

# Statistika 2 z računalniško analizo podatkov

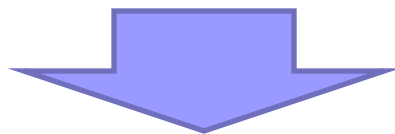
## **Neparametrični testi**

# Razlika med parametričnimi in ne-parametričnimi testi

- **Parametrični testi:** testiramo, ali vrednost nekega parametra neke (najpogosteje normalne) porazdelitve – predpostavljajo tisto obliko porazdelitve
- **Ne-parametrični testi:** Ne predpostavljajo nobene oblike porazdelitve

# Parametričnimi vs. neparametričnimi testi

- **Parametrični testi:** So “močnejši”, a imajo običajno bolj stroge predpostavke
- **Ne-parametrični testi:** Imajo manj predpostavk, a so “šibkejši”



- Če predpostavke parametričnih testov (približno) držijo, izberemo parametrične teste, sicer neparametrične.
- Neparametrične teste pogosteje uporabljamo na manjših vzorcih, saj ima tam kršenje predpostavk parametričnih testov hujše posledice.

# Preverjanje domneve o “srednji vrednosti”

- Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na dveh odvisnih vzorcih
- Preverjanje domneve o vrednosti srednje vrednosti
- Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na dveh neodvisnih vzorcih
- Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na (več kot dveh) neodvisnih vzorcih

# Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na dveh odvisnih vzorcih

Primerjamo srednje vrednosti pri dveh spremenljivkah na istih enotah

Parametričen test – t-test za odvisna vzorca

- **Predpostavlja normalno porazdelitev**
- Predpostavlja vsaj intervalno mersko lestvico
- Testiramo domnevo o enakosti aritmetičnih sredin

# Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na dveh odvisnih vzorcih

Neparametričen test - Wilcoxonov test

- Predpostavlja **vsaj intervalno mersko lestvico** → Ker računamo razlike med spremenljivkama (pri vsaki enoti)
- Predpostavlja, da je oblika porazdelitev pri obeh spremenljivkah enaka

# Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na dveh odvisnih vzorcih

## Neparametričen test - Wilcoxonov test

- Načeloma predpostavlja simetrično porazdelitev v obeh porazdelitvah → potem se lahko uporablja kot test enakosti median
- **Pravzaprav testira, ali je porazdelitev razlik "simetrična" okoli 0**
- Uporablja se predvsem na majhnih vzorcih ko je porazdelitev obeh spremenljivk podobna, a ne normalna

# Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na dveh odvisnih vzorcih

## Neparamteričen test - Wilcoxonov test

### ■ Postopek:

- Izračunamo razliko med vrednostnima spremenljivk pri vsaki enoti
- Odstranimo razlike, kjer so vrednosti enake 0
- Izračunamo (povprečne) range za absolutne vrednosti razlik
- Izračunamo vsoto rangov pri negativnih (nekateri pozitivnih) razlikah
- Ta vsota je vrednost Wilcoxon-ove statistike  $W$



# Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na dveh odvisnih vzorcih

## Neparametričen test - Wilcoxonov test

### ■ Postopek (nadaljevanje):

- Na podlagi te statistike, števila neničelnih razlik in števila enot z enakimi vrednostmi razlike (za vsako vrednost posebej) je možno izračunati  $Z$  statistiko
- Pri velikih vzorcih (vsaj 20 neničelnih razlik) se ta statistika porazdeljuje približno normalno
- Na podlagi vrednosti  $Z$  statistike izračunano natančno stopnjo tveganja

# Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na dveh odvisnih vzorcih

Neparametričen test – Test predznaka (Sign test)

- Predpostavlja **vsaj ordinalno mersko lestvico** → Zanima nas samo predznak razlike, torej katera vrednost je večja
- **Testira hipotezo, da sta mediani enaki (velja pri zveznih spremenljivkah) oz. natančneje, da je število pozitivnih in število negativnih razlik enako**

# Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na dveh odvisnih vzorcih

## Neparamteričen test - Test predznaka

### ■ Postopek:

- Izračunamo razliko med vrednostnima spremenljivk pri vsaki enoti
- Odstranimo razlike, kjer so vrednosti enake 0
- Izračunamo število pozitivnih in število negativnih razlik
- Na podlagi teh dveh vrednosti izračunano natančno stopnjo tveganja

# Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na dveh odvisnih vzorcih

## Neparametričen test - Wilcoxonov test in Test predznaka

### ■ Uporaba v SPSS-u:

- Uporabimo proceduro *Analyze* – *Nonparametric Tests (- Legacy Dialogs) – 2 Related Samples*
- Izberemo spremenljivki, katerih srednje vrednosti želimo primerjati in ju prenesemo (kot par) v okenček.
- V okvirčku *Test Type* izberemo *Wilcoxon* oz. *Sign*

