Akademija za likovno umetnost
Oddelek za industrijsko oblikovanje
Univerza v Ljubljani

NEKAJ TEORETIČNIH OSNOV IN PRAKTIČNIH PRIMEROV ZA UPORABO RAVNOTEŽNIH POGOJEV ZA RAČUN PREVRNITVE TELES, REAKCIJ IN NOTRANJIH SIL

Vojko Kilar

december 2005

Sile

Izraz sila (F=force) se v statiki uporablja za kakršnokoli akcijo na telo, ki rezultira v njegovem premiku, spremembi gibanja ali spremembi velikosti oziroma oblike. Silo običajno razumemo kot potisk ali poteg telesa, kot je na primer poteg za vrv, ki je pritrjena na telo. Osnovni zakoni mehanike so:

1) Vsako telo na katero delujejo sile, ki so v medsebojnem ravnotežju, miruje ali se giblje z enakomerno hitrostjo.
2) Sila, ki deluje na telo, je premosorazmerna produktu mase in pospešku telesa.
3) Medsebojni učinek dveh teles drugega na drugo je vedno enak in nasprotno usmerjen.

Običajna enota za silo je N (Newton) ali njegov mnogokratnik kN (1000 N). Po drugem Newtonovem zakonu mehanike velja:

$Sila = masa \cdot pospešek$

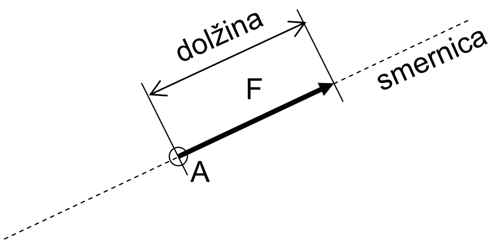
Enota za silo je torej $\frac{kg \cdot m}{s^2} = N$

Upoštevajoč, da je pospešek prostega pada g enak 9.81 m/s^2, dobimo:

1 kN = 101.93 kg ali
100 kg = 0.981 kN

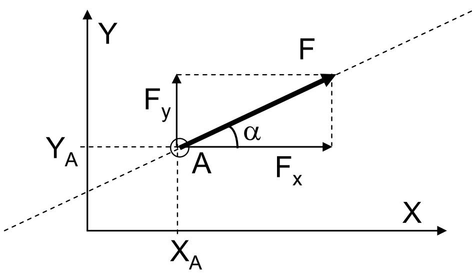
Običajno upoštevamo, da je pospešek prostega pada g enak približno 10 m/s^2. Iz tega sledi, da je 1 kN ≅ 100 kg oziroma 0.1 tone.

Sila je vektrorska količina. **Grafično** je določena z naslednjimi podatki:



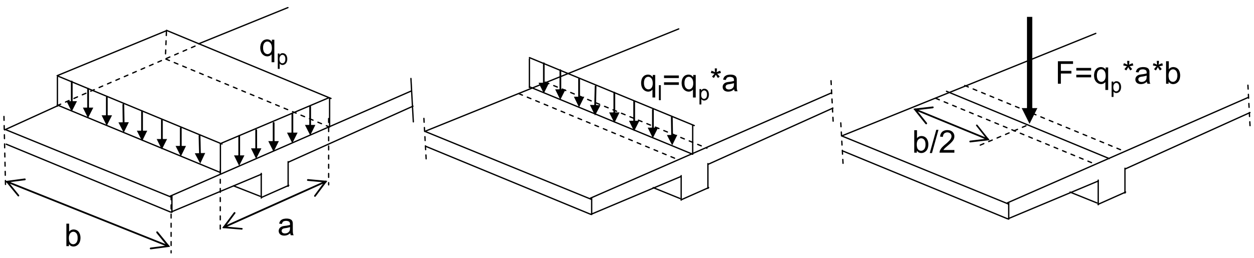
Prijemališče sile…	točka A;
Usmeritev sile…	smernica in puščica, ki prikazuje smer delovanja;
Velikost…	dolžina puščice, običajno v izbranem merilu;

V pravokotnem (Kartezijevem) koordinatnem sistemu je sila **analitično** določena z naslednjimi podatki:



Prijemališče sile… Koordinati x_A in y_A;
Usmeritev sile… kot α glede na os X ali predznaki komponent;
Velikost… Velikost sile ali komponent v N ali kN;

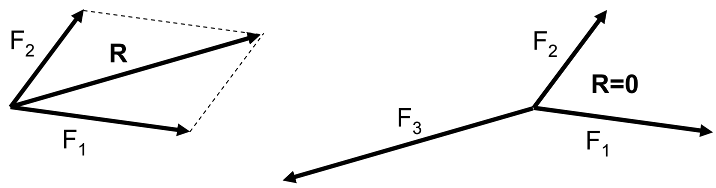
Pri obtežbi konstrukcij sile vedno nastopajo kot porazdeljene ploskovne obtežbe (q_p). Porazdeljene linijska obtežba (q_l) ali koncentrirana obtežba (F) predstavljata le idealizirana primera delovanja sil!



Idealizacija površinske obtežbe z linijsko obtežbo je v statiki zelo pogosta, posebej pri ravninski idealizaciji konstrukcij. Predstavitev linijske obtežbe z ekvivalentno koncentrirano silo (glej sliko zgoraj) ni točna, saj so napetosti in pomiki pod koncentrirano silo precej večji!

Rezultanta

Seštevek vseh sil, ki delujejo na telo imenujemo tudi rezultanta. Rezultanta R je sila, ki nadomešča delovanje vseh ostalih sil na telo. Telo je v ravnotežju, če je rezultanta vseh sil, ki deljujejo na telo, enaka nič.

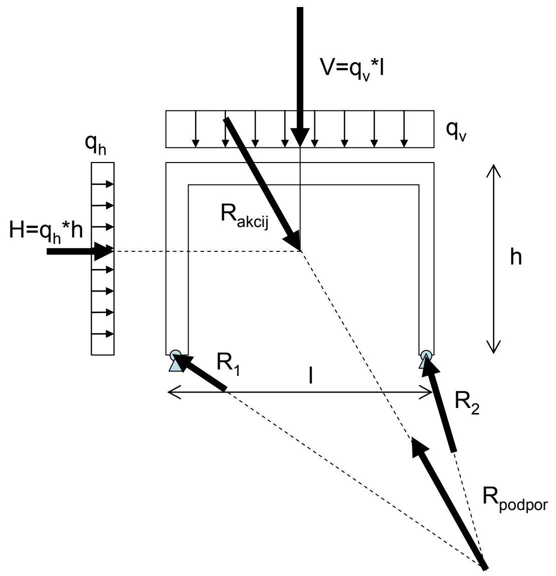


Komponente

Obraten postopek od sestavljanja sil v rezultanto je razstavljanje sil na komponente. Komponente imajo enak učinek kot prvotna sila. Enolično določene je le razstavljanje sile v dve komponenti na poljubno izbranih dveh smernicah.

Aktivne sile in reakcije

Aktivne sile so sile, ki predstavljajo obremenitve konstrukcije (V, H), reaktivne sile pa so sile, ki se pojavljajo v podporah telesa (R_1, R_2) in uravnotežujejo telo. Rezultanta akcijskih sil mora biti nasprotno enaka rezultanti podpornih sil. Obe rezultanti morata ležati na isti smernici.



Ravnotežje

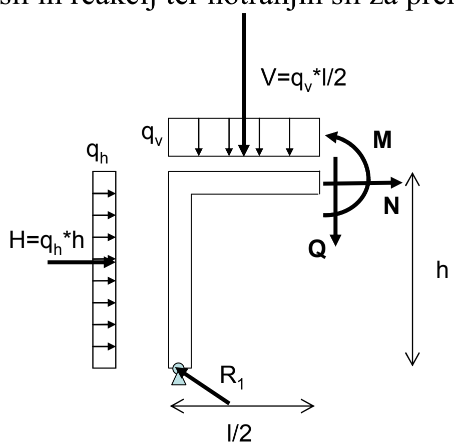
Telo na katero delujejo sile je v ravnotežju (ali se enakomerno giblje), če je rezultanta vseh sil, ki delujejo nanj enaka nič. Vsako mirujoče telo je v ravnotežju. Akcijske sile so v ravnotežju z reakcijskimi silami v podporah. Zaradi prenosa akcijskih sil po telesu v podpore se pojavljajo v telesu notranje sile. Posledica delovanja notranjih sil so deformacije telesa.

