

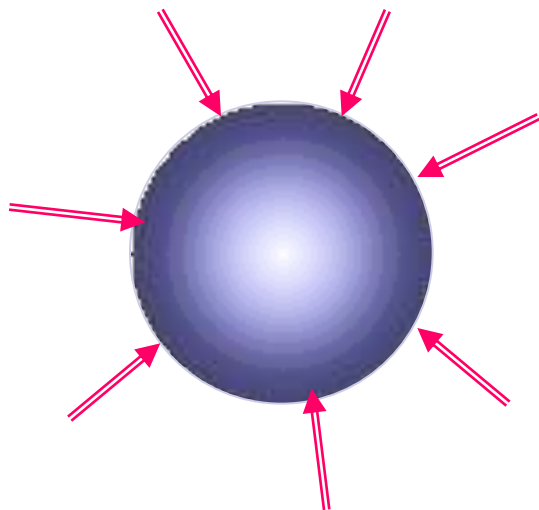


Mehanika fluidov

Statika tekočin. Tekočine v gibanju.
Lastnosti tekočin,
Viskoznost.

Statika tekočin

Če tekočina miruje, so vse sile, ki delujejo na tekočino v ravnotežju.



Masne – volumske sile:

masa tekočine zavzema nek volumen

Tekočina ima maso, na katero delujejo zunanji vplivi: gravitacijsko polje, centrifugalno in magnetno polje, pospešek,...

Površinske sile: so sile, ki delujejo neposredno na neko dejansko ali namišljeno površino na meji tekočine ali na delec v tekočini.

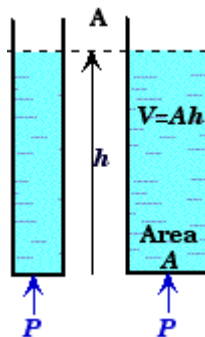
Če deluje sila **tangencialno** (v smeri ploskve, jo imenujemo **strižna sila**). Strižnim silam se tekočina ne more upirati, povzroča gibanje tekočine, v tekočini se pojavijo strižne napetosti, zato **tekočina “teče”**.

Če **tekočina miruje** so strižne napetosti enake 0. **Sila, ki deluje pravokotno na površino se imenuje sila tlaka**. Pri mirovanju je edina sila na delec tekočine površinska sila – sila tlaka

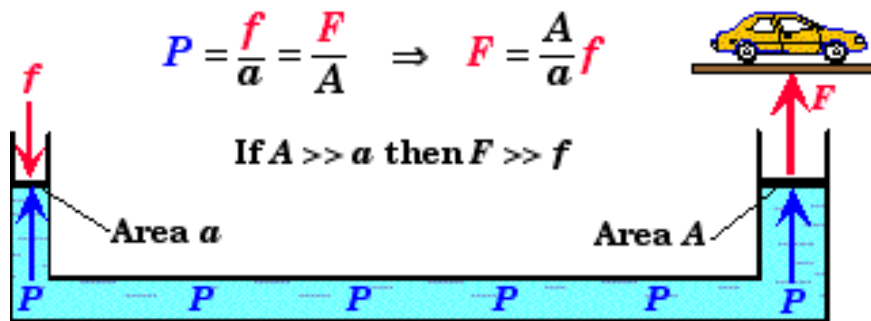
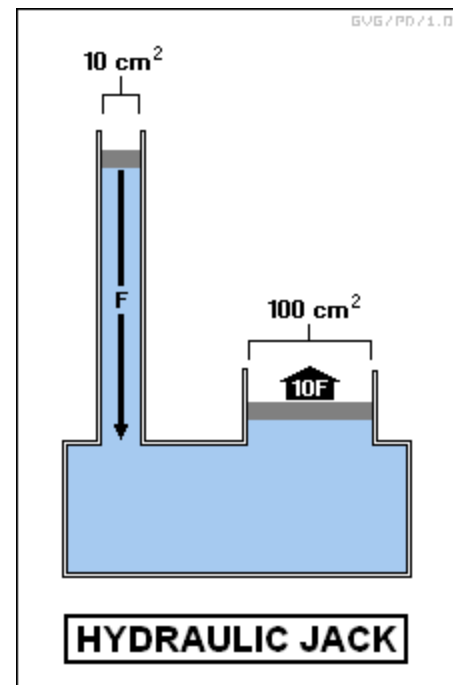


Statika tekočin

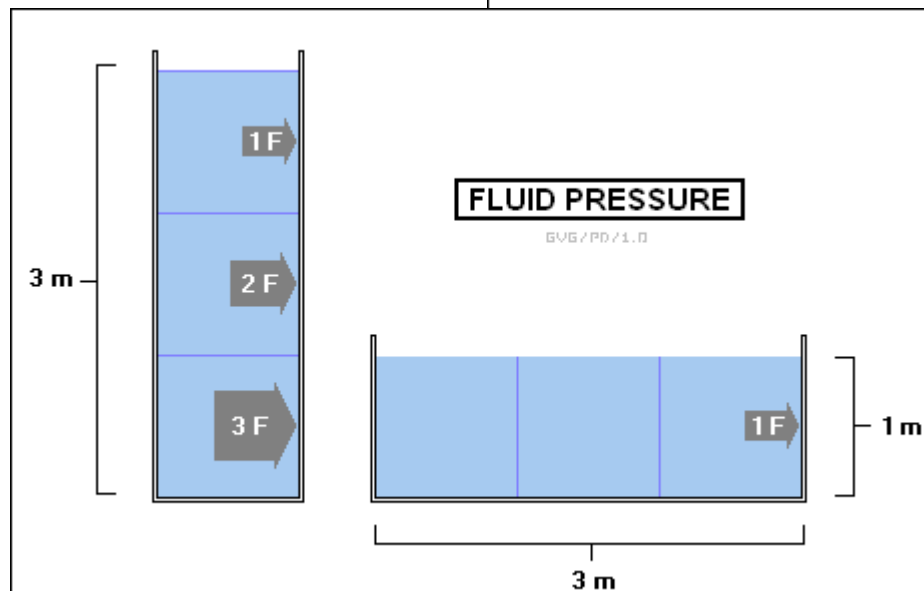
Hidrostatski tlak tekočine:



$$P = \frac{F}{A} = \frac{m \cdot g}{A} = \frac{\rho \cdot V \cdot g}{A} = \frac{\rho \cdot A \cdot h \cdot g}{A} = \rho \cdot g \cdot h$$



Hidravlična črpalka za dviganje avtomobila

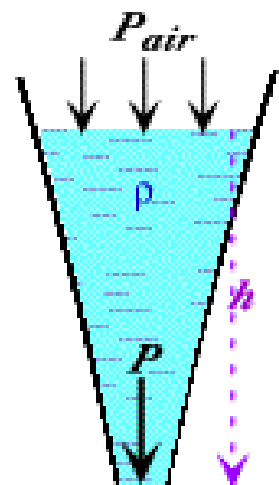


Statika tekočin

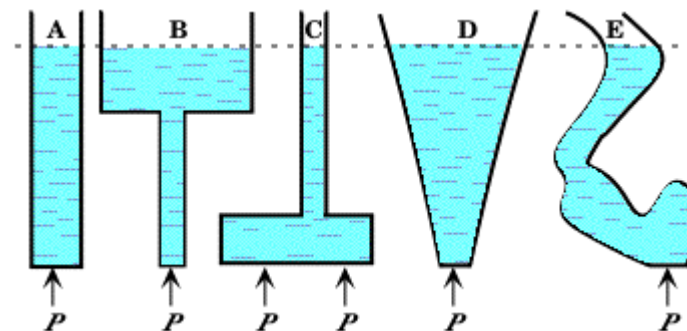
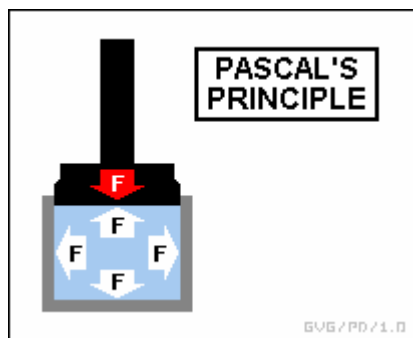
Tlak je odvisen le od globine tekočine in njene gostote.