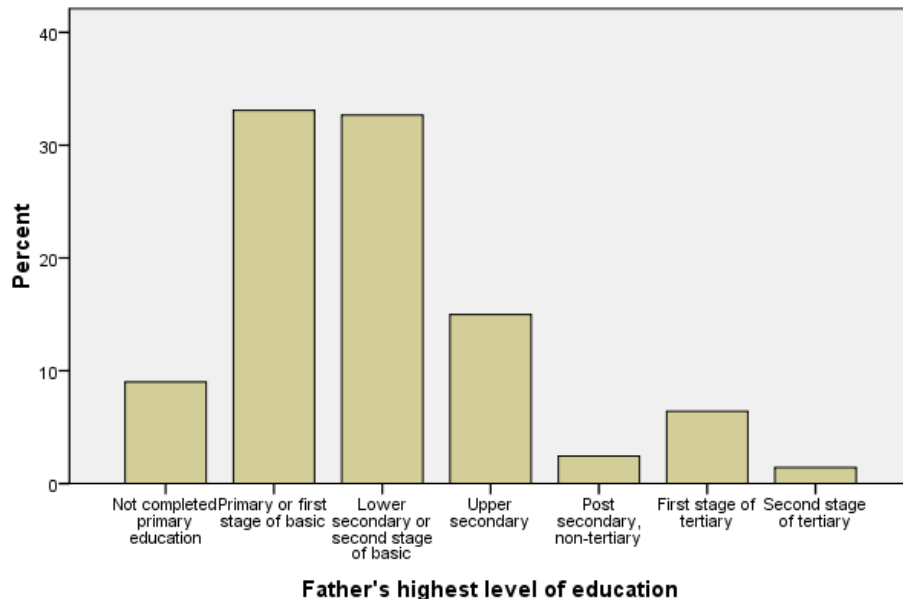
# Primer 1: Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na dveh odvisnih vzorcih

- Preverjali bomo domnevo o enakosti srednjih vrednosti za stopnjo izobrazbe matere in očeta
- Ker sta spremenljivki ordinalni je primeren le test predznaka (Wilcoxon-ovega testa zato ne bomo uporabili)

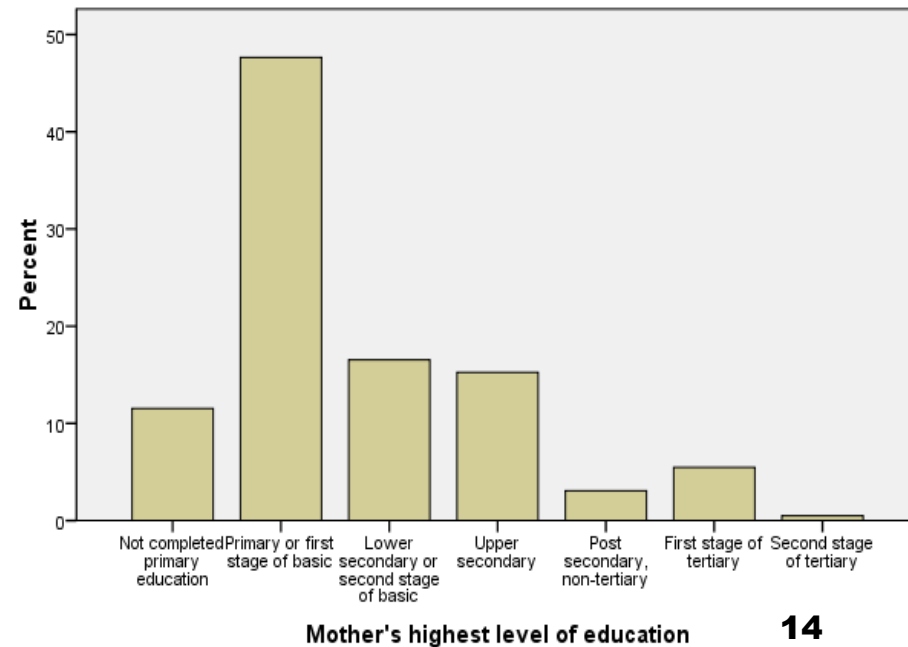
# Primer 1: Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na dveh odvisnih vzorcih