Zunanje in notranje sile

Posledica delovanja zunanjih sil, ki se preko telesa prenašajo v podpore so notranje sile. Te sile niso vidne, povzročajo napetosti in deformacije v telesu. Določimo jih lahko s prereznim postopkom, pred tem pa je potrebno poznati reakcijske sile v podporah. Notranje sile pri ravninskih konstrukcijah so upogibni moment (M), prečna sila (Q) in osna sila (N).

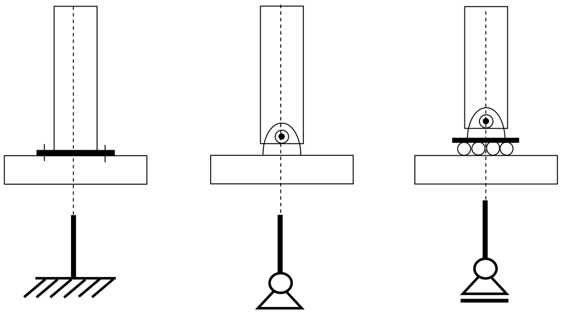
Prerezni postopek

Prerezni postopek omogoča račun notranjih sil na poljubnem mestu v konstrukciji. Notranje sile predstavljajo sile, ki obdržijo prerezani del konstrukcije v ravnotežju. Rezultanta zunanjih sil in reakcij ter notranjih sil za prerezani del konstrukcije mora biti enaka nič!



Podpore

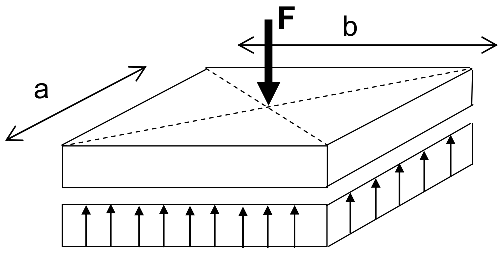
Podpore so mesta kjer je konstrukcija podprta. Poznamo različne vrste podpor: vpete (preprečen je vsakršen premik in zasuk), členkaste (preprečen je le vsakršen premik, zasuk ni preprečen) in pomične (preprečen je le eden od pomikov, zasuk in ostali pomiki so prosti). Podpore so idealizacija dejanskega stanja, vsaka podpora ima svojo karakteristično oznako. Na spodnji sliki so prikazane vpeta, členkasta in členkasta pomična podpora.



Vpeta | Vrtljijiva – dopuščen je zasuk | Pomična vrtlijiva, dopuščena sta horizontalni pomik in zasuk

Pritisk/napetost

Pritisk je zunanja koncentrirana sila normirana na enoto površine (area - A) na katero sila deluje. Enota za pritisk je N/m^2 (Pascal – Pa = 0.1 kN/cm^2), oziroma druge dimenzijsko ustrezne enote kot so kN/m^2, kN/cm^2, kN/mm^2. Kot primer si lahko predstavljamo pritisk vode na jez, pritisk pare v rezervoarju ipd. Napetost (σ) ima enake enote kot pritisk, vendar pa je notranja statična količina in se pojavlja v materialu kot posledica zunanje obremenitve. Ločimo več vrst napetosti kot so osne, upogibne in strižne napetosti. Osne napetosti (lahko so tlačne ali natezne) so definirane kot sledi:



$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{a \cdot b}$$

Masa

Količino materije v telesu imenujemo masa telesa. Merimo jo v kg ali tonah. Maso telesa lahko določimo tako, da volumen telesa pomnožimo s prostorninsko maso telesa.

Teža

Silo, ki jo povzroča masa telesa (lastna teža) dobimo tako, da maso telesa pomnožimo s pospeškom prostega pada. Velja relacija 100 kg = 0.981 kN, oziroma približno 100 kg = 1 kN. Težo telesa lahko določimo tako, da volumen telesa pomnožimo s prostorninsko težo telesa.

Gostota

Ločimo med prostorninsko maso (kg/m^3) in prostorninsko težo (kN/m^3). Gostota običajnih materialov je podana v gradbenih priročnikih in se uporablja pri določitvi obremenitve z lastno težo.

Okvirne prostorninske teže nekaterih običajnih materialov so:

Vrsta materiala	**Prostorninska teža (kN/m^3)**
Beton (armirani)	25.0*
Jeklo	77.0
Beton (nearmirani)	24.0*
Les	4.0-10.0**
Aluminij	27.0
Svinec	112.0
Betonski zidaki	12.0-19.0
Opečni zidaki	15.0-20.0

* Odvisno od uporabljenega agregata.

** Odvisno od vrste lesa in njegove vlažnosti; glede na vlažnost so lahko razlike tudi ±30%.

Obtežba

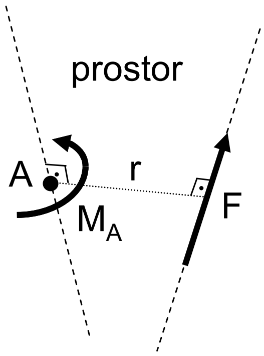
Obtežba je izraz za zunanje sile, ki delujejo na konstrukcijo. Ločimo med različnimi vrstami obtežb kot so:

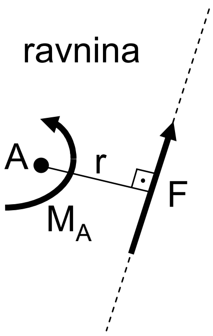
- Lastna teža (izračunamo jo lahko iz gostote materiala);
- Stalna obtežba (fiksni elementi, ki so pritrjeni na konstrukcijo, kot na primer tlaki, predelne stene, stroji, ipd.);
- Koristna obtežba (to je teža ljudi, opreme, ipd, koristna obtežba normalno zasedenih prostorov znaša 1.5 – 2 kN/m^2; obtežba prostorov kjer se lahko zbere večja količina ljudi lahko znaša tudi do 5 kN/m^2);
- Obtežba vetra (okvirno velja: v_{ref}=20 m/s → q_v=0.25 kN/m^2; v_{ref}=30 m/s → q_v=0.56 kN/m^2; v_{ref}=40 m/s → q_v=1.0 kN/m^2, merjeno na vertikalno površino izpostavljeno vetru; v_{ref} je določena v vetrovnih kartah za posamezne države);
- Obtežba snega (odvisna od cone in nadmorske višine; Ljubljana q_s=1.9 kN/m^2, določena je s posebno karto, ki deli državo na različne cone);
- Obtežba potresa (pogosto jo simuliramo s horizontalnimi silami na objekte, ki so odvisne od njegove mase);
- Temperaturne spremembe (dnevna temperaturna nihanja lahko dosežejo tudi 30°C);
- Posebne obtežbe (zavorne sile, pritisk vodnega toka…).

Moment

Moment M je tendenca sile, da povzroča rotacijo okrog osi skozi neko točko (A). Moment lahko izračunamo kot produkt sile F in ročice r, pri čemer je ročica najkrajša (t.j. pravokotna) razdalja med smernico sile in osjo. V strojništvu je moment sile poznan tudi kot navor. Enota za moment je kN·m, kN·cm, kN·mm ali druga ekvivalentna enota.