Celokupen tlak na dnu posode:

$$P = P_0 + \rho \cdot g \cdot h$$



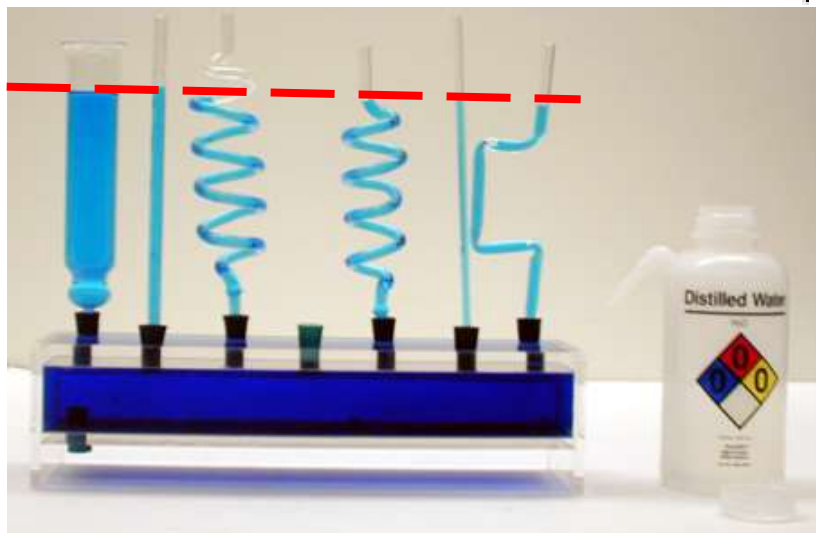
$$P = \rho g h + P_{air}$$



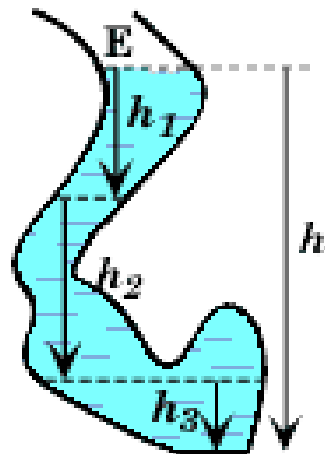
Tlak na dnu vseh posod je enak:

- Ni odvisen od oblike in količine tekočine v posodi, ker je definiran kot sila na enoto površine.
- Tekočina ne podpira sama sebe brez podpore posode, na enaki globini tekočine je tlak porazdeljen po tekočini in robovih posode, ki jo omejujejo.

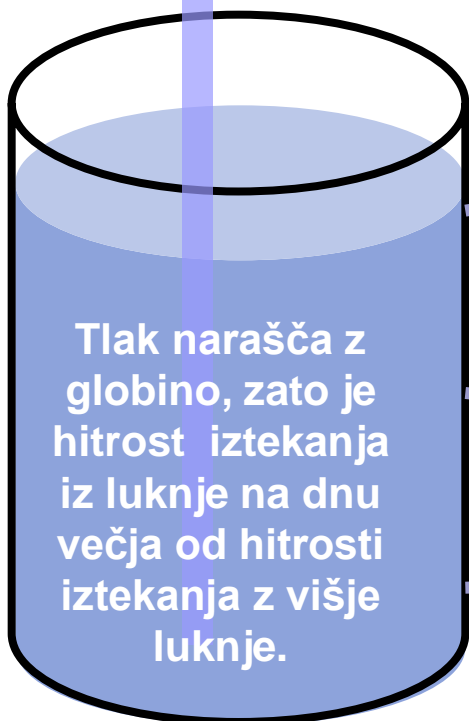
Trditve veljajo dokler je tekočina nestisljiva, ko je gostota konstantna.



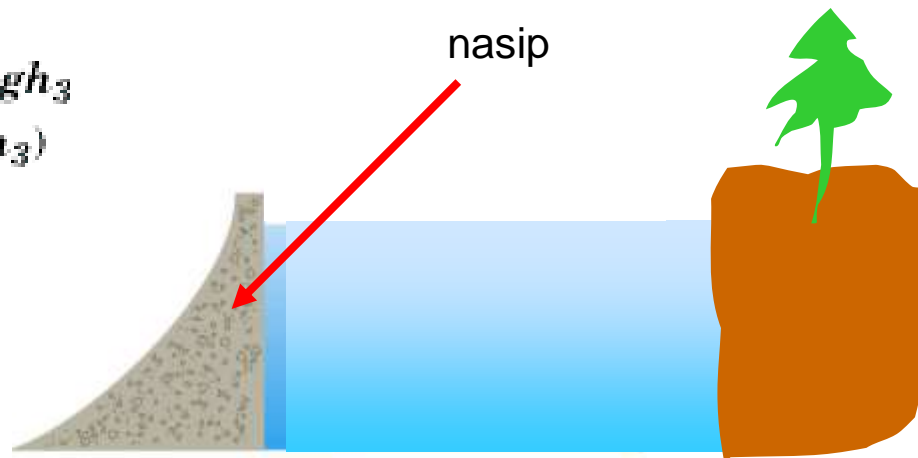
Statika tekočin



$$\begin{aligned}
 P &= \rho g h_1 + \rho g h_2 + \rho g h_3 \\
 &= \rho g (h_1 + h_2 + h_3) \\
 &= \rho g h
 \end{aligned}$$



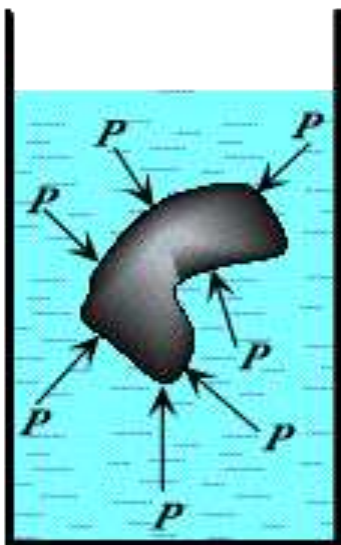
Tlak narašča z globino, zato je hitrost iztekanja iz luknje na dnu večja od hitrosti iztekanja z višje luknje.



(b)

- Tlak na dnu jezera je večji kot ob gladini
- Na dnu mora biti nasip močnejši
- Tlak ni odvisen od tega, kako veliko je jezero

Statika tekočin

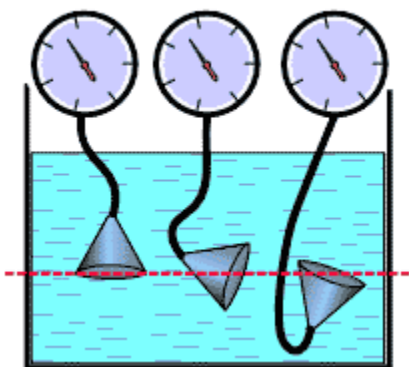


Tlak pri katerikoli globini tekočine je neodvisen od smeri.

Torej, tlak **ni vektor**, ker ni vezan na smer delovanja, dokler ni v kontaktu s površino.

Tlak na potopljen objekt vedno deluje pravokotno na površino.

Pressure Gauges



Enota za tlak: $\text{N/m}^2 = \text{Pa}$;

$1 \text{ Pa} = 10^5 \text{ Bar} = 0,99 \text{ atm}$

Stara enota: atm $1 \text{ atm} = 1.013 \text{ Bar} = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

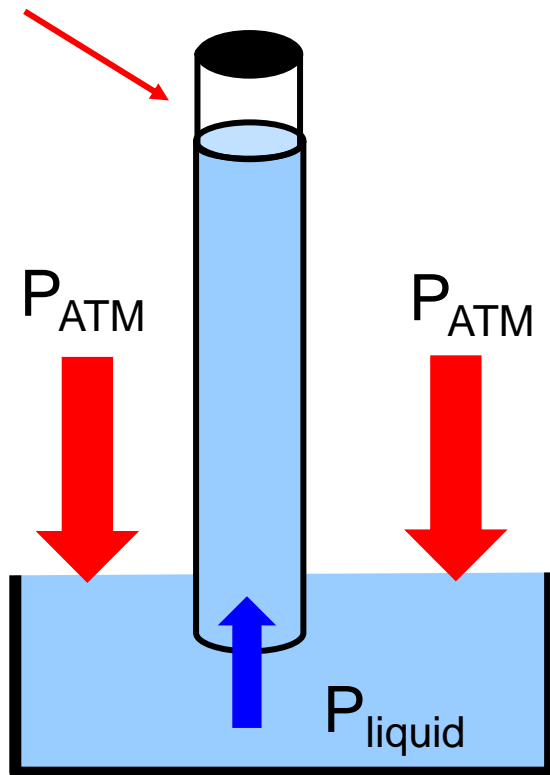
Stara enota mm Hg: $1 \text{ bar} = 759.8 \text{ mmHg}$

