)^{-1}$$

$$T = (0,00033317 \text{ K}^{-1})^{-1} = 300,15 \text{ K} = 27^\circ\text{C}$$

Temperatura je narasla za 2°C .

$$f_v = 5,62 \times 10^{-4} m^3/s = 2024l/h$$

2.4. Kako visok mora biti rotameter, če želimo z njim meriti pretoke zraka ($\rho = 1,18 kg/m^3$) v območju med 0 in 2000 l/h? Pretočni koeficient je 0,75, gostota plovca 0,27 kg/dm³, radij plovca 4 mm in kot cevi 0,5° (merjeno od navpičnice). $g = 9,81 m/s^2$. Plovček ima obliko kroglice.

Glej nalogo 2.3!

2.5. Iz posode, v kateri je 1m vode, le-ta izteka pri dnu skozi vodoravno postavljeno kapilaro premera 2 mm in dolžine 0,5m. Koliko vode izteče iz posode v eni uri? Posoda je dovolj velika, da se gladina med iztekanjem ne spremeni.

Gostota vode je $\rho_{H_2O} = 1,00 kg/dm^3$, njena viskoznost $\eta = 1cP$ (1 Poise = 1 g/(cm s); $g = 9,81 m/s^2$).

Gre za laminaren pretok skozi kapilaro, zato uporabimo Hagen-Poiseuillejevo enačbo, v kateri je tlačna razlika kar hidrostatski tlak vode na dnu posode.

$$f_v = \frac{V}{t} \Rightarrow V = f_v t = \frac{\pi r^4 \rho g h t}{8 \eta l}$$

$$V = \frac{\pi (0,001m)^4 1000kg/m^3 9,81m/s^2 1m \times 3600s}{8 \times 0,001 \frac{kg}{ms} 0,5m} = 0,02774m^3 = 27,74l$$

2.6. Imamo dva U-manometra; v prvem je voda z gostoto $\rho = 1.00 kg/dm^{-3}$, v drugem pa olje z gostoto $\rho = 0.850 kg/dm^{-3}$. Kateri manometer moramo nagniti in za koliko stopinj od navpičnice, da bo imel enako občutljivost kot drugi?

Izpeljite izraza za tlak za manometer z nagnjenim krakom ter za navadni U-manometer!

$$g = 9,81 m/s^2$$

$$S_{pokončni} = S_{nagnjeni}$$

$$\frac{1}{\rho_1 \times g} = \frac{1}{\rho_2 \times g \times \sin(\alpha)}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{0,850 kg/m^3}{1,000 kg/m^3} = 0,85 \Rightarrow \alpha = 58,2^\circ$$

Nagniti moramo manometer z gostejšo tekočino, in to za $90^\circ - 58,2^\circ = 31,8^\circ$. V enačbi za občutljivost namreč vstopa kot med poševno cevjo in vodoravno podlago. Izpeljavo najdete v zapiskih pripadajočih predavanj.

2.7. Pretok zraka merimo s pomočjo zaslonke, ki je vstavljena v cev s premerom 1,2m. Po cevi se pretaka suh zrak s temperaturo 20°C in s tlakom 4,05bar. Pretok znaša 1400m³/h. Izračunajte:

a) premer zaslonke, če je višinska razlika nivojev na U-manometru 100mm vodnega

stolpca. Pretočni koeficient je enak 0,6.

b) Izračunajte relativno napako pri merjenju pretoka, če so relativne napake pri merjenju padca tlaka na zaslonki 4%, gostote zraka 2% in pretočnega koeficienta 3%.

c) Naštete še druge načine merjenja pretoka! Katere fizikalne lastnosti izkoriščamo pri vsakem od naštetih načinov merjenja pretoka?