1. Pogledamo porazdelitev obeh spremenljivk (*Analyze – Descriptive Statistics – Frequencies*)

Father's highest level of education

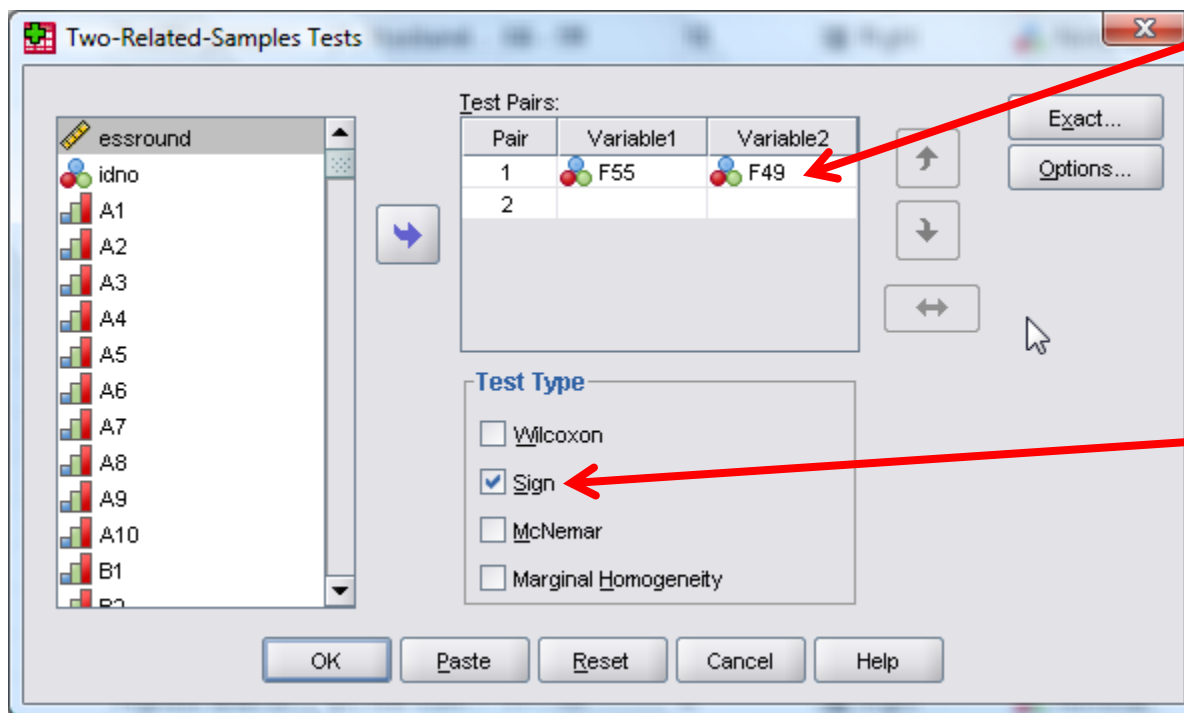


Mother's highest level of education



# Primer 1: Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na dveh odvisnih vzorcih

2. Testiramo domnevo → Uporabimo proceduro *Analyze – Nonparametric Tests – 2 Related Samples*



Izbrani spremenljivki prenesemo okence kot par

Ker bomo naredili samo test predznaka Izberemo samo *Sign*

# Primer 1: Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na dveh odvisnih vzorcih

## 3. Interpretiramo rezultate

Frequencies

		N
F49 Father's highest level of education - F55 Mother's highest level of education	Negative Differences <sup>a</sup>	178
	Positive Differences <sup>b</sup>	359
	Ties <sup>c</sup>	636
	Total	1173

a. F49 Father's highest level of education < F55 Mother's highest level of education

b. F49 Father's highest level of education > F55 Mother's highest level of education

c. F49 Father's highest level of education = F55 Mother's highest level of education

- Veljavne vrednosti imamo pri 1173 enotah.
- Od tega je vrednost izobrazbe višja pri očetu pri 359 enotah, pri materi pri 178 enotah in pri obeh enaka pri 636 enotah.



# Primer 1: Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na dveh odvisnih vzorcih

## 3. Interpretiramo rezultate

Test Statistics<sup>a</sup>

	F49 Father's highest level of education - F55 Mother's highest level of education
Z	-7,768
Asymp. Sig. (2-tailed)	,000

a. Sign Test

- Na podlagi teh vrednosti (prejšnja tabela) lahko izračunamo vrednost  $Z$  statistike, ki znaša **-7,768**. Negativna vrednost pomeni, da je več razlik negativnih kot pozitivnih, torej da so matere večkrat imele nižjo izobrazbo kot očetje.

# Primer 1: Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na dveh odvisnih vzorcih

## 3. Interpretiramo rezultate

Test Statistics<sup>a</sup>

	F49 Father's highest level of education - F55 Mother's highest level of education
Z	-7,768
Asymp. Sig. (2-tailed)	,000

a. Sign Test

- Vrednost testne statistike je statistično značilno različna od 0 pri tveganju manjšem od 0.0005 oz. manjšem od 0,05%. Pri tem tveganju lahko trdimo, da ima več mater nižjo izobrazbo od očetov kot obratno oz. da je mediana izobrazbe pri materah nižja kot pri očetih.

# Preverjanje domneve o vrednosti srednje vrednosti

Parametričen test – t-test za en vzorec

- **Predpostavlja normalno porazdelitev**
- Predpostavlja vsaj intervalno mersko lestvico
- Testiramo domnevo o aritmetični sredini

# Preverjanje domneve o vrednosti srednje vrednosti

Neparamteričen test - Wilcoxonov test za ene vzorec

- Predpostavlja vsaj intervalno mersko lestvico
- Načeloma predpostavlja simetrično porazdelitev → potem se lahko uporablja kot test mediane
- **Testira, ali je porazdelitev simetrična glede na testno vrednost**
- Tehnično gledano preverja, ali je vsota rangov negativnih odklonov večja od pozitivnih
- Uporablja se predvsem na majhnih vzorcih kot je porazdelitev simetrična, a ne normalna

# Preverjanje domneve o vrednosti srednje vrednosti

## Neparamteričen test - Wilcoxonov test

### ■ Postopek:

- Izračunamo odklone od testne vrednosti pri vsaki enoti
- Odstranimo odklone , kjer so vrednoti enake 0
- Izračunamo (povprečne) range za absolutne vrednosti odklonov
- Izračunamo vsoto rangov pri negativnih (nekateri pozitivnih) odklonih
- Ta vsota je vrednost Wilcoxon-ove statistike  $W$