Statika tekočin

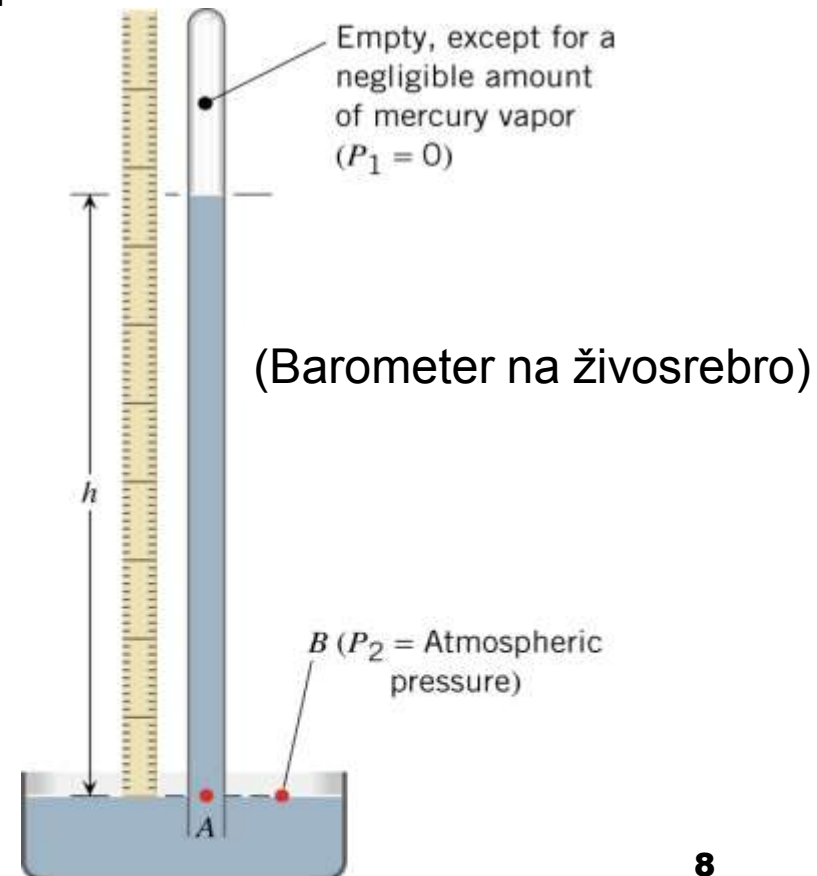


Merjenje atmosferskega tlaka - Barometeri

Višina tekočine v cevki je odvisna od tlaka tekočine v posodi.
Na površini je to atmosferski tlak, ki potiska tekočino po cevki navzgor.



Atmosferski tlak potisne vodni stolpec 10.3 m visoko, ker je živo srebro 13.6 krat težje je višina živosrebrnega stolpca 760 mm.



Statika tekočin

Primer: tlak na dnu posode:

$$P_t = P_0 + \rho * g * h$$

Izračunaj celotni tlak arašidovega olja na dnu rezervoarja, višine 2 m, če je tlak na gladini 70 kPa, gostota olja je 920 kg/m³.

Tlak na dnu posode:

$$P = 920 \text{ kg/m}^3 * 9.81 \text{ m/s}^2 * 2 \text{ m} = 18.1 * 10^3 \text{ kg/ms}^2 = 18.1 \text{ kPa}$$

$$\text{Skupni tlak } P_t = 70 + 18.1 = 88.1 \text{ kPa}$$

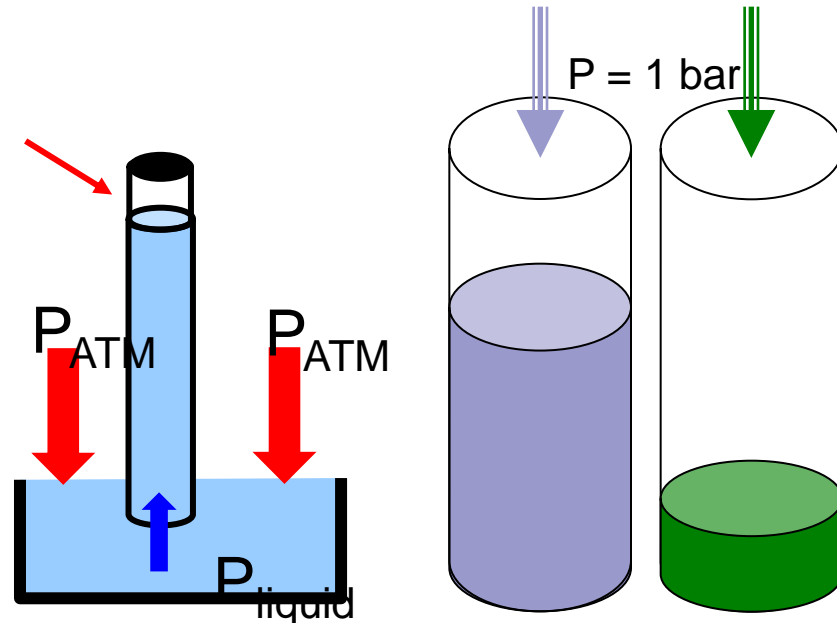
Primer: višina stolpca tekočine:

Izračunaj višino vodnega stolpca (gostota vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$) in višino stolpca živega srebra ($\rho = 13\,600 \text{ kg/m}^3$) pri zunanjem tlaku na gladini 1 bar:

$$P = \rho * g * h \Leftrightarrow h = P / \rho * g$$

$$\text{Voda: } 10^5 \text{ Pa} / (1000 \text{ kg/m}^3 * 9.81 \text{ m/s}^2) = 10.5 \text{ m}$$

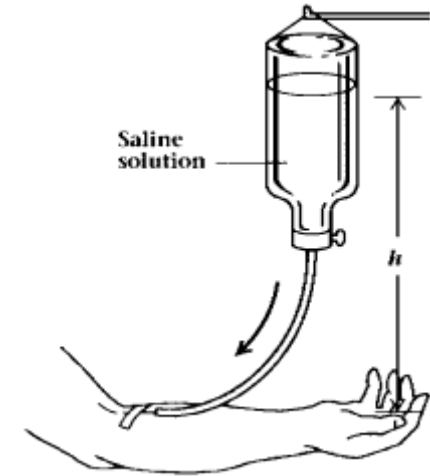
$$\text{Živo srebro: } 10^5 \text{ Pa} / (13\,600 \text{ kg/m}^3 * 9.81 \text{ m/s}^2) = 0.750 \text{ m} = 750 \text{ mm}$$



Statika tekočin

Primer

Medicinska sestra vstavlja vstavlja infuzijo vodne raztopine soli pacientu v žilo, kot je prikazano na sliki. Gostota raztopine je $1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ in tlak v veni $2.4 \times 10^3 \text{ Pa}$. Kako visoko nad točko vboda igle mora biti steklenička z raztopino, da bo le ta tekla po infuziji (da bo tlak višji od pacientovega tlaka krvi v veni)?



Rešitev

Tlak v steklenički mora biti večji od pacientovega v veni:

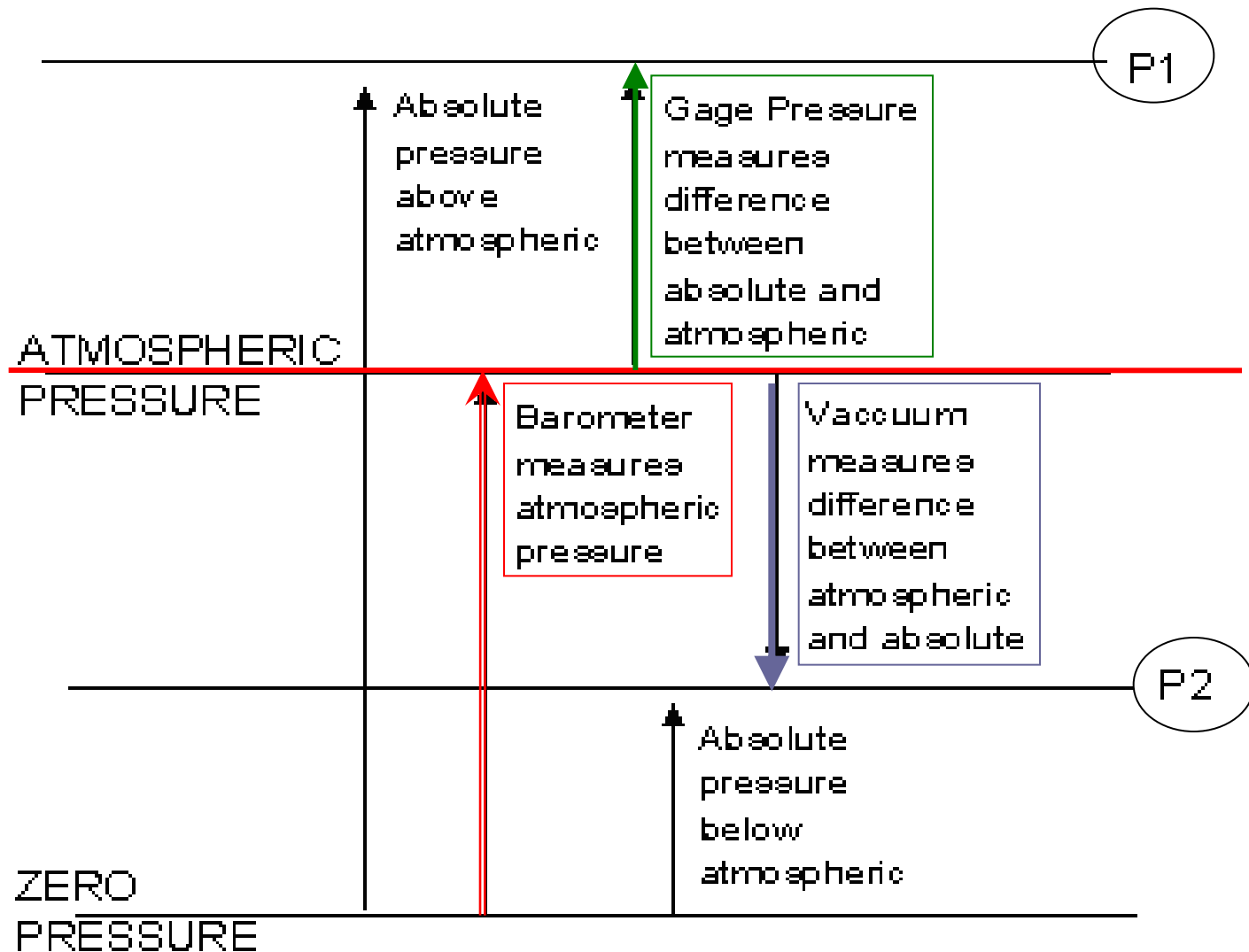
$$P_{\text{raztopina}} = \rho \times g \times h > 2.4 \times 10^3 \text{ Pa}$$

Višina mora biti večja od 24 cm

$$h = (2.4 \times 10^3 \text{ Pa}) / (\rho \times g) = (2.4 \times 10^3 \text{ Pa}) / [(9.81 \text{ m/s}^2) \times (1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)]$$

$$h = 0.24 \text{ m} = 24 \text{ cm.}$$

$$P_1 > P_{atm} > P_2 > 0$$



■ Pressure on diver at 100 ft?

$$P_{gauge,2} = \rho g z = \left(998 \frac{kg}{m^3}\right) \left(9.81 \frac{m}{s^2}\right) (100 ft) \left(\frac{1m}{3.28 ft}\right)$$
$$= 298.5 kPa \left(\frac{1 atm}{101.3 kPa}\right) = 2.95 atm$$

$$P_{abs,2} = P_{gauge,2} + P_{atm} = 2.95 atm + 1 atm = 3.95 atm$$

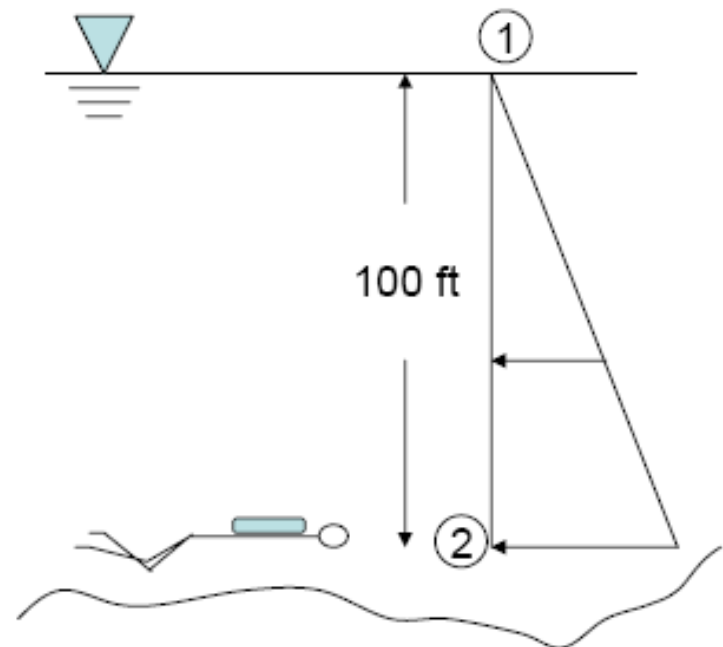
If you hold your breath on ascent, your lung volume would increase by a factor of 4, which would result in embolism and/or death.

■ Danger of emergency ascent?

Boyle's law

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{3.95 atm}{1 atm} \approx 4$$



Statika tekočin

Primer:

Zaprta rezervoar napolnjen z oljem ($\rho = 750 \text{ kg/m}^3$) in vodo na gladini vsebuje zrak pri tlaku P_a . Izračunajte tlak, če kaže je manometerska razlika višino 10 cm Hg (glej skico).

($\rho_{\text{voda}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ $\rho_{\text{Hg}} = 13600 \text{ kg/m}^3$)

$$P_a + (\rho \times g \times h)_{\text{olje}} + (\rho \times g \times h)_{\text{voda}} + (\rho \times g \times h)_{1\text{voda}} = (\rho \times g \times h)_{\text{Hg}}$$

$$h_{\text{olje}} = 150 \text{ cm}$$

$$h_{\text{voda}} = 200 - 150 = 50 \text{ cm}$$

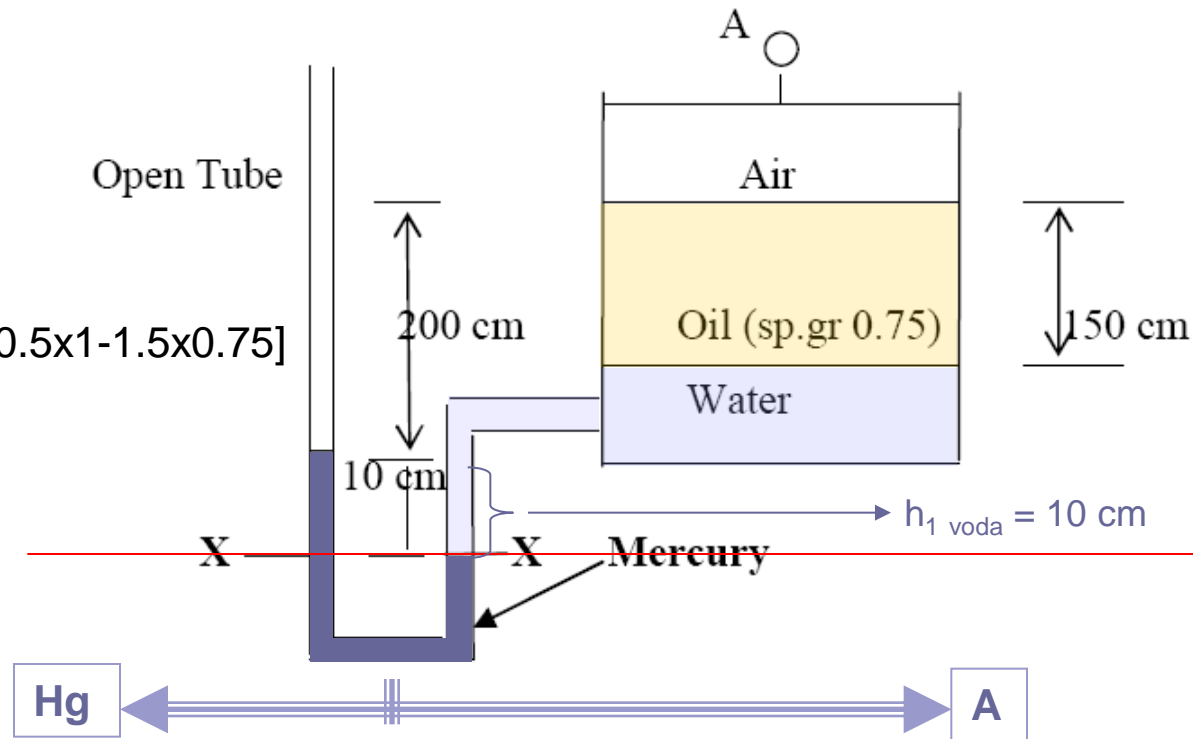
$$h_{1\text{voda}} = 10 \text{ cm}$$

$$h_{\text{Hg}} = 10 \text{ cm}$$

$$P_a = 9.81 \times 10^3 \times [0.1 \times 13.6 - 0.1 \times 1 - 0.5 \times 1 - 1.5 \times 0.75]$$

$$P_a = -3580 \text{ Pa}$$

Komentiraj rezultat!!