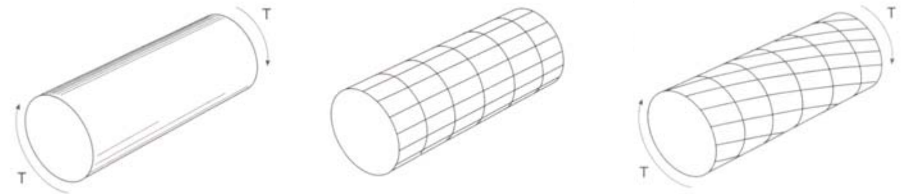
$M_A = F \cdot r$



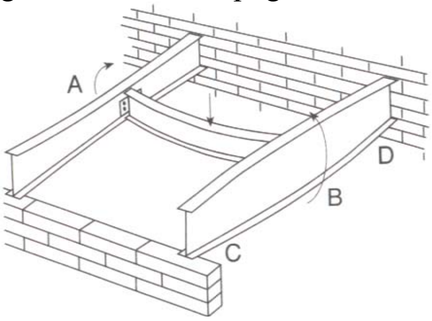


Torzija

Torzija je posebna oblika momentne obtežbe, ki povzroča rotacijo (zvoj) okrog lastne vzdolžne osi. Torzijske napetosti se na primer pojavijo v ključu s katerim odklepamo ključavnico, v cevastem ključu za odvijan je matic koles avtomobila ipd. Torzijo povzroča dvojica dveh nasprotno usmerjenih momentov. Spodnja slika prikazuje primer čiste torzije in mrežo ortogonalnih linij na torzijsko obremenjenem nosilcu pred in po obremenitvi.



Spodnja slika prikazuje primer torzije v stavbi, kjer pride do torzijskega zasuka v sredini grede CD zaradi upogiba centralne grede AB.



Sile v ravnini

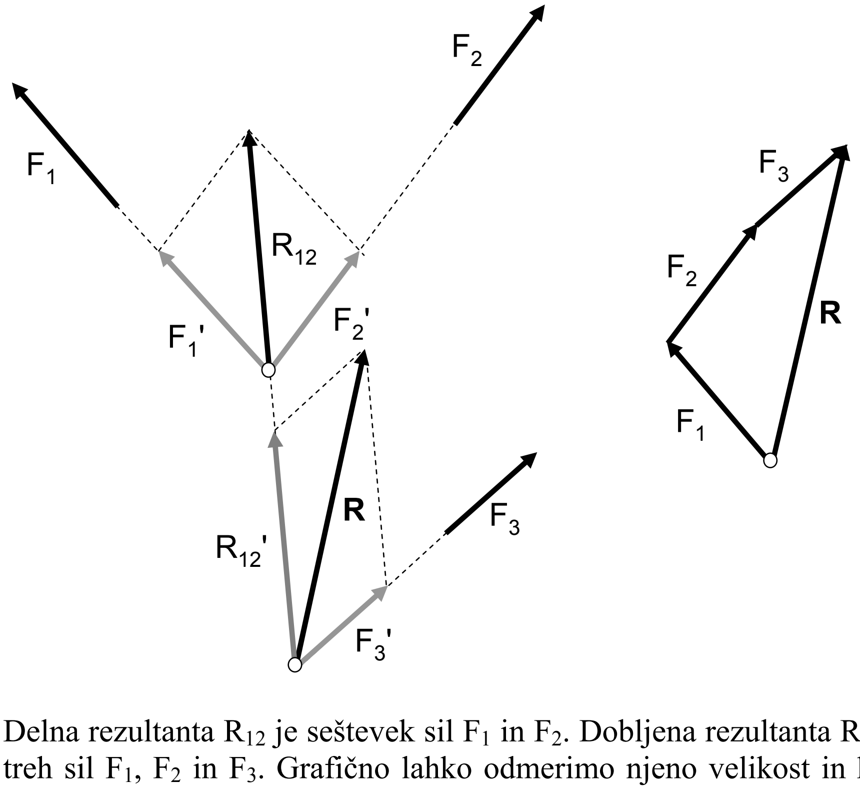
Vse sile delujejo v isti ravnini. Ločimo med silami s skupnim prijemališčem (smernice sil se sekajo v isti točki) in silami, ki nimajo skupnega prijemališča (splošni sistem sil - smernice sil se ne sekajo v isti točki). Sile lahko med seboj seštevamo (določamo njihovo rezultanto) ali pa jih razstavljamo na komponente. Običajno nas še posebej zanima kdaj je posamezni sistem sil v ravnotežju, oziroma kakšno silo moramo dodati, da bo sistem sil v ravnotežju. Ločimo med grafičnim in med analitičnim postopkom sestavljanja in razstavljanja sil ter določanja rezultante oziroma ravnotežja sil. Posebej pomembno je analitično določanje ravnotežja splošnega sistema sil, ki nam daje 3 ravnotežne pogoje, ki morajo biti izpolnjeni za vsako mirujoče telo v ravnini.

Splošen sistem sil v ravnini

Vse sile delujejo v isti ravnini. Smernice posameznih sil se ne sekajo v isti točki.

Grafična določitev rezultante več sil

Pri grafičnem seštevanju sil si pomagamo s postopkom delnih rezultant, pri katerem seštevku prvih dveh sil prištejemo še naslednjo silo. Če je sil več, postopek ponavljamo. Pri tem sile premikamo vzdolž njihovih smernic naprej in nazaj kot je prikazano pri spodnjem primeru.

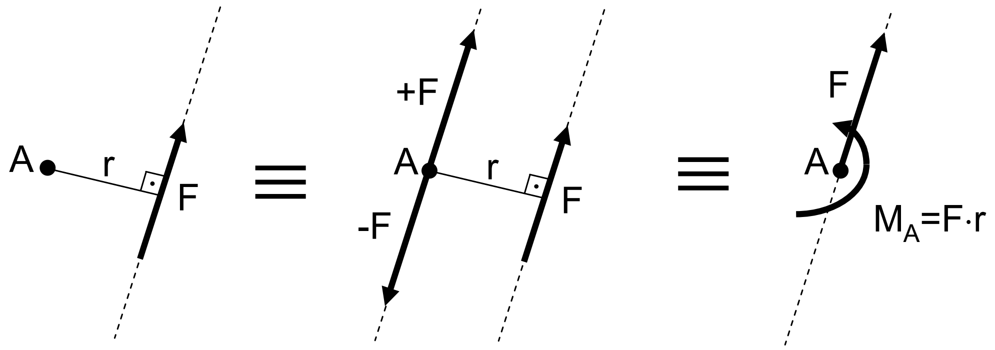


Delna rezultanta R_{12} je seštevek sil F_1 in F_2. Dobljena rezultanta R nadomešča delovanje vseh treh sil F_1, F_2 in F_3. Grafično lahko odmerimo njeno velikost in kot pod katerim deluje.Sile rišemo v merilu! Tudi v tem primeru je mnogokotnik sil (glej desno) sklenjen. Zavedati se je potrebno, da sil ne moremo poljubno premikati po ravnini, saj sistem sil tako ne ostaja isti! Ločimo med:

a) premikanjem sil vzdolž njihove smernice naprej ali nazaj in
b) premikanjem sile pravokotno na njeno smernico.

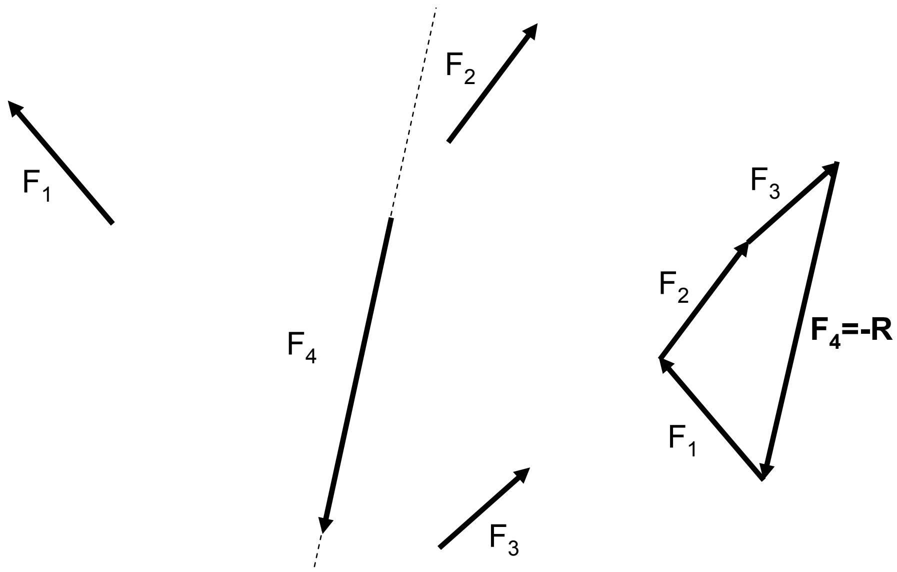
Pri premikanju sile vzdolž njene smernice, se zunanje ravnotežje telesa ne spremeni. Notranje sile v telesu se seveda spremenijo, kot kaže spodnja slika. Ravnotežjhe obeh sil F je sicer v obeh primerih izpolonjeno, vendar pa je telo enkrat obremenjeno tlačno, drugič pa natezno.