# Preverjanje domneve o vrednosti srednje vrednosti

## Neparamteričen test - Wilcoxonov test

### ■ Postopek (nadaljevanje):

- Na podlagi te statistike, števila neničelnih odkonov in števila enot z enakimi vrednosti razlike (za vsako vrednost posebej) je možno izračunati  $Z$  statistiko
- Pri velikih vzorcih (vsaj 20 neničelnih odklonov) se ta statistika porazdeljuje približno normalno
- Na podlagi vrednosti  $Z$  statistike izračunano natančno stopnjo tveganja

# Preverjanje domneve o vrednosti srednje vrednosti

Neparamteričen test – Test predznaka (Sign test)

- Predpostavlja **vsaj ordinalno mersko lestvico**  
→ Zanima nas samo predznak odklona od testne vrednosti, torej katera vrednost je večja
- **Testira hipotezo o vrednosti mediane** (računani po formulah za kvantile – glej Statistiko 1) **OZ.**  
**natančneje, da je število pozitivnih in število negativnih odklonov enako**

# Preverjanje domneve o vrednosti srednje vrednosti

## Neparamteričen test - Test predznaka

### ■ Postopek:

- Izračunamo razlike med vrednostmi spremenljivke in testno vrednostjo
- Odstranimo razlike, kjer so vrednoti enake 0
- Izračunamo število pozitivnih in število negativnih razlik
- Na podlagi teh dveh vrednosti izračunano natančno stopnjo tveganja



# Preverjanje domneve o vrednosti srednje vrednosti

Neparamteričen test - Wilcoxonov test in Test predznaka

## ■ Uporaba v SPSS-u:

- SPSS direktrno ne podpira tega testa, a ga je mogoče izvesti tako da najprej s proceduro *Trasform – Compute* ustvarimo spremenljivko, ki ima pri vseh enotah vrednost, ki je enaka hipotetični vrednosti (vrednost, ki jo testiramo)
- Uporabimo proceduro *Analyze – Nonparametric Tests (- Legacy Dialogs) – 2 Related Samples*
- Izberemo spremenljivko, ki jo testiramo in spremenljivko, ki smo ju ustvarili s proceduro *Compute* in ju prenesemo (kot par) v okenček.
- V okvirčku *Test Type* izberemo *Wilcoxon* oz. *Sign*

# Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na dveh neodvisnih vzorcih

Parametričen test – t-test za dva neodvisna vzorca

- **Predpostavlja normalno porazdelitev**
- Obstaja različica za različne variance
- Predpostavlja vsaj intervalno mersko lestvico
- Testiramo domnevo o enakosti aritmetičnih sredin

# Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na dveh neodvisnih vzorcih

Neparametričen test - Wilcoxonov test vsote rangov oz. Mann-Whitneyev U test

- **Predpostavlja vsaj ordinalno mersko lestvico**
- Testira, ali sta povprečna ranga enaka oz. ali
- je verjetnost, da ima enota iz 1. skupine večjo vrednost kot enota iz 2. skupine enaka 0,5.
- **Če sta obliki porazdelitev v obeh skupinah podobni, se lahko uporablja za test enakosti srednjih vrednosti.**

# Preverjanje domneve o enakost srednjih vrednosti na dveh neodvisnih vzorcih

## Neparamteričen test - Mann-Whitneyev test

### ■ Postopek:

□ Izračunamo range na podlagi vrednosti odvisne spremenljivke (tiste, pri kateri testiramo enakost srednje vrednosti) za obe skupini skupaj

□ Izračunamo vsoto rangov za 1. vzorec –  $R_1$

□ Vrednost testne statistike je potem:

$$U_1 = R_1 - n_1(n_1 + 1)/2$$

, kjer je  $n_1$  velikost 1. vzorca

□ Če  $U_1 \leq n_1n_2/2$  je vrednost testne statistike  $U = U_1$

□ Če  $U_1 > n_1n_2/2$  je  $U = n_1n_2 - U_1$

# Preverjanje domneve o enakost srednjih vrednosti na dveh neodvisnih vzorcih

## Neparamteričen test - Mann-Whitneyev test

### ■ Postopek (nadaljevanje):

- Na podlagi te statistike, velikosti vseh vzorcev in števila enot z enakimi vrednosti (za vsako vrednost posebej) je možno izračunati  $Z$  statistiko
- Pri velikih vzorcih (vsaj 20 enot) se ta statistika porazdeljuje približno normalno
- Na podlagi vrednosti  $Z$  statistike izračunano natančno stopnjo tveganja

# Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na dveh neodvisnih vzorcih

## Neparametričen test - Mann-Whitneyev test

### ■ Uporaba v SPSS-u:

- Uporabimo proceduro *Analyze – Nonparametric Tests (- Legacy Dialogs) – 2 Independent Samples*
- Izberemo odvisno in neodvisno (tisto, ki določa skupini) spremenljivko, in ju prenesemo v ustrezna okvirčka
- V okvirčku *Test Type* izberemo *Mann-Whitney U*

## Primer 2: Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na 2 neodvisnih vzorcih

- Preverjali bomo domnevo o enakosti srednjih vrednosti za stopnjo izobrazbe moških in žensk
- Ker je odvisna spremenljivka (stopnja izobrazbe) ordinalna, bomo uporabili Wilcoxonov test vsote rangov oz. Mann-Whitneyev U test