tlak - enota: Pa=kg/ms²; g -enota: m/s²
 tlak*g - enota: kg/m²;

Primer:

Bencin z gostoto ($\rho_a = 800 \text{ kg/m}^3$) teče po vertikalni cevi navzgor (glej skico). V cevi je točka B 30 cm višje od točke A. Med točkama je vmeščen merilec tlaka v obliki U cevke, ki kaže tlačno razliko 0.18 kg/cm^2 . Izračunaj razliko v višini stolpca živega srebra, ki je v U-cevki.

$(\rho_{\text{Hg}} = 13600 \text{ kg/m}^3)$

$$P_b + \rho_a * g * (y+0.3) + \rho_{\text{Hg}} * g * x = P_a + g * \rho_a * (x+y)$$

$$(P_b - P_a) / g = \rho_a * (x+y) - \rho_a * (y+0.3) - \rho_{\text{Hg}} * x$$

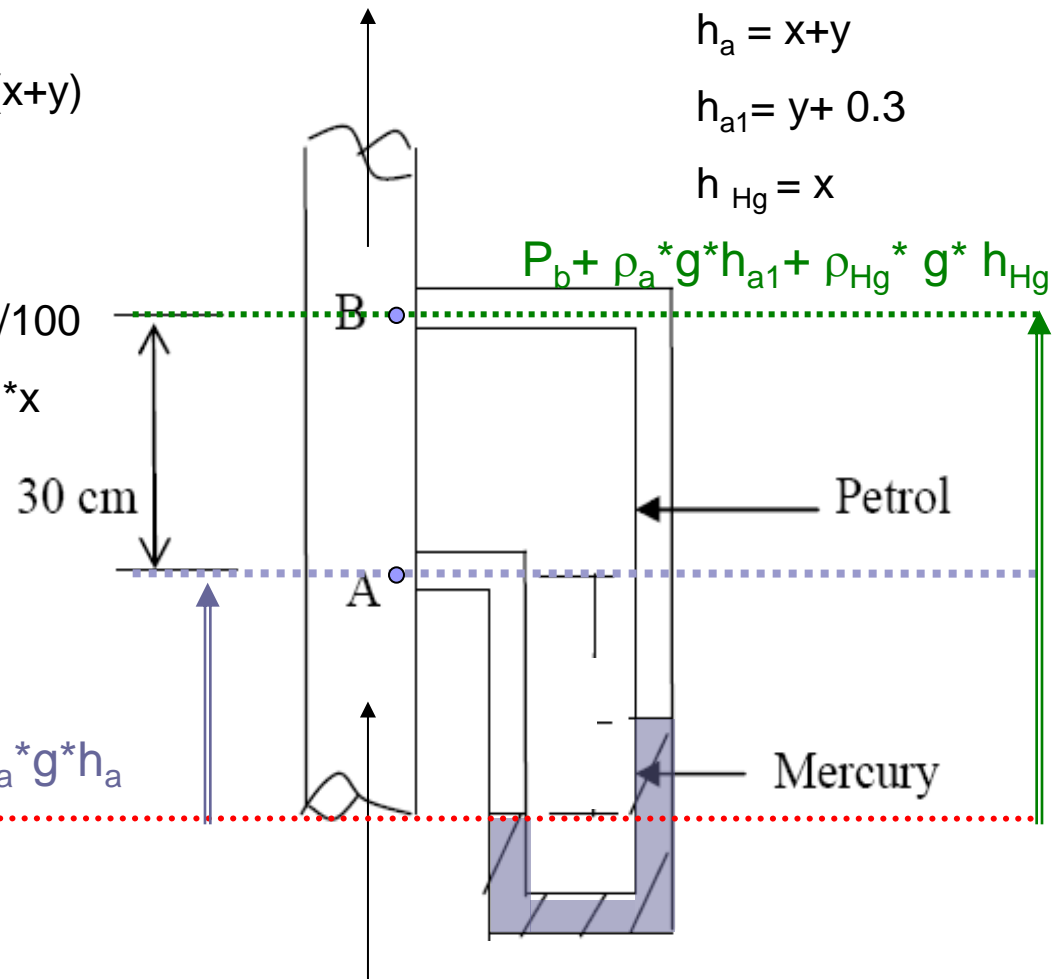
$$(P_a - P_b) / g = 0.18 \text{ kg/cm}^2 = 1800 \text{ kg/m}^2$$

$$-1800 = 800 * (y+x) - 800 * (y+0.3) - 13600 * x \quad /100$$

$$-18 = 8 * (y+x-y+0.3) - 136 * x = 2.4 + (8-136) * x$$

$$-18 = 2.4 - 128x$$

$$x = 0.122 \text{ m}$$



$$P_b + \rho_a * g * h_{a1} + \rho_{\text{Hg}} * g * h_{\text{Hg}} = P_a + \rho_a * g * h_a$$

DN: Preveri enote v gornjih enačbah

Statika tekočin

Nekaj posebnih primerov v katerih gre za gibanje trdnih teles, v katerih je tekočina, pa vseeno lahko uporabimo enačbe statike tekočin, saj je tlak na površini tekočine konstanten. Sem sodi:

⇒ **centrifugiranje**, vrti se posoda

⇒ **linearni pospešek** pri zaviranju ali pospeševanju

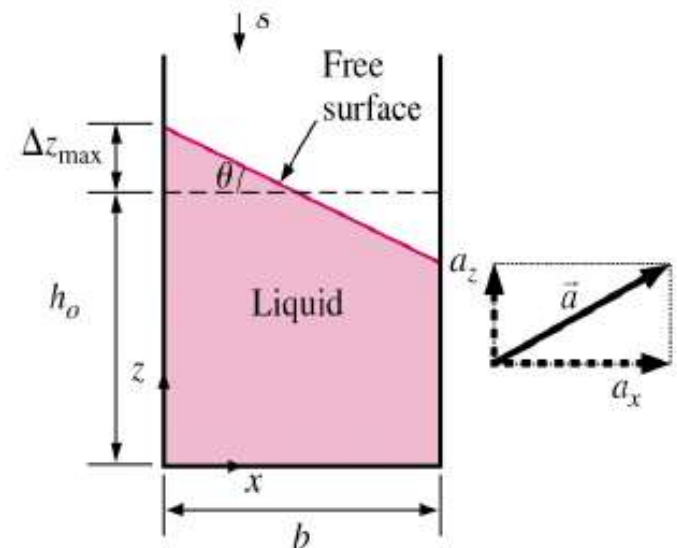
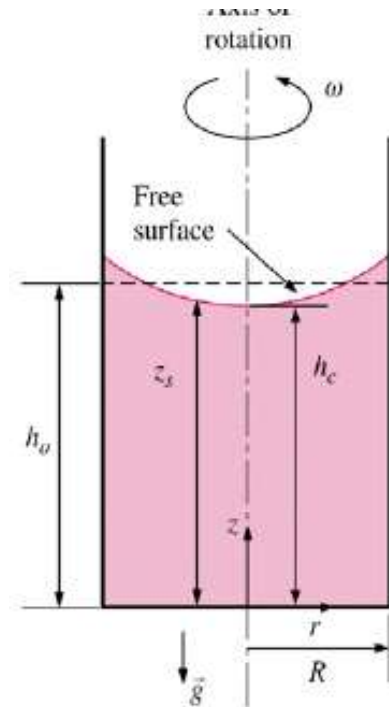
V obeh primerih niso prisotne strižne sile v tekočini, ampak le gravitacijske.