Če silo premikamo v smeri pravokotno na njeno njeno smernico (smernica premaknjene sile ostane vzporedna s prvotno), porušimo tudi zunanje ravnotežje sistema. Tak premik načeloma ni možen, razen v primeru, da premaknjeni sili dodamo še moment $M_A = F \cdot r$, ki ga tvori dvojica dveh nasprotno delujočih sil F na medsebojni razdalji r. Spodnja slika prikazuje premik sile F v točko A, ki je od njene smernice oddaljena za razdaljo r (najmanjša pravokotna razdalja). Da sistem ostane v ravnotežju je potrebno dodati še silo –F. Dvojica sil –F in F povzroča moment $M_A = F \cdot r$. V tem primeru zunanje ravnotežje sistema sil ostaja nespremenjeno.



Grafična določitev ravnotežja sil

Sistem sil v ravnini je v ravnotežju, če je njegova rezultanta enaka nič. Sistem sil obravnavan na prejšnji strani lahko uravnotežimo, če mu dodamo dodatno silo F_4, ki leži na isti smernici kot rezultanta R in je enake velikosti, a nasprotno usmerjena kot rezultanta R. V tem primeru je mnogokotnih sil sklenjen!



Analitična določitev rezultante splošnega sistema sil v ravnini

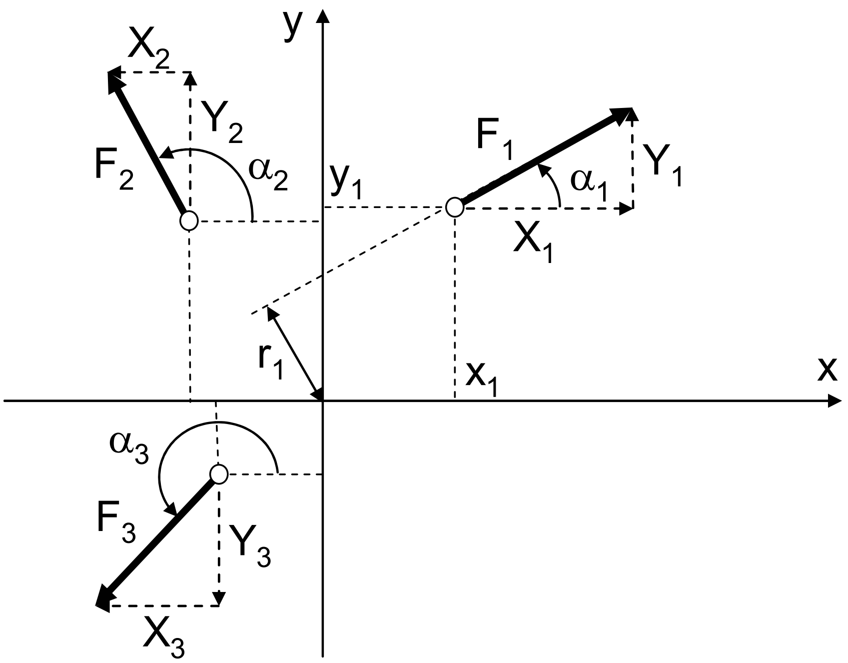
Vpeljemo pravokotni koordinatni sistem in določimo koordinate prijamališč in smerne kote sil. Vzemimo, da za poljubno silo F_i velja:

x_i, y_i … koordinati prijemališča sile F_i
α_i… kot med smernico sile in osjo X koordinatnega sistema
r_i… ročica za račun momenta okrog izhodišča koordinatnega sistema

Vsako silo razstavimo na komponento v smeri X in v smeri Y.

$X_i = F_i \cdot cos\ \alpha_i$
$Y_i = F_i \cdot sin\ \alpha_i$

Istosmerne komponente med seboj seštejemo (enako kot pri sistemu sil s skupnim prijemališčem). Dobimo obe komponenti rezultante:



$$X_R = X_1 + X_2 + X_3 = F_1 \cdot \cos\alpha_1 + F_2 \cdot \cos\alpha_2 + F_3 \cdot \cos\alpha_3 = \sum_{i=1}^{n=3} X_i$$

$$Y_R = Y_1 + Y_2 + Y_3 = F_1 \cdot \sin\alpha_1 + F_2 \cdot \sin\alpha_2 + F_3 \cdot \sin\alpha_3 = \sum_{i=1}^{n=3} Y_i$$

Velikost rezultante lahko nato določimo kot:

$$R = \sqrt{X_R^2 + Y_R^2}$$

kot smernice rezultante pa je:

$$tg\alpha_R = \frac{Y_R}{X_R}$$

Pri silah s skupnim prijemališčem je bilo prijemališče rezultante v naprej znano. Pri splošnem sistemu sil je potrebno določiti lego rezultante s pomočjo dodatnega momentnega pogoja na izhodišče koordinatnega sistema.

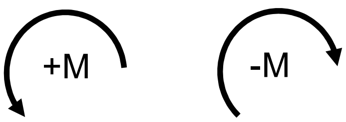
Moment sile F_1 na izhodišče koordinatnega sistema znaša:

$M_1 = - P_1 \cdot r_1 = - X_1 \cdot y_1 + Y_1 \cdot x_1$

za silo F_i pa:

$M_i = - P_i \cdot r_i = - X_i \cdot y_i + Y_i \cdot x_i$

Pri tem vpeljemo dogovor o pozitivnem in negativnem momentu. Pozitivni momenti so tisti, ki v ravnini vrtijo v smeri nasprotni urinemu kazalcu. Moment si lahko predstavljamo tudi kot vrtenje desnosučnega vijaka z osjo paralelno osi Z. Če je moment pozitiven, se bo vijak premikal (odvijal) v smeri Z. Po tej definiciji je na primer tudi moment za odvijanje zamaška pozitiven. Momenti, ki vrtijo v drugo smer so negativni.

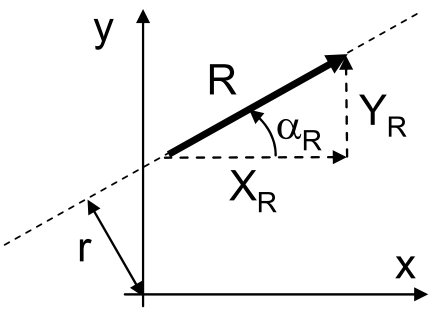


Momente vseh sil med seboj seštejemo, pri čemer upoštevamo dejanske predznake momentov:

$$M_R = M_1 + M_2 + M_3 = F_1 \cdot r_1 + F_2 \cdot r_2 + F_3 \cdot r_3 = \sum_{i=1}^{n=3} M_i$$

Ročico rezultante nato določimo kot:

$$r_R = \frac{M_R}{R}$$



Rezultanta leži kjerkoli na smernici, ki jo določata ročica r in kot α_R .

V splošnem obstaja več možnosti:

$X_R \neq 0; Y_R \neq 0$ *in* $M_R \neq 0$ $\Rightarrow$ rezultanta ne gre skozi izhodišče

$X_R \neq 0; Y_R \neq 0$ *in* $M_R = 0$ $\Rightarrow$ rezultanta gre skozi izhodišče

$X_R = 0; Y_R = 0$ *in* $M_R \neq 0$ $\Rightarrow$ rezultanta je nič, a obstaja rezultirajoči moment (vrteneje)

$X_R = 0; Y_R = 0$ *in* $M_R = 0$ $\Rightarrow$ RAVNOTEŽJE !