# Primer 2: Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na dveh odvisnih vzorcih

1. Pogledamo porazdelitev spremenljivke v obeh populacijah (*Analyze – Descriptive Statistics – Crosstabs, Graphs – Chart Builder*)

Odvisna spremenljivka

Neodvisna sprem. oz. sprem., ki določa skupini

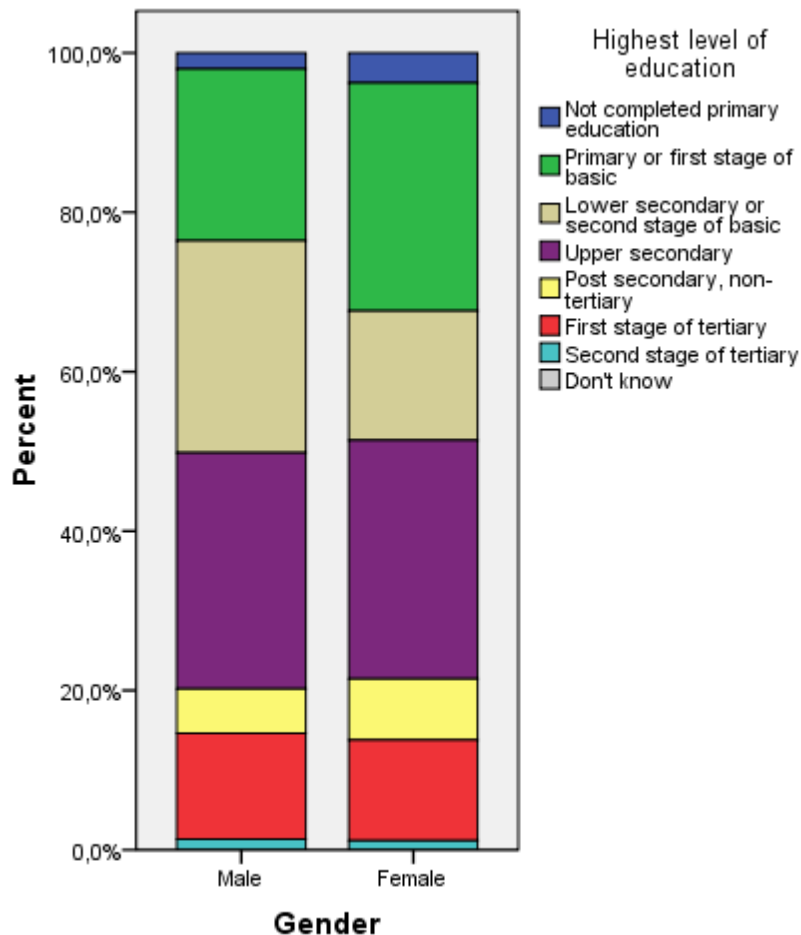
Na Y osi prikazujemo odstotke, izračunane za vsak spol posebej

The image shows a screenshot of the SPSS Chart Builder interface. The main window displays a 100% stacked bar chart with two categories on the X-axis: 'Male' and 'Female'. The Y-axis is labeled 'Percentage'. The chart is composed of three segments: a bottom segment in light blue, a middle segment in green, and a top segment in dark blue. A red arrow points from the text 'Odvisna spremenljivka' to the 'Stack: set color' property of the top segment. Another red arrow points from 'Neodvisna sprem. oz. sprem., ki določa skupini' to the 'gndr' variable in the 'Choose from:' list. A third red arrow points from 'Na Y osi prikazujemo odstotke, izračunane za vsak spol posebej' to the 'Percentage (%)' statistic in the 'Element Properties' dialog. The 'Element Properties: Set Parameters' dialog is also open, showing 'Total for Each X-Axis Category' as the denominator for computing percentages. The 'Element Properties' dialog shows the variable 'Bar1' and the statistic 'Percentage (%)'. The 'Element Properties: Set Parameters' dialog shows the denominator 'Total for Each X-Axis Category'.



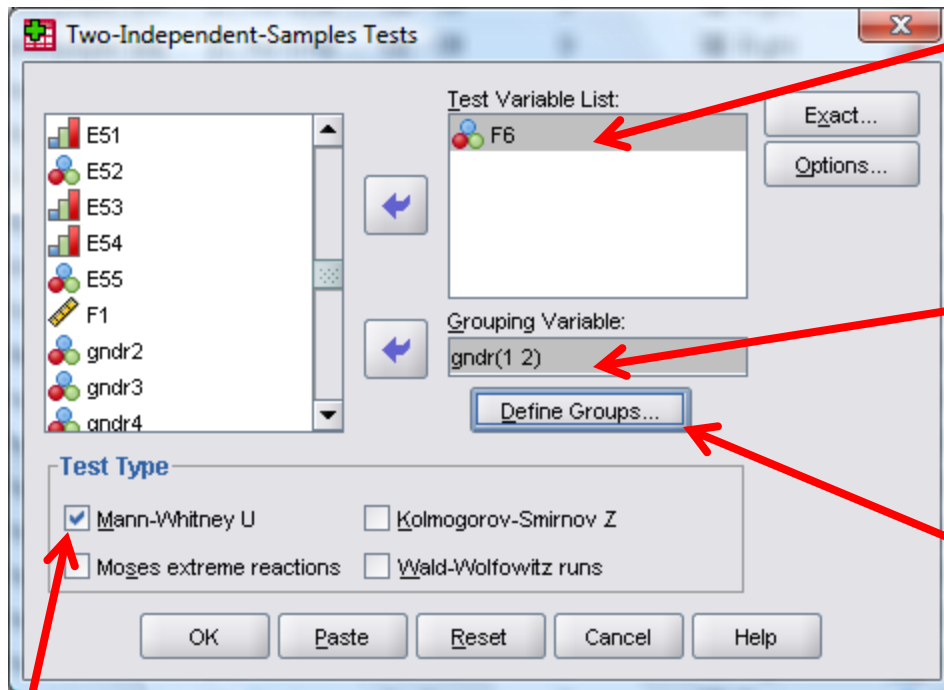
# Primer 2: Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na 2 neodvisnih vzorcih