Uporabimo lahko drugi Newtonov zakon gibanja ($F=M \cdot a$), da dobimo gibalne enačbe za tekočino ki deluje na trdno telo:

$$\nabla P + \rho g \vec{k} = -\rho \vec{a}$$

oz. v kartezičnih koordinatah:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\rho a_x, \quad \frac{\partial P}{\partial y} = -\rho a_y, \quad \frac{\partial P}{\partial z} = -\rho(g + a_z)$$



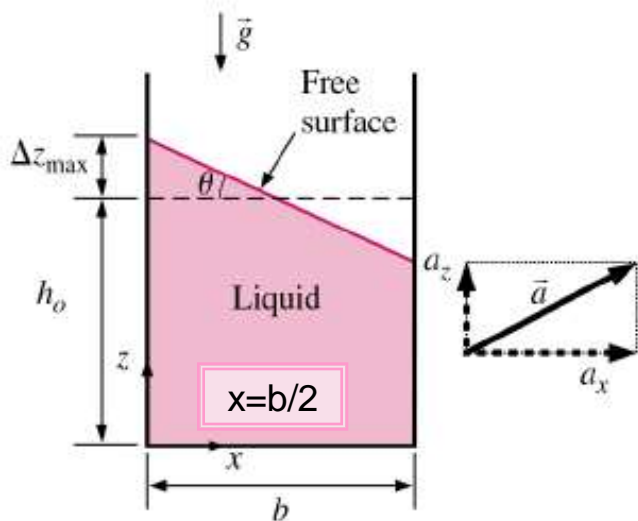
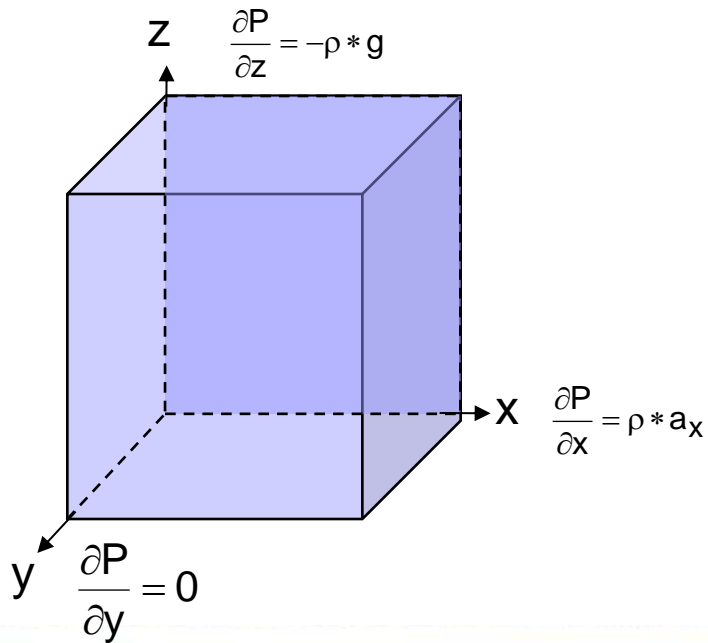
Primer:

Linearni pospešek pri zaviranju avtomobila.
Kako visoko se dvigne gladina tekočine v cisterni?

Container is moving on a straight path

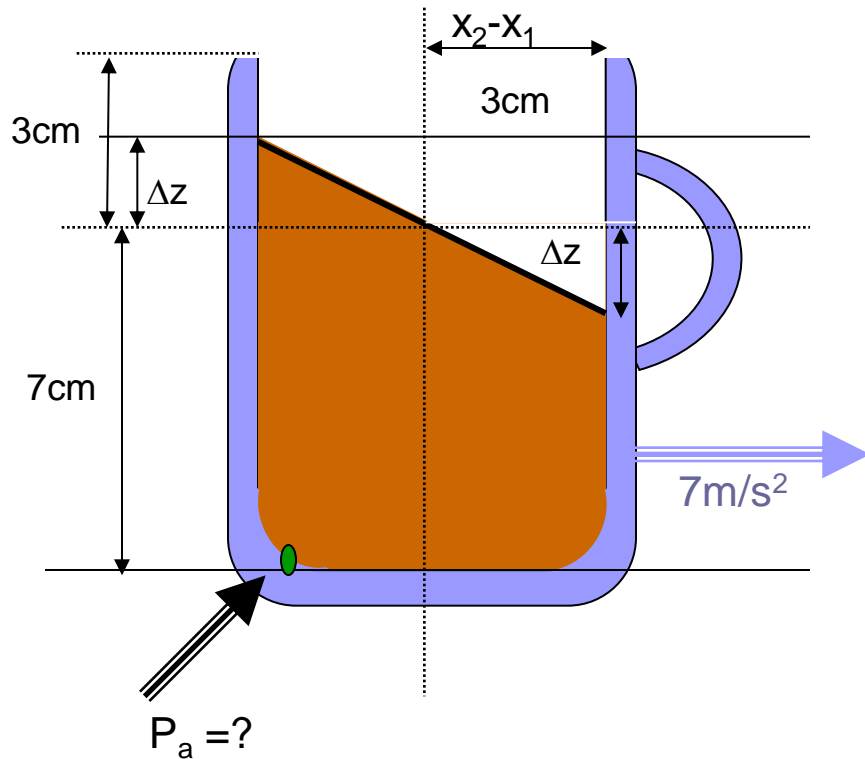
$$a_x \neq 0, a_y = a_z = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \rho a_x, \frac{\partial P}{\partial y} = 0, \frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g$$



Primer:

Avtomat za kavo potisne vrček s kavo na horizontalni pladenj tako, da je linearni pospešek vrčka 7m/s^2 . Vrček je 10cm visok in premera 6cm . (a) Izračunajte ali se kava polije, če je višina kave v vrčku 7cm ! (b) Izračunajte tlak na dnu vrčka v mirovanju, in ob pospešku, če je gostota kave 1010kg/m^3



$$dP = -\rho \cdot a \cdot dx - \rho \cdot g \cdot dz$$

(a)

$$\Delta z = (a_x / g) \cdot (x_2 - x_1)$$

$$\Delta z = (7/9.81) \cdot 3 = 2.14\text{ cm}$$

Ker je višina manj kot 3cm , de kava ne polije.

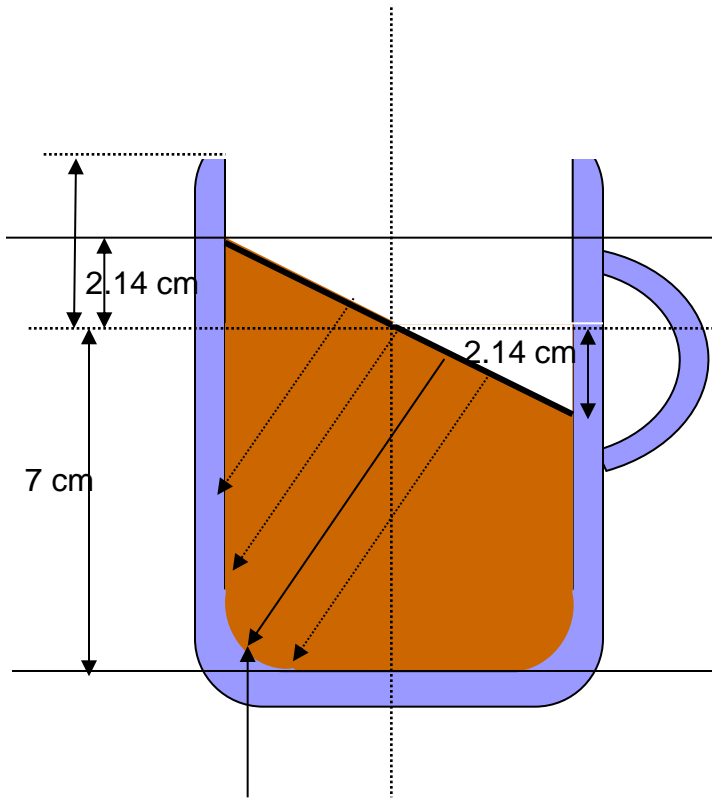
(b) tlak v mirovanju

$$P_a = \rho \cdot g \cdot h = 1010 \cdot 9.81 \cdot 0.07 = 694\text{ Pa}$$

$$P_{\text{tot}} = P_{\text{atm}} + P_a$$

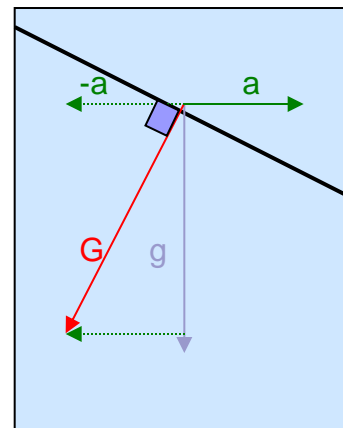
Primer:

(b) Izračunajte tlak na dnu vrčka v mirovanju, in **ob pospešku**, če je gostota kave 1010 kg/m³



iščemo tlak v tej točki

Zaradi linearnega pospeška je tlak večji: $P_a = \rho * G * s$

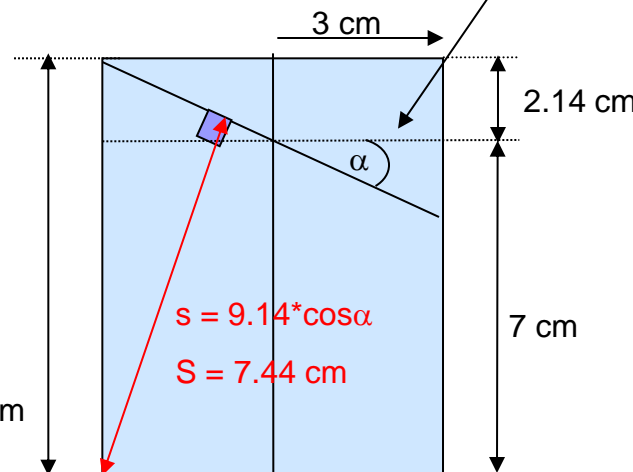


$$G = (g^2 + a^2)^{1/2} = (9,81^2 + 7^2)^{1/2} = 12.05 \text{ m/s}^2$$

Rezultanta vektorjev je dejanski pospešek, pravokotno na površino

$$\text{tg } \alpha = 2.14/3 = 0.713$$

$$\alpha = 35.5^\circ$$



$$s = 9.14 * \cos \alpha$$

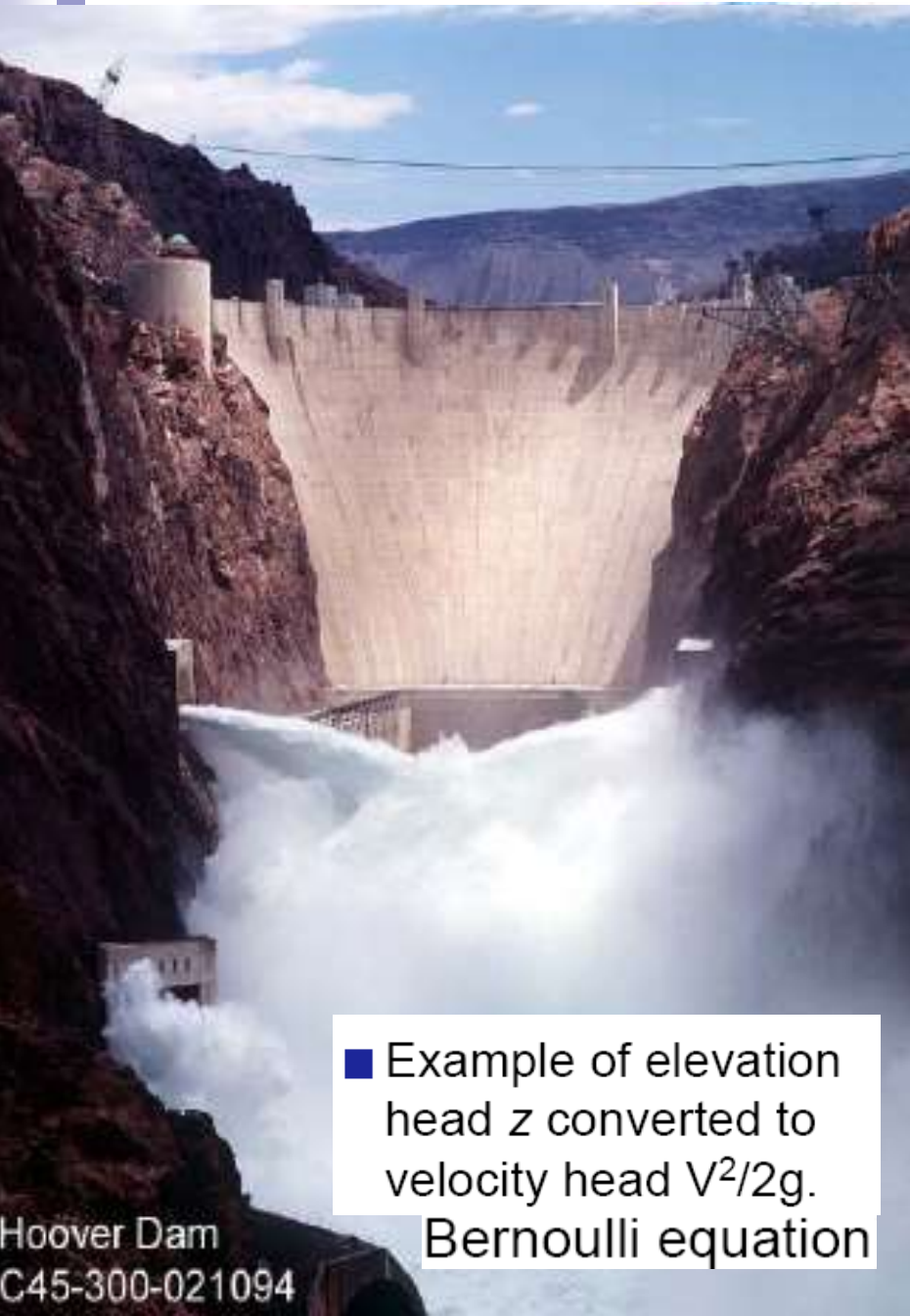
$$S = 7.44 \text{ cm}$$

$$P_a = \rho * G * s$$

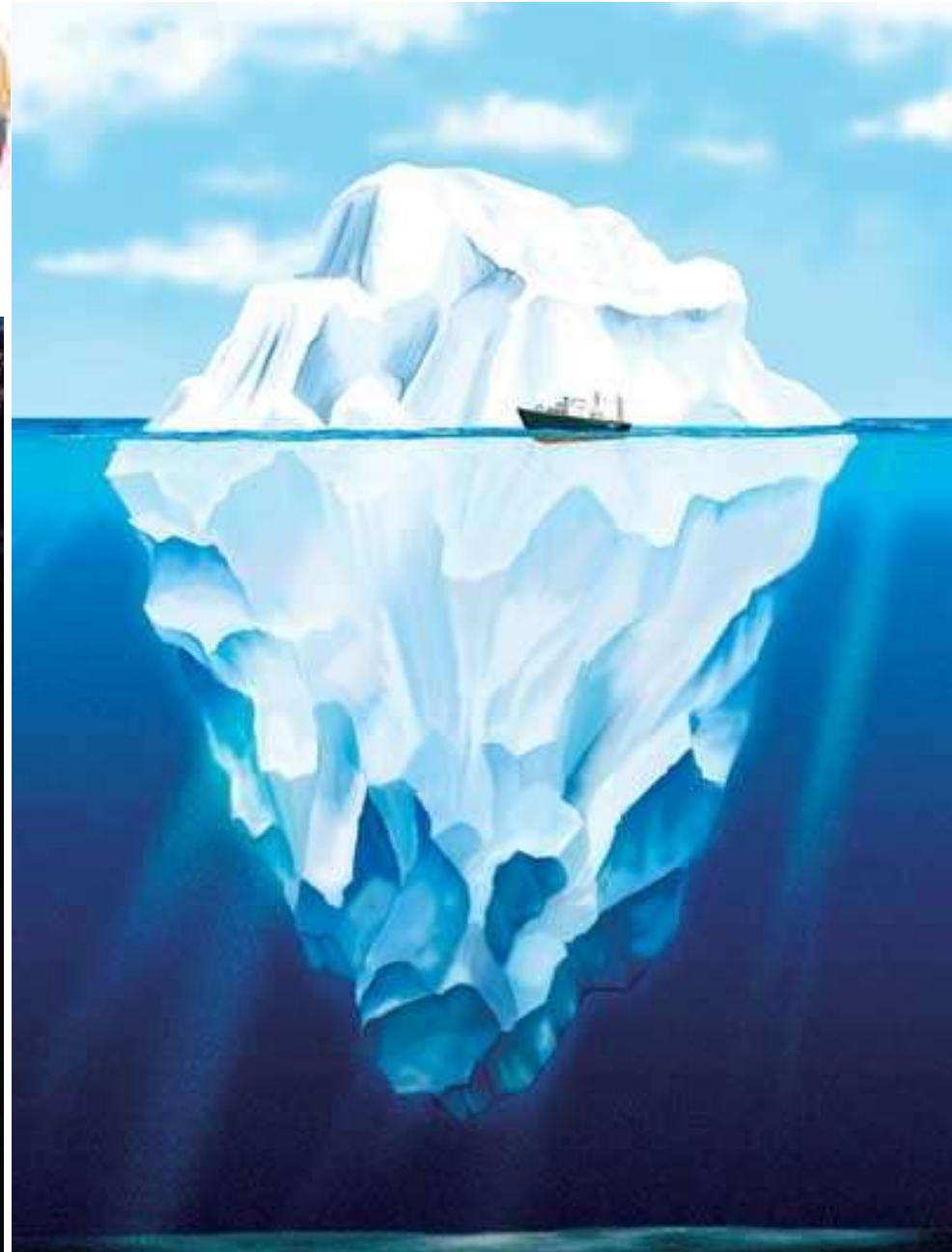
$$P_a = 1010 * 12.05 * 0.0744$$

$$P_a = 906 \text{ Pa}$$

$$P_{\text{tot}} = P_{\text{atm}} + P_a$$

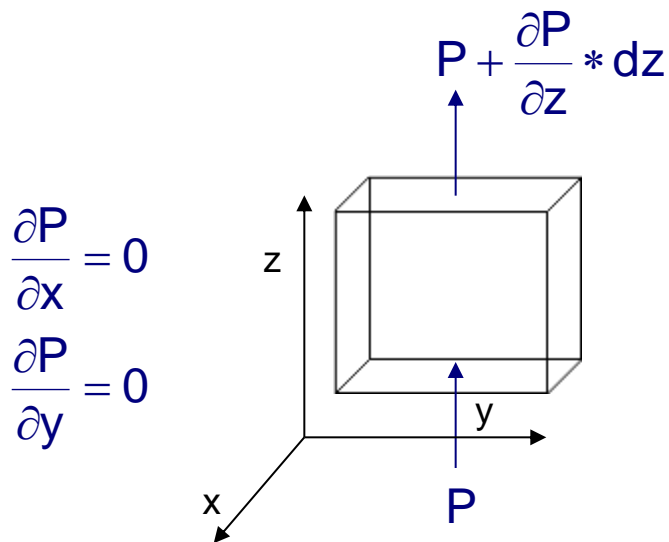


■ Example of elevation head z converted to velocity head $V^2/2g$.
Bernoulli equation



Statika tekočin

Stisljiva tekočina -plini



$$P = P + \frac{\partial P}{\partial z} * dz$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho * g$$

$$dP = -\rho * g * dz$$

nestisljiva tekočina:

$$\rho = \text{konst}$$

$$\int_{P_1}^{P_2} dP = -\rho * g * \int_{z_1}^{z_2} dz$$

$$P_2 - P_1 = \rho * g * (z_2 - z_1)$$

Stisljiva tekočina $\rho = f(P)$

Idealni plin: $P * V = n * R * T$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$P * V = \frac{m}{M} * R * T \Rightarrow \rho = \frac{P * M}{R * T}$$

$$dP = -\frac{P * M}{R * T} * g * dz$$

$$\int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{P} = -\frac{M * g}{R * T} * \int_{z_1}^{z_2} dz$$

$$\ln(P_2 - P_1) = \left(-\frac{M * g}{R * T} \right) * (z_2 - z_1)$$

Barometrska enačba:

$$\ln(P_2 - P_1) = \left(-\frac{M \cdot g}{R \cdot T} \right) \cdot (z_2 - z_1)$$

$$P_2 - P_1 = e^{\left(-\frac{M \cdot g}{R \cdot T} \right) \cdot (z_2 - z_1)}$$

Enačba velja za idealne pline

Uporabimo jo lahko za približen izračun spremembo atmosferskega pritiska nadmorsko višino.

Pri čemer zanemarimo spremembo temperature in s tem povezano spremembo gostote.

V troposferi se temperatura z višino linearno spreminja (do cca 11000 m nadmorske višine in sicer:

$$T = T_0 - B \cdot z$$

T₀.. temp v K na nadmorski višini = 0 m in je 15°C,

B.. 0.0065 K/m pri 15°C; = 288.15 K

Če spremembo temperature z višino vstavimo v barometrično enačbo dobimo:

$$P = P_0 * \left(1 - \frac{B \cdot z}{T_0} \right)^{(M \cdot g / R \cdot B)}$$

$\rho = \frac{\text{mass}}{\text{volume}} = \frac{nN_A m}{nRT/P}$
 $\frac{R}{N_A} = k$
 $n = \text{number of moles}$
 $N_A = \text{Avogadro's number}$
 $m = \text{mass of one molecule}$
 $k = \text{Boltzmann's constant}$
 $R = \text{gas constant}$
 $P_h = P_0 e^{-mgh/kT}$

Barometrska enačba:

$$P - P_0 = e^{\left(-\frac{M \cdot g}{R \cdot T}\right) \cdot (z - z_0)}$$

Primer:

Če je na morski gladini zračni tlak 101.35 KPa, kakšen bo zračni tlak na nadmorski višini 5000 m?

(a) Ob predpostavki izotermnih pogojev pri dogovorjeni standardni temp. 15°C

$$P = 101.35 \cdot 10^3 \cdot e^{\left(-\frac{29 \cdot 9.81 \cdot 5000}{8314 \cdot 288}\right)} = 101.35 \cdot 10^3 \cdot e^{-0.594} = 0.559 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

DN: Izračunaj zračni tlak na Mt. Everestu (8847m), preveri kako je z enotami v gornjih enačbah

Enote:
 R = 8314 J / kmol K
 J: kg m² / s²
 M: kg / kmol

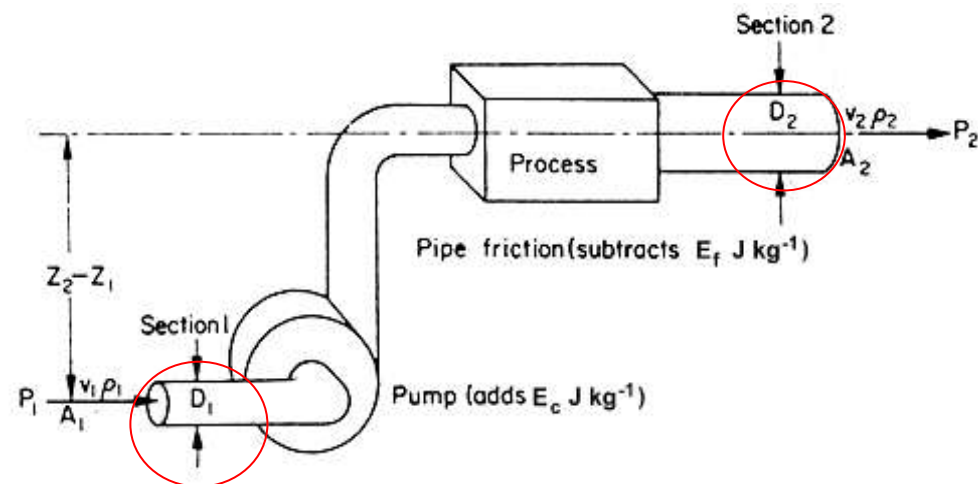
Dinamika tekočin

V številnih procesih se tekočine pretakajo. Problemi pretakanja tekočin se rešujejo z upoštevanjem principov ohranitve mase in ohranitve energije.

Za katerikoli sistem lahko napišemo **masno in energijsko bilanco**.

Masne bilance:

Skica: pretok nestisljive tekočine:
stacionarni pogoji,
ni akumulacije tekočine v sistemu



Zakon o ohranitvi mase:

tekočina ki vstopa na točki 1 gre ven na točki 2

Masni pretok: $\Phi_m = A * v * \rho$ (enote: $\text{m}^2 * \text{m/s} * \text{kg/m}^3 = \text{kg/s}$)

Vstop: Vstopna površina: A_1 , vstopna hitrost v_1 , vst. tekočina z gostoto ρ_1

Izstop: Izstopna površina: A_2 , izstopna hitrost v_2 , izst. tekočina z gostoto ρ_2

Φ_m vstop = Φ_m izstop torej: $A_1 * v_1 * \rho_1 = A_2 * v_2 * \rho_2$