Ravnotežni pogoji

Sistem sil v ravnini je v ravnotežju, ko je rezultanta vseh sil enaka nič in ko je rezultantni moment enak nič. V tem primeru so izpolnjeni trije ravnotežni pogoji, ki pogojujejo ravnotežje sil v ravnini. To pomeni, da mora biti vsota vseh sil v smeri X enaka nič, vsota vseh sil v smeri Y enaka nič in vsota vseh momentov enaka nič:

$$\sum X = 0$$
$$\sum Y = 0$$
$$\sum M = 0$$

Pri tem ni nujno, da vsoto momentov računamo ravno na koordinatno izhodišče. V bistvu bi si lahko za koordinatno izhodišče izbrali katerokoli točko in z enakim razmislekom prišli do istih treh ravnotežnih pogojev. Za račun momentov si lahko torej izberemo katero koli točko v ravnini. Običajno vrtišča za račun momentov izbiramo tako, da imamo z določanjem ročic sil čim manj dela. V nekaterih primerih je enostavneje uporabiti več momentnih pogojev in manj pogojev o vsoti sil. Možna je kombinacija dveh momentnih pogojev in enega pogoja o vsoti sil:

$$\sum X = 0$$
$$\sum M_A = 0$$
$$\sum M_B = 0$$

Opomba: pri tem smer X ne sme biti pravokotna na daljico, ki povezuje točki A in B!

ali pa kombinacija le treh momentnih pogojev:

$$\sum M_A = 0$$
$$\sum M_B = 0$$
$$\sum M_C = 0$$

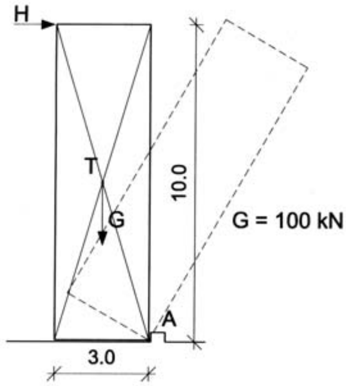
Opomba: pri tem točke A, B in C ne smejo ležati na isti premici!

Zgoraj izpeljane ravnotežne pogoje bomo uporabljali za:

a) Določanje prevrnitve teles;
b) Račun reakcij;
c) Račun notranjih sil

Uporaba momentnega ravnotežnega pogoja - določanje prevrnitve teles

Uporabo momentnega ravnotežnega pogoja lahko najenostavneje prikažemo pri določanju prevrnitve teles. Če za račun momentov izberemo točko (vrtišče) okrog katerega se bi telo prevrnilo, lahko pogoj ravnotežja izrazimo samo z enim momentnim pogojem in iz njega izračunamo silo, ki je potrebna za prevrnitev telesa.



Primer 1: Telo (stavba) s težo G=100 kN, širine d=3 m in višine h=10 m je obremenjeno s horizontalno silo H. Horizontalna sila bi jo prevrnila tako, da bi jo poskušala zavrteti okrog točke A kot kaže slika:

$$\sum M_A = 0$$

$$-H \cdot h + G \cdot d/2 = 0 \quad \Rightarrow \quad H = G \cdot d / (2 \cdot h)$$

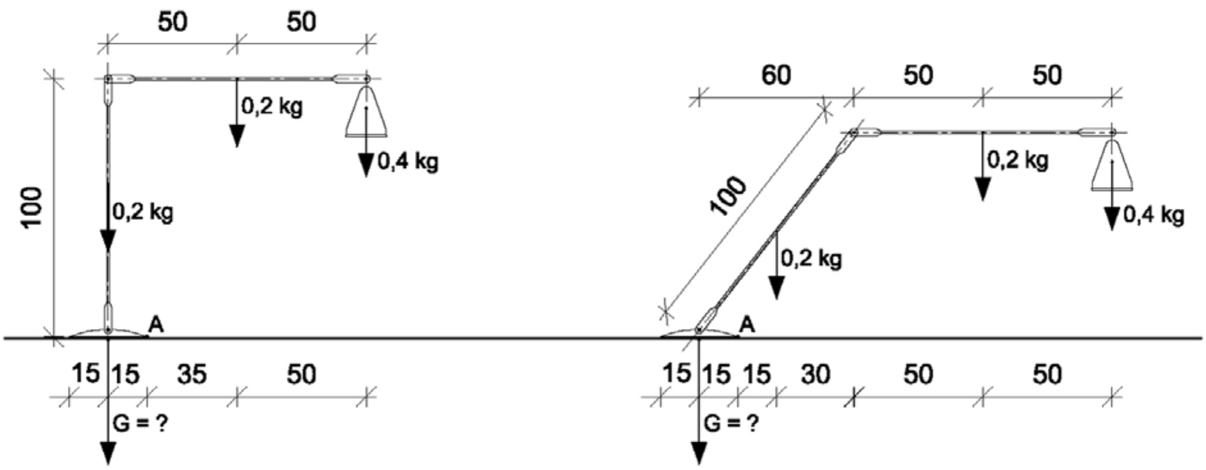
$$\Rightarrow H = 100\ kN \cdot 3\ m / (2 \cdot 10) = 15\ kN$$

Za prevrnitev telesa potrebujemo silo 15 kN.

Pri tem lahko ločimo med silami, ki poizkušajo prevrniti telo in povzročajo prevrnitveni moment M_{prev} in silami, ki uravnotežujejo telo in povzročajo uravnotežnostni moment M_{rav}. Telo je v ravnotežju, če je prevrnitveni moment manjši od ravnotežnostnega momenta. Vpeljemo lahko tudi varnostni faktor proti prevrnitvi (običajno od 1,50 do 2,00).

$$M_{prev} \cdot \gamma \geq M_{rav}$$

Primer 2: Podana je večja namizna svetilka s težo sečnika 1 kg in dolžino gibljivih ročic 1,00 m). Koliko znaša potrebna teža postavka G za izbrana položaja svetilke?



Lučka bi se prevrnila tako, da bi se zavrtela okrog točke A (desnega roba podstavka).

Položaj 1:

$$\sum M_A = G \cdot 15\,cm + 0{,}2\,kg \cdot 15\,cm - 0{,}2\,kg \cdot 35\,cm - 0{,}4\,kg \cdot 85\,cm = 0$$

Dobimo G=1,4 kg. Ker je jasno, da ta položaj svetilke ni najneugodnejši za njeno prevrnitev, izberemo še nekoliko težji podstavek. Na primer, da se odločimo za težo podstavka 2,0 kg. Preverimo še ravnotežje v položaju 2:

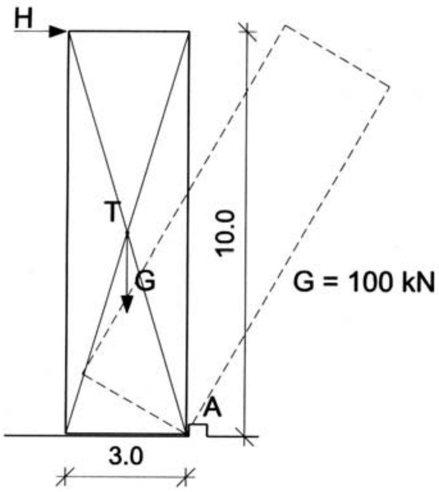
$$\sum M_{prev} = 0{,}2\,kg \cdot 15\,cm + 0{,}2\,kg \cdot 95\,cm - 0{,}4\,kg \cdot 145\,cm = 36\,kg \cdot cm$$
$$\sum M_{rav} = 2{,}0\,kg \cdot 15\,cm = 30\,kg \cdot cm$$

Vidimo lahko, da je prevrnitveni moment večji od ravnotežnostnega momenta (tudi, če ne upoštevamo varnostnega faktorja). Svetilka se torej kljub temu prevrne. Potrebno bi bilo torej še povečati težo podstavka (najneugodnejši položaj je dejansko polno iztegnjena roka v horizontalni ravnini), razširiti podstavek ali pa uporabiti lažji material.

VAJE – UPORABA RAVNOTEŽNIH POGOJEV ZA RAČUN PREVRNITVE :

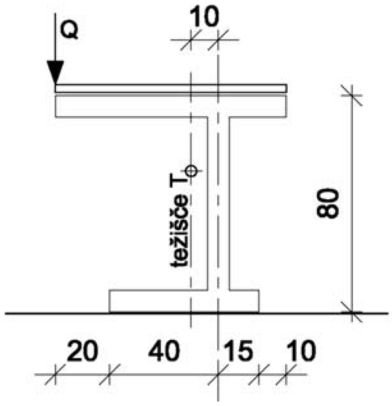
NALOGA 1

Koliko znaša sila **H**, da se blok prevrne?