1. Pogledamo porazdelitev spremenljivke v obeh populacijah (*Analyze – Descriptive Statistics – Crosstabs, Graphs – Chart Builder*)



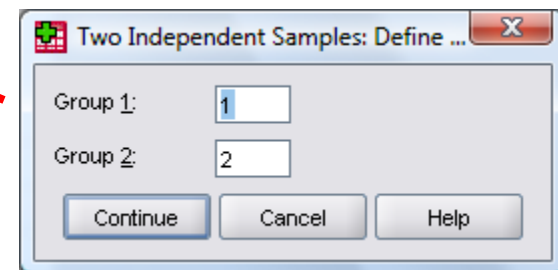
# Primer 2: Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na 2 neodvisnih vzorcih

2. Testiramo domnevo → Uporabimo proceduro *Analyze – Nonparametric Tests – 2 Independent Samples*



Odvisna spremenljivka

Neodvisna sprem. oz. sprem., ki določa skupini in izberemo skupini



Izberemo test *Mann-Whitney U*

# Primer 2: Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na 2 neodvisnih vzorcih

## 3. Interpretiramo rezultate

Ranks

	gndr...	N	Mean Rank	Sum of Ranks
F6 Highest level of education	1 Male	594	654,12	388547,00
	2 Female	689	631,55	435139,00
	Total	1283		

- Povprečni rang pri moških je 654,12, pri ženskah pa 631,55. Ženske imajo v povprečju malce nižje range in torej malce nižjo izobrazbo (glede na range)

# Primer 2: Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na 2 neodvisnih vzorcih

## 3. Interpretiramo rezultate

Test Statistics<sup>a</sup>

	F6 Highest level of education
Mann-Whitney U	197434,000
Wilcoxon W	435139,000
Z	-1,119
Asymp. Sig. (2-tailed)	,263

a. Grouping Variable: gndr Gender

- Na podlagi teh vrednosti (prejšnja tabela) lahko izračunamo vrednost Mann-Whitneyeve U statistike in Wilcoxonove W statistke (obe vrednosti sta enakovredni)
- Na podlagi katerekoli izmed teh vrednosti lahko izračunamo vrednost Z statistike, ki znaša **-1,119**. Negativna vrednost pomeni, da je povprečni rang nižji pri 2. skupini → ženskah.

# Primer 2: Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na 2 neodvisnih vzorcih

## 3. Interpretiramo rezultate

Test Statistics<sup>a</sup>

	F6 Highest level of education
Mann-Whitney U	197434,000
Wilcoxon W	435139,000
Z	-1,119
Asymp. Sig. (2-tailed)	.263

a. Grouping Variable: gndr Gender

- Tveganje pri zavrnitvi ničelne hipoteze bi bilo **0.263** oz. **26,3%**. Ker je tveganje preveliko ne moremo trditi, da se srednje vrednosti izobrazbe moških in žensk razlikujeta.

# Preverjanje domneve o enakost srednjih vrednosti na neodvisnih vzorcih

ANOVA - analiza variance (funkcija

- **Predpostavlja normalno porazdelitev**
- Obstaja varianta za neenake variance
- Predpostavlja vsaj intervalno mersko lestvico
- Testiramo domnevo o enakosti aritmetičnih sredin

# Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na neodvisnih vzorcih

## Kruskal-Wallis-ov test vsote rangov

- Različica Mann-Whitney-ovega testa za več skupin
- Predpostavlja ordinalno mersko lestvico
- Testira, ali so povprečni rangi enaki po skupinah
- Če so oblike porazdelitev v vseh skupinah podobne, se lahko uporablja za test enakosti srednjih vrednosti.