Odgovor: gostoto zraka izračunamo s plinsko enačbo.

$$PV = nRT \quad PV = \frac{m}{M} RT \Rightarrow P = \frac{m}{V} \frac{RT}{M} \quad \text{in}$$

$$\rho_z = \frac{P \overline{M}}{RT} = \frac{4,05 \times 10^5 Pa \times 28,94 g/mol}{8,314 J/(molK) \times 293,15 K} = 4,809 kg/m^3$$

$$f_v = \alpha S_0 \sqrt{\frac{2 \Delta P}{\rho_z}} \quad S_0 = \pi r_0^2 \quad \Delta P = \rho_{H_2O} g h$$

$$S_0 = \frac{f_v}{\alpha \sqrt{\frac{2 \Delta P}{\rho_z}}} = \frac{\frac{1400m^3}{3600s}}{0,6 \sqrt{\frac{2 \times 1000kg/m^3 \times 9,81m/s^2 \times 0,100m}{4,809 kg/m^3}}} = 0,032m^2 \Rightarrow r_0 = 10,1cm$$

Pretok f_v je sorazmeren produktu $\alpha \sqrt{\Delta P / \rho_z}$; ta izraz logaritmiramo

$$\ln(f_v) = \ln(\alpha) + \frac{1}{2} \ln(\Delta P) - \frac{1}{2} \ln(\rho_z)$$

in nato naredimo diferencial:

$$\frac{d(f_v)}{f_v} = \frac{d(\alpha)}{\alpha} + \frac{d(\Delta P)}{2 \Delta P} - \frac{d(\rho_z)}{2 \rho_z} \approx \frac{\Delta(\alpha)}{\alpha} + \frac{\Delta(\Delta P)}{2 \Delta P} - \frac{\Delta(\rho_z)}{2 \rho_z}$$

$$\frac{\Delta f_v}{f_v} = 0,03 + 0,5 \times 0,04 + 0,5 \times 0,02 = 0,06$$

Tu smo diferenciale d nadomestili z diferencami (Δ), in za kar najverjetnejše območje, v katerem se nahaja dobljeni rezultat, tudi vse negativne predznake v pozitivne.

3 Merjenje temperature

3.1. S platinskim uporabnim termometrom ($R_0 = 100 \Omega$, $a = 3,908 \cdot 10^{-3} / st$, $b = -5,785 \cdot 10^{-7} / st^2$) umerjamo neznan termočlen. Ko je upornost Pt-100 termometra enaka 200 Ω , je izmerjena napetost termočlena enaka 11 mV. Izračunajte koeficient a v enačbi termočlena (privzemite samo linearno odvisnost). Referenčno spojišče termočlena je bilo na $T=0^\circ C$.

$$R = R_0(1 + a t + b t^2) \quad R/R_0 = 2 \Rightarrow b t^2 + a t - 1 = 0$$

Zbirka rešenih računskih izpitnih nalog iz predmeta "Tehnološko procesništvo" -II. del: Meritve

Jurij Rešič in Andrej Jamnik

Program predmeta "Fizikalna kemija in meritve" za VSŠ kemijska tehnologija - smer uporabna kemija je v delu meritve enak programu predmeta "Procesna tehnika II v živilstvu", zato je ta kratka zbirka rešenih nalog primerna za študente obeh smeri. Vsebinsko se tesno navezuje na zapiske omenjenih predavanj istih avtorjev.

1 Merske napake in vrednotenje rezultatov

1.1. Pri merjenju viskoznosti smo ponovili meritve 9-krat in dobili naslednje rezultate:

η (cP)	1,36	1,35	1,37	1,41	1,40	1,40	1,39	1,33	1,37
-------------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Izračunajte povprečno vrednost in standardni odklik! Kaj je točnost in kaj natančnost? Kako preverimo, ali je neka aparaturna točna in kako, ali je tudi natančna?