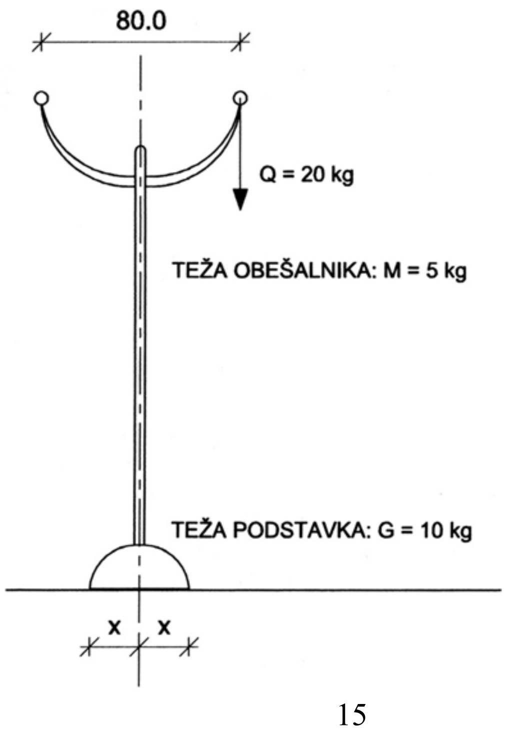
NALOGA 2

Koliko lahko znaša sila Q, da se miza ne prevrne? Upoštevaj, da je teža mize 0,5 kN, težišče mize pa je 10 cm levo od osi noge mize.



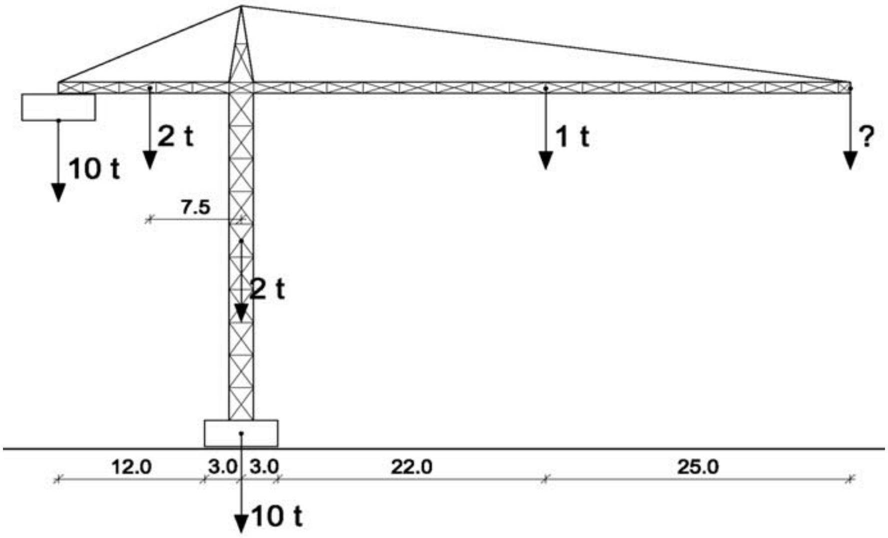
NALOGA 3

Izračunaj potrebno dolžino **x**, da se obešalnik ne prevrne!
Upoštevaj varnostni faktor 2.0.



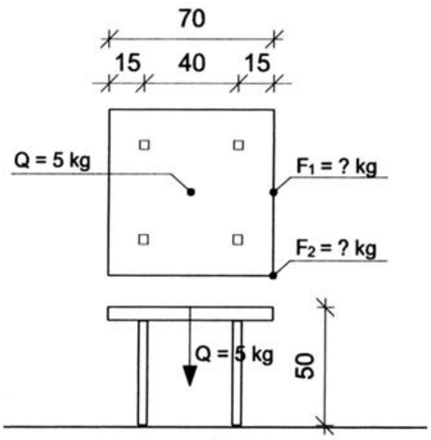
NALOGA 4

Kolikšno težo lahko dvigne žerjav, da se ne prevrne! Upoštevaj varnostni faktor 2.0.



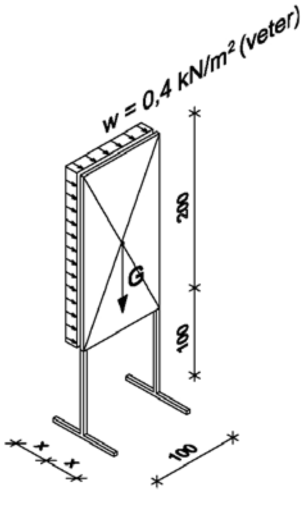
NALOGA 5

Izračunaj sili F_1 in F_2 tako, da se čajna mizica dimenzij 70/70 cm ne prevrne.



NALOGA 6

Izračunaj potrebno dolžino **x**, da se tabla pod pritiskom vetra ne prevrne. Teža table G je 0,8 kN. Upoštevaj varnostni faktor 2.0.

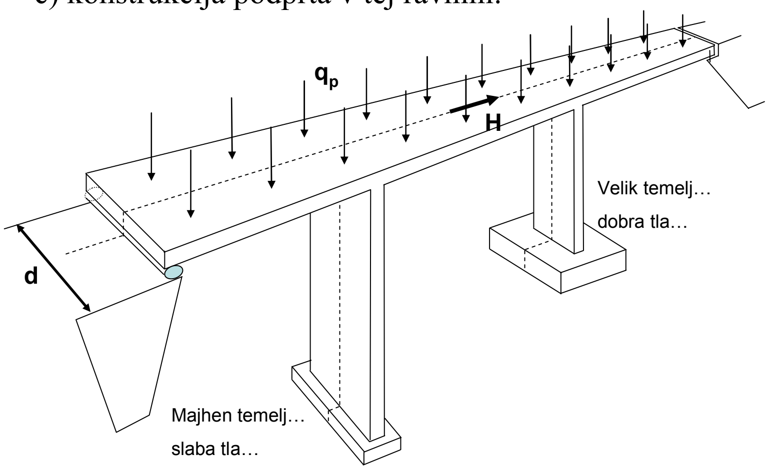


Reakcije ravninskih konstrukcij

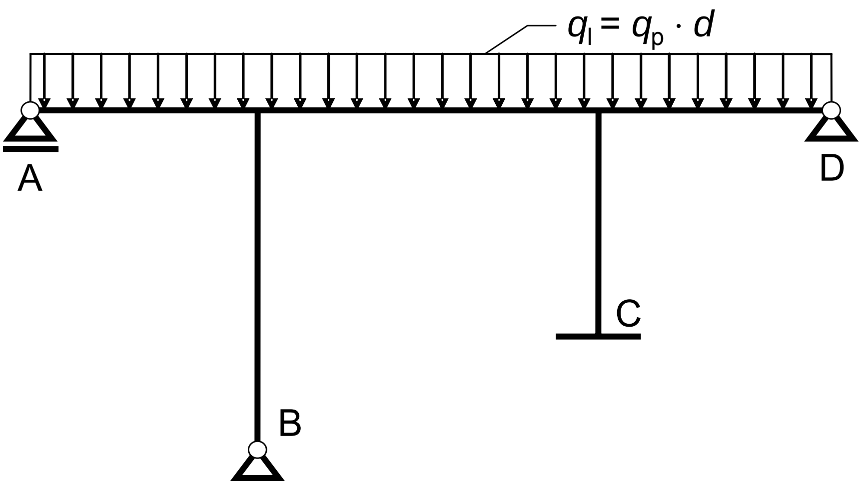
Matematični modeli in ravninska idealizacija konstrukcije