# Preverjanje domneve o enakost srednjih vrednosti na neodvisnih vzorcih

## Neparamteričen test - Kruskal-Wallis-ov test

### ■ Postopek:

- Izračunamo range na podlagi vrednosti odvisne spremenljivke (tiste, pri kateri testiramo enakost srednje vrednosti) za vse skupine skupaj
- Primerjamo variabilnost v rangih znotraj skupin s tisto med skupinami (podrobnosti bomo izpustili)
- V primeru da se kakšna vrednost ponovi pri več enotah je potreben popravek
- Rezultat izračuna je  $H$  statistika



# Preverjanje domneve o enakost srednjih vrednosti na neodvisnih vzorcih

## Neparamteričen test - Kruskal-Wallis-ov test

### ■ Postopek (nadaljevanje):

- $H$  statistika se pri zadostnem številu enot v vsaki skupini (več kot 5) porazdeljuje po  $\chi^2$  porazdelitvi s  $k-1$  stopinjami prostosti, kjer je  $k$  število skupin
- Tako lahko na podlagi vrednosti  $H$  statistike izračunano natančno stopnjo tveganja

# Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na neodvisnih vzorcih

## Neparametričen test - Kruskal-Wallis-ov test

### ■ Uporaba v SPSS-u:

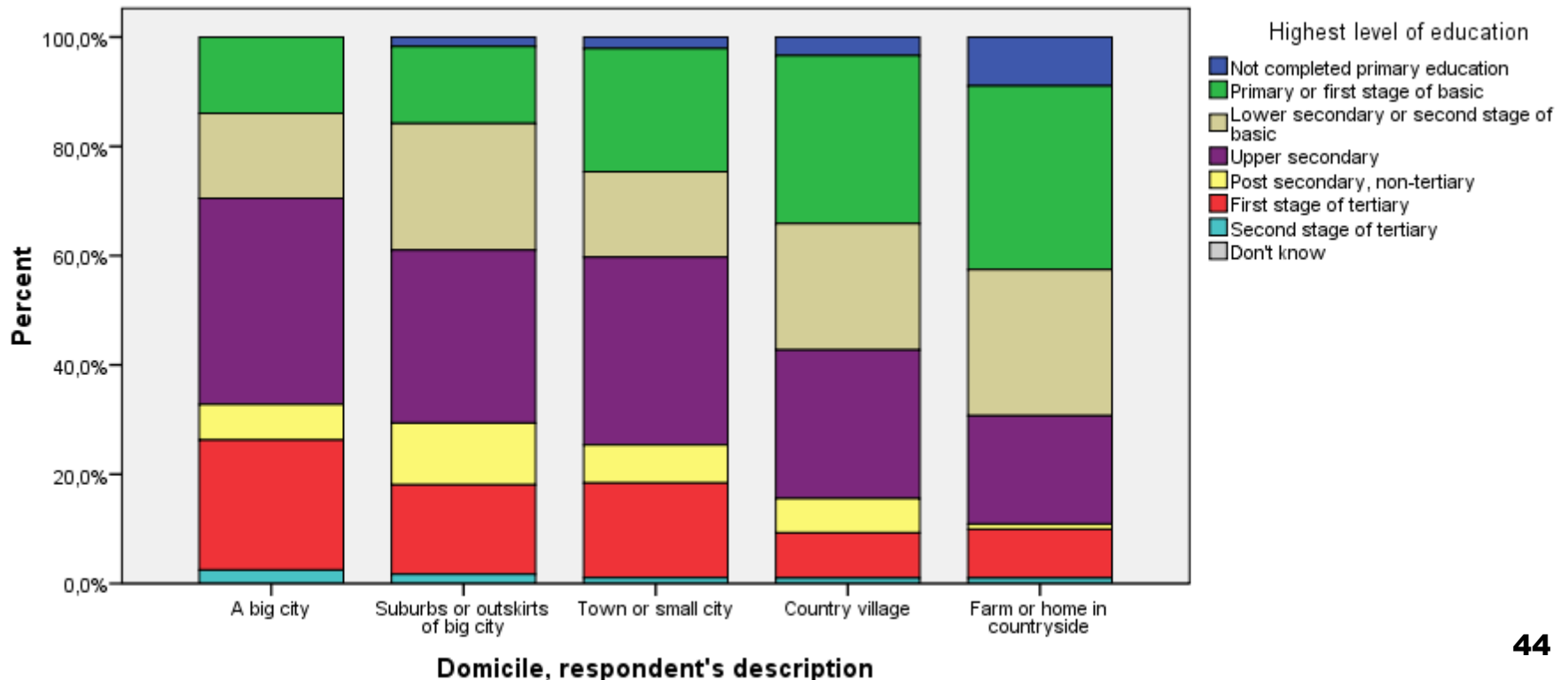
- Uporabimo proceduro *Analyze – Nonparametric Tests – K Independent Samples*
- Izberemo odvisno in neodvisno (tisto, ki določa skupini) spremenljivko, in ju prenesemo v ustrezna okvirčka
- V okvirčku *Test Type* izberemo *Kruskal-Wallis H*

## Primer 3: Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na neodvisnih vzorcih

- Preverjali bomo domnevo o enakosti srednjih vrednosti za stopnjo izobrazbe glede na kraj bivanja
- Ker je odvisna spremenljivka (stopnja izobrazbe) ordinalna, bomo uporabili Kruskal-Wallis-ov test.

