

Naloga 1: DFT vhodnega signala $u(t)$ v linearji stacionarni sistem je: $\{U_D(k\Omega)\} = \{2, 1+j, 1, 1-j\}$.

DFT odziva sistema $y(t)$ na ta vhodni signal pa je:

$$\{Y_D(k\Omega)\} = \{2, -2j, -1, 2j\}.$$

Pri določitvi obeh DFT smo signala vzorčili s časovnim presledkom $T = 1$.

a) Določi približno vrednost amplitudnega in faznega spektra

prevajalne funkcije pri $\omega = \frac{\pi}{2}$.

b) Določi približno vrednost odziva sistema na enotin impulz pri $t = 1$.

Rešitev:

a)

Najprej izračunamo:

$$\Omega = \frac{2\pi}{NT} = \frac{2\pi}{4*1} = \frac{\pi}{2}.$$

Ker je $\omega = \frac{\pi}{2}$, sledi:

$$\omega = 1^* \Omega \Rightarrow k = 1$$

$$\begin{aligned} H_D(k\Omega) &= \frac{1}{T} \frac{Y_D(k\Omega)}{U_D(k\Omega)} \\ \{H_D(k\Omega)\} &= \left\{ 1, \frac{-2j}{1+j}, \frac{-1}{1}, \frac{2j}{1-j} \right\} = \\ &= \{1, -1-j, -1, -1+j\} \end{aligned}$$

Ker velja:

$$F(\omega) |_{\omega=k\Omega} \doteq T F_D(k\Omega)$$

To v našem primeru pomeni:

$$H\left(\frac{\pi}{2}\right) \doteq 1 * H_D(1) = -1 - j$$

Amplitudni in fazni spekter sta:

$$\left| H\left(\frac{\pi}{2}\right) \right| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$\phi_H \left(\frac{\pi}{2} \right) = \pm \pi + \arctg \left(\frac{-1}{-1} \right) = \pm \pi + \frac{\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4}$$

Rešitev:

b)

Iz a) smo že izračunali

$$\{H_D(k\Omega)\} = \{1, -1 - j, -1, -1 + j\}$$

Potrebeno je izračunati inverzno DFT za H_D pri $t = 1$.

Ker je $t = 1$ in velja $t = nT$, sledi $n^*1 = 1 \Rightarrow n = 1$.

$$\begin{aligned} h(1) &\doteq \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H_D(k\Omega) * e^{jk\Omega n T} \\ &= \frac{1}{4} \sum_{k=0}^3 H_D(k\Omega) * e^{jk\Omega * 1} \\ &= \frac{1}{4} * [1 + (-1 - j) e^{j \frac{\pi}{2}} - 1 * e^{j\pi} + (-1 + j) e^{j \frac{3\pi}{2}}] \\ &= \frac{1}{4} * [1 + (-1 - j) * j - 1 * (-1) + (-1 + j) * (-j)] \\ &= \frac{1}{4} * [1 - j + 1 + 1 + j + 1] \\ &= \frac{1}{4} * [4] \\ &= 1 \end{aligned}$$