

Sistemi s prenosno funkcijo:

$$e^{j\omega} = z, e^{-j\omega} = z^{-1}$$

$$e^{-j\frac{\pi}{4}} + e^{j\frac{\pi}{4}} = \cos \frac{\pi}{4}$$

Sito z zarezo: ničle 0 = 1, poli x < 1



Vsepasovno sito: ničle 0 > 1, poli x < 1



Resonator: ničle 0 = 0, pola x < 1 (dušeni nihajni krog)



Oscilator: ničle 0 = 0, pola x = 1

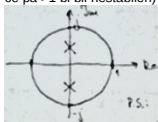
Sistemi s prenosno funkcijo:

Legajo korenov sistema v ravnini Z. Ali je sistem stabilen, mejno stabilen ali nestabilen

Imenovalec prenosne funkcije razstavimo, da pridemo do oblike

$$z - \frac{j}{2} \cdot i \left(z + \frac{j}{2} \right) \quad \rightarrow \text{in } \frac{1}{2} \text{ sta pola}$$

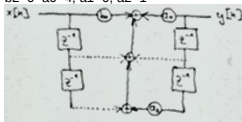
1/2 Sistem je stabilen, ker sta pola < 1. (če bi bila pola = 1 bi bil mejno stabilen, če pa > 1 bi bil nestabilen)



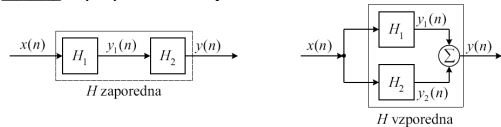
Izračunajte koeficiente b in a sistem ter skicirajte direktno strukturo!

$$\frac{4}{4+z^{-2}} \Rightarrow \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{\text{števec}}{\text{imenovalec}} \quad b_0=4, b_1=0,$$

b2=0 a0=4, a1=0, a2=1



Skupna prenosna funkcija

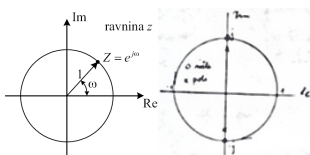


$$y(n) = H_1 * H_2 [x_1(n)]$$

$$y(n) = H_1 + H_2 [x_1(n)]$$

$$H_1[z] = \frac{[z-j]}{[z-0.9j]} \text{ in } H_2[z] = \frac{[z+j]}{[z+0.9j]}$$

Poli: -0.9j, 0.9j; ničle: -j, j



Na nekaj značilnih primerih prikažite vpliv lege korenov prenosne funkcije diskretnega sistema z neskončnim odzivom na časovno obnašanje sistema!

Obnašanje signala je odvisno od področja lege polov. Lahko ležijo zunaj, znotraj ali na enotnem krogu.

Signal z enim polom je realen eksponentni signal.

$$x[n] = a^n * u(n) \quad \square \square X(z) = \frac{1}{1-az^{-1}}$$

Kavzalni sistemi z dvojnimi polomi so stabilni le za a < 1, za a = 1 postane

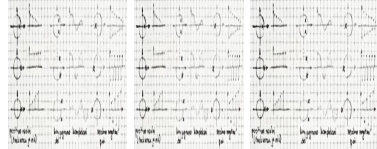
nestabilen. Oblika dvojnega pola $x[n] = n * a^n * u(n)$

V primeru para konjugirano kompleksnih polom, pa vemo, da imamo opravka z eksponentno uteženim kosinusoidnim signalom.

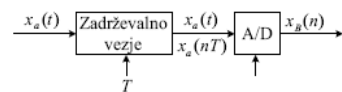
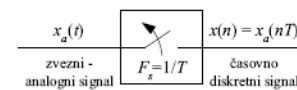
Amplituda signala upada, če je r < 1, narašča če je r > 1, konstantna, če je r = 1. Ničle prav tako vlivajo na obnašanje sistem, vendar ne tako močno kot poli.