Za potrebe statičnega računa si dejanske tro-dimenzionalne konstrukcije ponazorimo z enostavnejšimi – kjer je to mogoče – dvo-dimenzionalnimi (ravninskimi modeli). Stebrov, gred, sten, plošč ipd. ne rišemo z dejanskimi debelinami, temveč le črtno. Posamezne linije dobimo tako, da povežemo težišča vseh prerezov z ravno linijo. Spodnja slika prikazuje most na dveh stebrih, ki ga je mogoče dokaj natančno ponazoriti z ravninskim računskim modelom. Za močnejši temelj na boljših tleh lahko predpostavimo vpeto podporo, medtem ko drugje predpostavimo, da so podpore nepomične vrtljive. Zaradi temperaturnih sprememb in krčenja ter širjenja mostu je običajno vsaj ena podpora v vzdolžni smeri sproščena (v našem primeru podpora na levi strani). Ravninska idealizacija je mogoča, ko je:

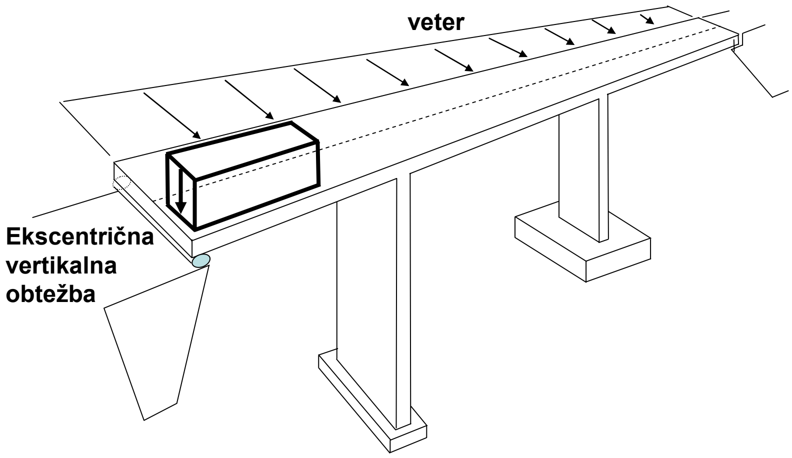
a) konstrukcija simetrična na vzdolžno ravnino,
b) konstrukcija obremenjena v tej ravnini in
c) konstrukcija podprta v tej ravnini.



Površinsko obtežbo q_p (kN/m^2) pomnožimo z vplivno širino in dobimo linijsko obtežbo q_l (kN/m). Konstrukcija ima štiri podpore v ravnini, obtežba nanjo deluje tako, da se vsi premiki konstrukcije izvršijo le v tej ravnini.



V mnogih primerih bočnih obtežb, ki povzročajo premike izven vzdolžne ravnine, nesimetričnih vertikalnih obtežb, ki povzročajo torzijo, nesimetričnega podpiranja ipd., ravninska idealizacija ni mogoča.

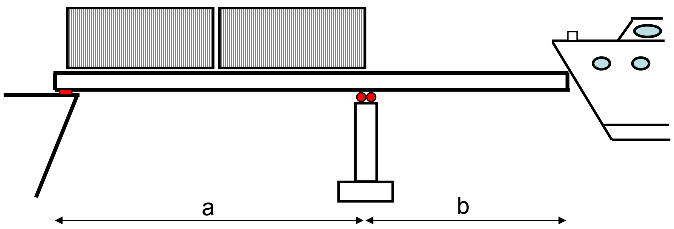


Račun reakcij – analitično

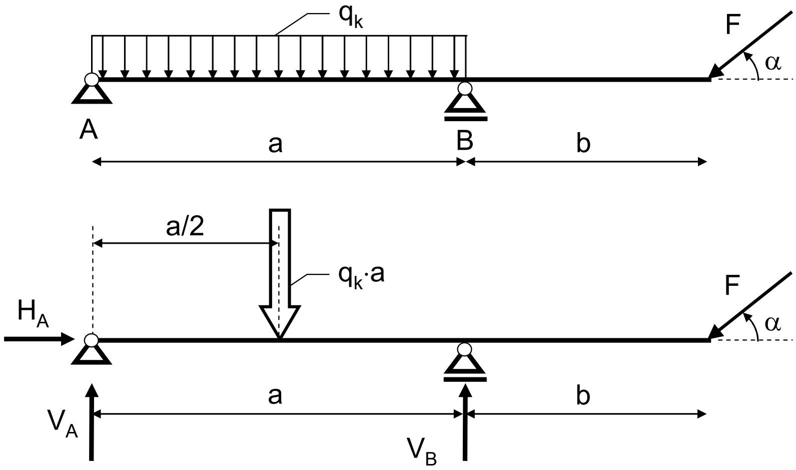
Glede na dane možnosti za opiranje konstrukcije v tla izberemo vrste podpor:

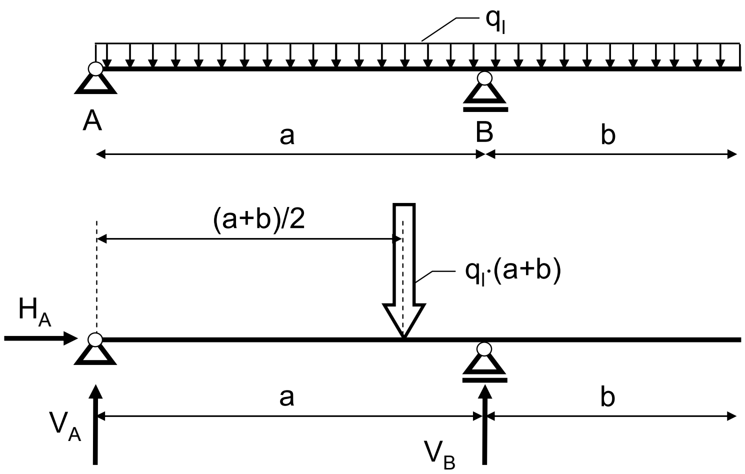
- vpeta (3 reakcije),
- vrtliva nepomična (dve reakciji) ali
- vrtljiva pomična (ena reakcija – lahko v različnih smereh).

Naslednji primer prikazuje ravninsko idealizacijo podporne ploščadi za natovarjanje ladij. Konstrukcija je nepomično vrtljivo pritrjena na breg, na steber pa je le položena. Takšno konstrukcijo lahko idealiziramo kot statično določeno konstrukcijo s tremi neznanimi reakcijami.



Konstrukcije je obtežena s koristno obtežbo q_k v polju dolžine a, lastno težo q_l in silo F, ki predstavlja udarec ladje ob pristanku (pod kotom α). Reakcije lahko izračunamo iz treh ravnotežnih pogojev. Pri računu nadomestimo zvezno obtežbo s koncentrirano silo, ki deluje v njenem težišču (pri enakomerni zvezni obtežbi je to kar v sredini).





$$\sum X = H_A - F \cdot \cos\alpha = 0 \rightarrow H_A = F \cdot \cos\alpha$$

$$\sum Y = V_A + V_B - q_k \cdot a - q_l \cdot (a+b) - F \cdot \sin\alpha = 0$$

$$\sum M_A = V_B \cdot a - q_k \cdot a \cdot \frac{a}{2} - q_l \cdot \frac{(a+b)^2}{2} - F \cdot \sin\alpha \cdot (a+b) = 0$$

Iz zgornjega pogoja izračunamo reakcijo V_b:

$$V_B = q_k \cdot \frac{a}{2} + q_l \cdot \frac{(a+b)^2}{2 \cdot a} + \frac{F \cdot \sin\alpha \cdot (a+b)}{a}$$

Iz vsote vseh sil v vertikalni smeri *Y* lahko s pomočjo znane V_B izračunamo še reakcijo V_A:

$$V_A = -V_B + q_k \cdot a + q_l \cdot (a+b) + F \cdot \sin\alpha$$

Kontrola: Izračunane reakcije lahko tudi preverimo z uporabo enega ali več ravnotežnih pogojev, ki še niso bili uporabljeni. Na primer, izberimo si vsoto momentov vseh sil na prijemališče sile *F*:

$$\sum M_F = -V_A \cdot (a+b) - V_B \cdot b + q_k \cdot a \cdot (\frac{a}{2} + b) + q_l \cdot \frac{(a+b)^2}{2} = 0$$

Če sta reakciji V_A in V_B pravilno izračunani, mora biti rezultat zgornje enačbe enak nič! S to kontrolo ne moremo preveriti pravilnost izračunane reakcije H_A.