Rešitev:

Povprečno vrednost izračunamo po enačbi:

$$\bar{\eta} = \frac{\sum_{i=1}^N \eta_i}{N} =$$

$$\frac{(1,36 + 1,35 + 2 \times 1,37 + 1,41 + 2 \times 1,40 + 1,39 + 1,33)cP}{9} = 1,375556cP$$

standardni odklik izračunamo po enačbi:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\eta_i - \bar{\eta})^2}{N - 1}} = 0,024994$$

Vidimo, da standardni odklik povzroča nezanesljivost tretjega mesta pri viskoznosti. Rezultat torej zapišemo kot $\eta = 1,38cP \pm 0,02cP$.

točnost = pravilnost ; primerjava oziroma meritve standardnih vzorcev
natnančnost=ponovljivost ; večkratno ponavljanje celotnega postopka merjenja

2 Merjenje tlaka in pretoka

2.1. Izračunajte potrebno območje merilnika tlaka (običajen U-manometer na vodo), ki bi ga uporabili skupaj s Pitot-Prandtlvo cevjo za merjenje hitrosti vetra v območju med 0 in 150 km/h! Kako bi izboljšali njegovo občutljivost za faktor 5 (odgovor mora biti smiseln)?

$$g = 9,81m/s^2, \rho_z = 1,15kg/m^3, \rho_{H_2O} = 1000kg/m^3$$

Rešitev: uporabimo Bernoullijevo enačbo in z njeno pomočjo izračunamo hitrost.

$$v = \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho_{zrak}}}; \Delta P = \rho_{H_2O}gh$$

$$h = \frac{\rho_{zrak}v^2}{2\rho_{H_2O}g} = \frac{1,15kg/m^3 \times (41.67m/s)^2}{2 \times 1000kg/m^3 \times 9,81m/s^2} = 10,2cm$$

Odgovor: potrebno območje manometra je 10,2 cm vodnega stolpca (kar tudi ustreza fizični velikosti)

Za izboljšanje občutljivosti manometer nagnemo (teoretično bi lahko uporabili tekočino s 5-krat manjšo gostoto - ali poznate kakšno)?

$$S_{posevni} = 5 \times S_{pokončni}$$

$$\frac{1}{\rho g \sin(\alpha)} = 5 \times \frac{1}{\rho g}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{1}{5} \Rightarrow \alpha = 11,5^\circ$$

Manometer moramo nagniti na 11,5 stopinje od vodoravnice oziroma 78,5 stopinje od navpičnice.

2.2. V manometru U z navpičnima krakoma je tekočina z gostoto ρ . Za koliko stopinj od navpičnice bi bilo potrebno nagniti enega od krakov, da bi pri uporabi manometerske tekočine z gostoto $(3/2)\rho$ dobili enako občutljivost?

$$S_{pokončni} = S_{nagnjeni}$$

$$\frac{1}{\rho_1 \times g} = \frac{1}{\rho_2 \times g \times \sin(\alpha)}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\rho_1}{\frac{3}{2}\rho_1} = \frac{2}{3} \Rightarrow \alpha = 41,8^\circ$$

Manometer moramo nagniti za $90^\circ - 41,8^\circ = 48,2^\circ$ od navpičnice.

2.3. Z rotametrom merimo pretok zraka z gostoto $\rho = 1,18kg/m^3$. Pretočni koeficient je 0,75, gostota plovca $0,27kg/dm^3$, radij plovca 4 mm in kot cevi $0,5^\circ$ (merjeno od navpičnice). $g = 9,81m/s^2$. Plovček ima obliko kroglice. Kolikšno je območje tega rotametra, če je visok 70 cm?

$$f_v = 2\pi\alpha r_0 t g(\phi) \sqrt{\frac{2V_0 g (\rho_p - \rho_t)}{S_0 \rho_t}} h$$

kjer je $V_0 = \frac{4}{3}\pi r_0^3$ volumen in $S_0 = \pi r_0^2$ presek krogle. Vstavimo vrednosti in enote:

$$f_v = 2\pi \times 0,75 \times 4 \times 10^{-3} m t g(0,5^\circ) \sqrt{\frac{8}{3} \times 10^{-3} m \times 9,81 m/s^2 \left(\frac{270}{1,18} - 1\right) \times 0,}$$