Ničle imajo predvsem vliv na fazo trenutnega signala.

Positivni realni poli: Negativni realni poli: Konjugirani kompleksni poli:



A/D pretvorba



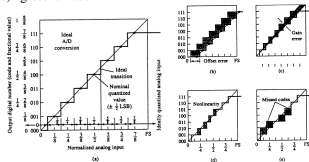
Korak ali stopnica+ signali: $\Delta = \frac{U_{max} - U_{min}}{2^{b-1}}$

- signali: $\Delta = \frac{U_{max} - U_{min}}{2^{b-1}}$

št. kvantizacijskih nivojev $N = 2^b$

A/D pretvorba – naštej in opiši 4 značilne sistemske napake kvantizatorja signala

- a) brez napak in realnega pretvornika s popačenji:
- b) napaka odmika,
- c) napaka dobitka,
- d) napaka zaradi nelinearnosti.
- e) zgrešene kode



Povezava prostora Z in Fourierove transformacije:

$$F: X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) e^{-j\omega n}$$

$$Z: X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) z^{-n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) r^{-n} e^{-j\omega n}$$

$$z^{-1} = r e^{-j\omega}$$

$$r = 1 \Rightarrow Z = F$$

Fourierova transformacija je pri $r=1$ enaka transformaciji Z.

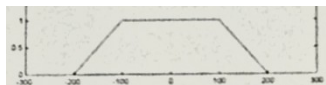
$$H(\omega) = \frac{1}{1+e^{-2j\omega}} \Rightarrow H(z) = \frac{1}{1+z^{-2}}$$

$$f_{vz} = 200\text{Hz}$$

Signal je mogoče določiti iz

njegovih vzorcev, če je le ta frekvenčno omejen in če je frekvenca

$$\text{vzorčenja } 2x \text{ večja od frekvence signala } \omega_{vz} = 2\omega_{\text{signala}}$$



Ta pogoj zadostuje.

S pomočjo vsote dveh fazorjev želimo generirati signal

$$x_{[n]} = 2 * \cos\left(\frac{\pi * n}{4}\right) \quad \text{Zapišite ustrezno}$$

matematično funkcijo in skicirajte dogajanje za prvih 8 vzorcev.

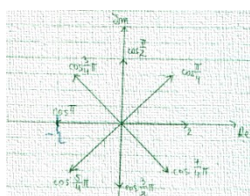
$$x_{[0]} = 2 * \cos\left(\frac{\pi * 0}{4}\right) = 2$$

$$x_{[1]} = 2 * \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

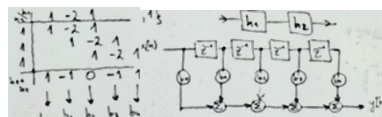
$$x_{[2]} = 2 * \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$x_{[3]} = 2 * \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)$$

$$x_{[4]} = 2 * \cos(\pi)$$



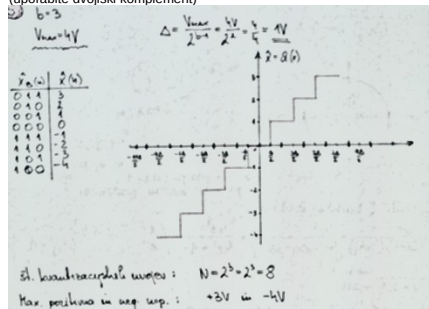
Odziv zaporedno vezanih linearnih čas. neodvisnih sistemov z impulznima odzivoma $h_1(n)=[-1, 2, 1]$ in $h_2(n)=[1, 1, 1]$. Diferenčna enačba sistema? Skupna blokovna shema sistema direktne strukture I. Sistem stabilen?



$y[n]=x[n]-x[n-1]-x[n-3]+x[n-4]$
Sistem je stabilen, ker ima končni odziv. Nestabilen bi bil, če nebi imel končnega odziva.