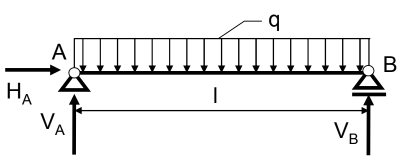
Številčni primer: *a=10 m, b=5 m,* q_k *=50 kN/m,* q_l *= 10 kN/m* in *F=100 kN* pod kotom $\alpha=30°$.

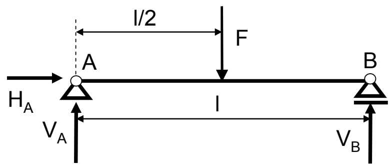
Dobimo: H_A*=86,60 kN*, V_B*=250+112,50+75= 437,50 kN* in V_A*=262,50 kN.*

Pozor: Vse reakcije so pozitivnega predznaka, kar pomeni, da delujejo v isti smeri v kateri so bile predpostavljene.

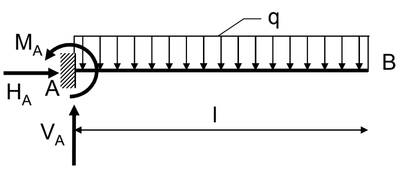
V ravnini imamo le tri ravnotežne pogoje, zato lahko izračunamo le reakcije konstrukcij, ki so podprte statično določeno, to je le s tremi neznanimi reakcijami. V tem primeru je nosilec podprt z najmanjšim možnim številom reakcij. Nekaj tipičnih statično določenih nosilcev je prikazanih v nadaljevanju.

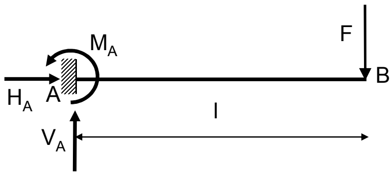
Prostoležeči nosilec razpona *l* obremenjen z zvezno obtežbo *q* ali koncentrirano silo *F*.



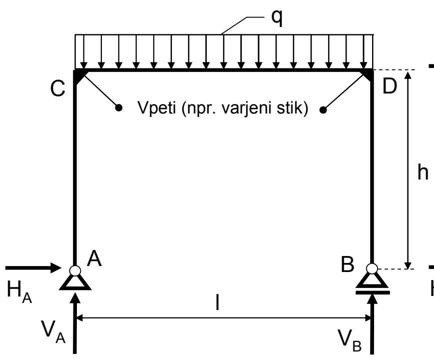


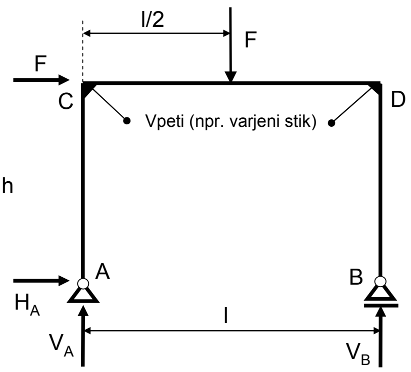
Konzolni nosilec previsa *l* obremenjen z zvezno obtežbo *q* ali koncentrirano silo *F*.





Okvirna konstrukcija razpona *a* in višine h obremenjen z zvezno obtežbo *q* ali koncentriranima silama *F*. Vozlišči A in B sta členkasti podpori, vozlišči C in D pa prosti, pri čemer je steber v gredo vpet!

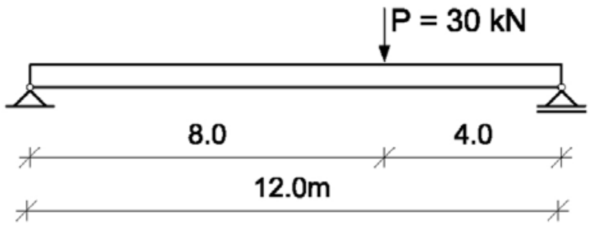




VAJE – UPORABA RAVNOTEŽNIH POGOJEV ZA RAČUN REAKCIJ :

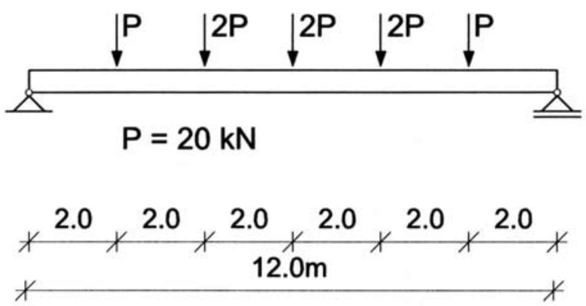
NALOGA 1

Izračunaj reakcije (A_V in B_V) za podano konstrukcijo.



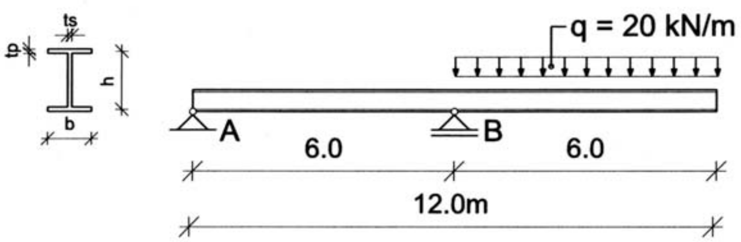
NALOGA 2

Izračunaj reakcije (A_V in B_V) za podano konstrukcijo.



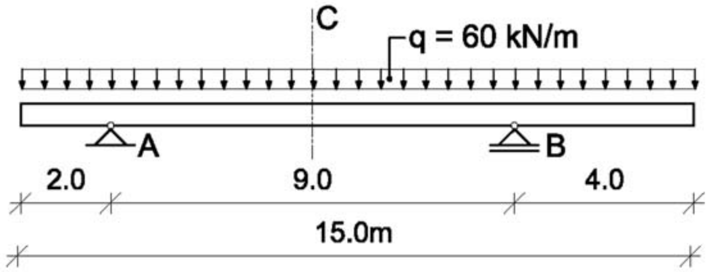
NALOGA 3

Izračunaj reakcije (A_V in B_V) za podano konstrukcijo.



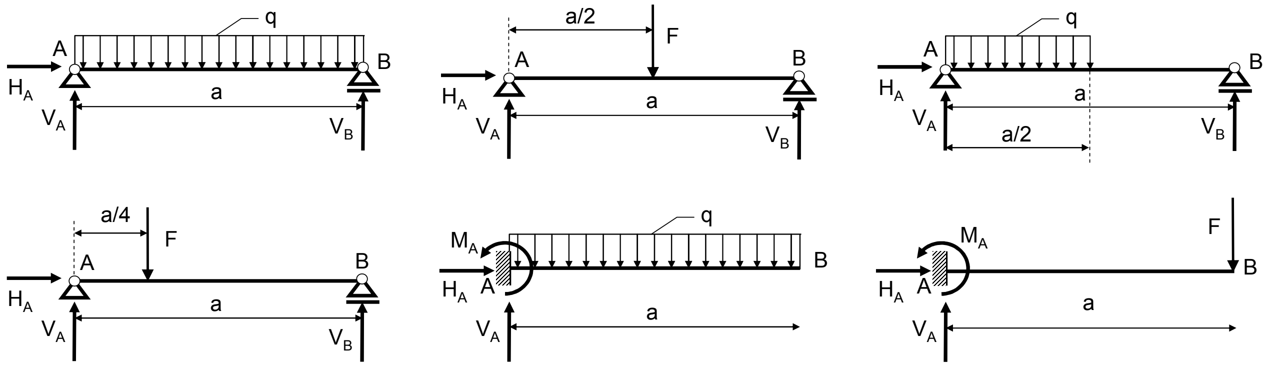
NALOGA 4

Izračunaj reakcije (A_V in B_V) za podano konstrukcijo.



NALOGA 5

Izračunaj reakcije za spodnje primere, če je $q=10\ kN/m$, $F=50\ kN$ in $a=10\ m$ (Opomba: pri nekaterih primerih je mogoče reakcije določiti na pamet brez računanja).



NALOGA 6

Izračunaj reakcije za prostoležeči nosilec na desni strani, če je $F_1=F_2=F_3=50\ kN$ in $a=2m$, $b=6m$, $c=2\ m$ in $d=4\ m$.