

↓ PRIIMEK ↓	↓ IME ↓	↓ VPISNA ŠTEVILKA ↓	↓ SMER ↓

Nekdo skozi štiri leta od danes dalje vloga v banko na začetku vsakega polletja po 70.000 SIT (tj. 8 vlog), da bo na koncu šestega, sedmega in osmega leta dvignil neznani znesek  $x$  in na koncu desetega leta še znesek  $2x$ . Obrestovanje je dekurzivno, obrestna mera je  $p = 3\%$  p. a. (na leto).

a) Nariši skico periodičnih vlog in dvigov!



$a = 70.000$  SIT

b) Kolikšen je neznani znesek  $x$ , če uporabimo *navadni obrestni račun*?

Upoštevamo **načelo ekvivalence glavnici**, ki pravi, da sta dve glavnici ekvivalentni, če postaneta enaki po preračunu na skupen termin. Za ta skupni termin si lahko izberemo katerikoli trenutek. Če si izberemo konec obdobja, tj. konec desetega leta, dobimo:

$$2x + x + 2 \frac{xp}{100} + x + 3 \frac{xp}{100} + x + 4 \frac{xp}{100} = a + \frac{13}{2} \cdot \frac{ap}{100} + a + \frac{14}{2} \cdot \frac{ap}{100} + \dots + a + \frac{20}{2} \cdot \frac{ap}{100}$$

$$5x + \frac{xp}{100} (2+3+4) = 8a + \frac{ap}{100} \left( \frac{13}{2} + \frac{14}{2} + \dots + \frac{20}{2} \right), \text{ upoštevamo } S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n),$$

$$5x + 9 \frac{xp}{100} = 8a + \frac{ap}{100} \cdot \frac{8}{2} \left( \frac{13}{2} + \frac{20}{2} \right)$$

$$x \left( 5 + 9 \frac{p}{100} \right) = 8a + 66 \frac{ap}{100}$$

$$x \cdot \frac{500 + 9p}{100} = a \frac{800 + 66p}{100}$$

$$x = a \frac{800 + 66p}{500 + 9p}$$

$$x = 70.000 \frac{800 + 66 \cdot 3}{500 + 9 \cdot 3} = 132.561,67 \text{ SIT}$$



- c) Kolikšen je neznan znesek  $x$ , če uporabimo *obrestno obrestni račun* z mesečno kapitalizacijo in *relativno* obrestno mero?

Najprej določimo obrestovalni faktor za kapitalizacijsko obdobje enega meseca, ki ga na relativni način dobimo kot:

$$r = 1 + \frac{p}{m \cdot 100} = 1 + \frac{3}{12 \cdot 100} = 1,0025.$$

Zopet upoštevamo načelo ekvivalence glavnice:

$$2x + xr^{24} + xr^{36} + xr^{48} = ar^{78} + ar^{84} + \dots + ar^{120}, \quad \text{upoštevamo } S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1},$$

$$2x + xr^{24} \frac{(r^{12})^3 - 1}{r^{12} - 1} = ar^{78} \frac{(r^6)^8 - 1}{r^6 - 1}$$

$$x \left( 2 + r^{24} \frac{(r^{12})^3 - 1}{r^{12} - 1} \right) = ar^{78} \frac{(r^6)^8 - 1}{r^6 - 1}$$

$$x \left( 2 + r^{24} \frac{(r^{12} - 1)(r^{24} + r^{12} + 1)}{r^{12} - 1} \right) = ar^{78} \frac{(r^6 - 1)(r^6 + 1)((r^6)^2 + 1)((r^6)^4 + 1)}{r^6 - 1}$$

$$x(2 + r^{24}(r^{24} + r^{12} + 1)) = ar^{78}(r^6 + 1)((r^6)^2 + 1)((r^6)^4 + 1)$$

$$x(2 + r^{24}(r^{24} + r^{12} + 1)) = ar^{78}(r^6 + 1)(r^{12} + 1)(r^{24} + 1)$$

$$x = ar^{78} \frac{(r^6 + 1)(r^{12} + 1)(r^{24} + 1)}{r^{24}(r^{24} + r^{12} + 1) + 2}$$

$$x = 70.000 \cdot 1,0025^{78} \frac{(1,0025^6 + 1)(1,0025^{12} + 1)(1,0025^{24} + 1)}{1,0025^{24}(1,0025^{24} + 1,0025^{12} + 1) + 2}$$

$$x = 135.801,88 \text{ SIT}$$

- d) Kolikšen je neznan znesek  $x$ , če uporabimo *obrestno obrestni račun* z mesečno kapitalizacijo in *konformno* obrestno mero?

Najprej določimo obrestovalni faktor za kapitalizacijsko obdobje enega meseca, ki ga na konformni način dobimo kot:

$$r = \sqrt[m]{1 + \frac{p}{100}} = \sqrt[12]{1 + \frac{3}{100}} \doteq 1,002466.$$

V tem primeru dobimo:

$$x = ar^{78} \frac{(r^6 + 1)(r^{12} + 1)(r^{24} + 1)}{r^{24}(r^{24} + r^{12} + 1) + 2}$$

$$x = 70.000 \cdot 1,002466^{78} \frac{(1,002466^6 + 1)(1,002466^{12} + 1)(1,002466^{24} + 1)}{1,002466^{24}(1,002466^{24} + 1,002466^{12} + 1) + 2}$$

$$x = 135.450,71 \text{ SIT}$$