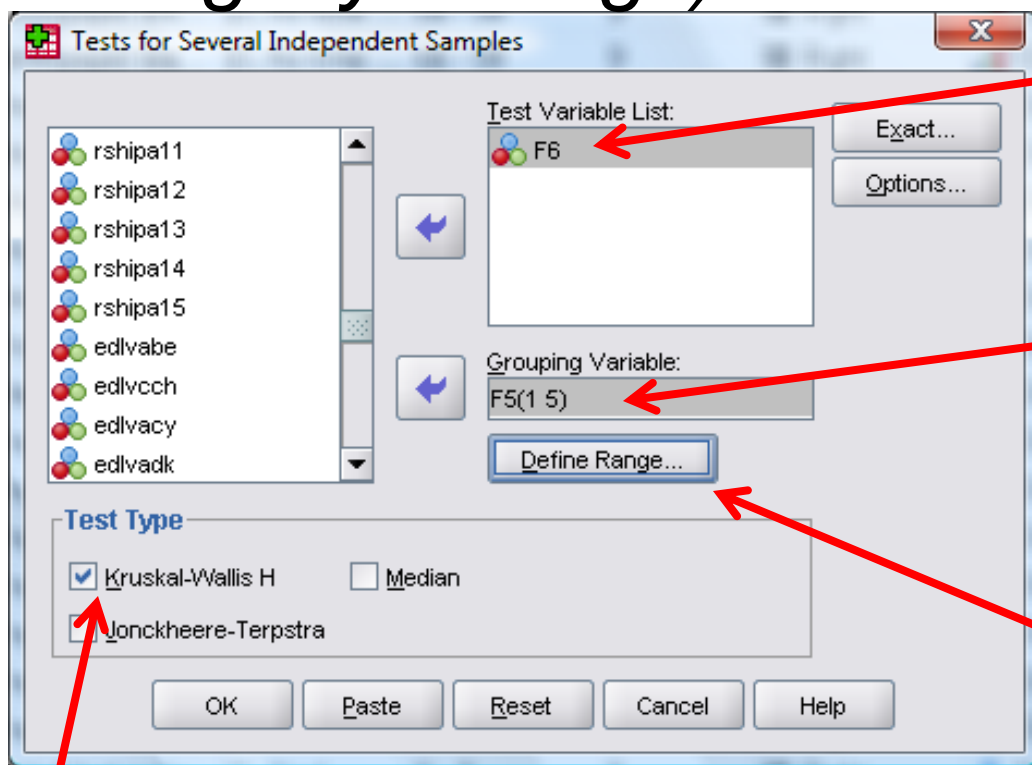
# Primer 3: Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na neodvisnih vzorcih

1. Pogledamo porazdelitev spremenljivke v obeh populacijah (*Analyze – Descriptive Statistics – Crosstabs, Graphs – Chart Builder*)



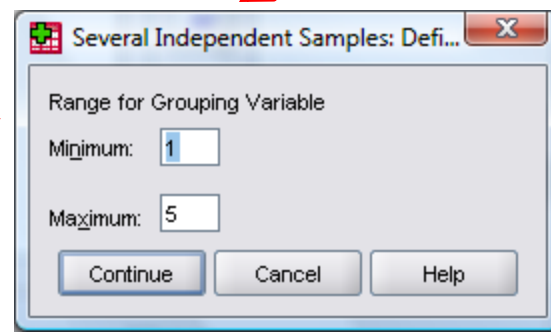
# Primer 3: Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na neodvisnih vzorcih

2. Testiramo domnevo → Uporabimo proceduro *Analyze – Nonparametric Tests (Legacy Dialogs) – K Independent Samples*



Odvisna spremenljivka

Neodvisna sprem. oz. sprem., ki določa skupine in največja in najmanjša (glede na kodo) kategorija, ki ju izberemo



Izberemo test *Kruska-Wallis H*

# Primer 3: Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na neodvisnih vzorcih

## 3. Interpretiramo rezultate

Ranks

	F5 Domicile...	N	Mean Rank
F6 Highest level of education	1 A big city	122	796,21
	2 Suburbs or outskirts of big city	177	737,79
	3 Town or small city	288	697,11
	4 Country village	592	577,00
	5 Farm or home in countryside	101	492,66
	Total		1280

- Povprečni rang narašča od kmetije ali hiše na podeželju (492,66) proti velikem mestu (796,21). V tej smeri torej narašča izbrazba (glede na range).

# Primer 3: Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na neodvisnih vzorcih

## 3. Interpretiramo rezultate

Test Statistics<sup>a,b</sup>

	F6 Highest level of education
Chi-Square	78,567
df	4
Asymp. Sig.	,000

a. Kruskal Wallis Test

b. Grouping Variable: F5 Domicile, respondent's description

- Na podlagi teh vrednosti (prejšnja tabela) lahko izračunamo vrednost H statistike, ki se porazdeljuje po  $\chi^2$  porazdelitvi in znaša **78,567**.
- Tej statistiki ustrezajo **4** stopinje prostosti (št. skupin – 1)

# Primer 3: Preverjanje domneve o enakosti srednjih vrednosti na neodvisnih vzorcih

## 3. Interpretiramo rezultate

Test Statistics<sup>a,b</sup>

	F6 Highest level of education
Chi-Square	78,567
df	4
Asymp. Sig.	<b>.000</b>

a. Kruskal Wallis Test

b. Grouping Variable: F5 Domicile, respondent's description

- Vrednost testne statistike je statistično značilno različna od 0 pri tveganju manjšem od **0.0005** oz. manjšem od **0,05%**.
- Pri tem tveganju lahko trdimo, da srednje vrednosti za izobrazbo niso enake v vseh krajih bivanja