Imamo 3 bitni sistem (2bita + predznak) za a/d pretvorbo signalov. Kvantizator razpoznavna poz. in neg. signale. Max. nap. kvantizatorja je $V_{max}=4V$.

Prenosna karakteristika enoličnega kvantizatorja s kons. korakom Δ . kvan. nivojev, max. + in - nap. kvantizatorja in tabelo bin. simbolov/nap. (uporabite dvojiški komplement)



Izpeljite ter skicirajte sistem za izračun FFT z decimacijo po času za $N=8$

Pri sistemu FFT z decimacijo po času za $N=8$ skušamo razstaviti niz $x[n]$ v vedno manjše in manjše podnize. Velikost niza je $N=2^m$, pri tem računamo posebej izhodne nize freq. s sodim indeksom in posebej z lihimi indeksom.

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{kn} \quad k=0, 1, \dots, N-1$$

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) W_N^{-kn} \quad n=0, 1, \dots, N-1$$

Tvorimo vsak niz posebej:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N/2-1} x(n) W_N^{nk} + \sum_{n=N/2}^{N-1} x(n) W_N^{nk}$$

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N/2-1} x(2n) W_N^{2nk} + W_N^{kN/2} \sum_{n=0}^{N/2-1} x(2n+1) W_N^{2nk} = G(k) + W_N^k H(k)$$

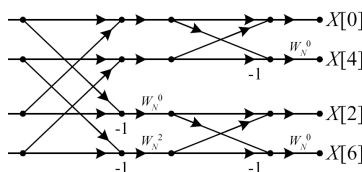
Po dobljeni formuli izračunamo izhode $x(k) \rightarrow x(0), x(1), x(2)$ in narišemo decimacijo po času z dvema $N/2$ točkovno DFT. Nadaljujemo tako, da $N/2$ točk. DFT nadomestimo z $N/4$ točk. DFT, kjer zopet računamo sodo in liho stran. Nazadnje v blok $N/4$ dodamo še bloke z točkovnim DFT in dobimo celovito rešitev.

Hitri Fourierov transform; podajte algoritem za decimacijo po frekvenci

$$X(kn) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{kn} \quad n=0, \dots, N-1$$

$g(n)=x(n)+x(n+N/2)$
 $h(n)=x(n)-x(n+N/2)$
skicirajte potek za $N=8!$

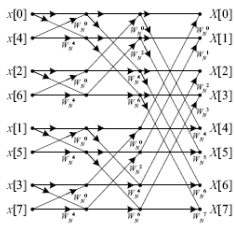
$$\begin{matrix} X(0) \\ X(4) \\ X(2) \\ X(6) \end{matrix}$$



Pojasnite, zakaj z algoritmom FFT računamo hitreje kot neposredno po izrazu, ki definira DFT

Z algoritmom FFT računamo hitreje zato, ker niz $x[k]$ razdelimo v manjše podnize in tako pridemo hitreje do celovite rešitve

Potek postopka decimacije po času za 8 točkovno računanje DFT transformacije:

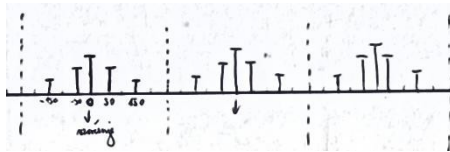


Pri tem postopku zmanjšamo čas računanja, ko računanje razbijemo na niz manjših DFT računanj.
V tem primeru izkoristimo simetričnost in periodičnost kompleksnega

eksponenta $W_N^{kn} = e^{-j \frac{2\pi}{N} kn}$

Vzorčenje signalov:
Nariši amp. spekter vzorčenega signala.

$$x(t) = \sin(100\pi t) + \frac{1}{3} \sin(300\pi t) \quad \omega = 100\pi = 2\pi f$$



Matematična funkcija s katero ponazorim postopek vzorčenja:

$$x_{vz}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_a(nT) \delta(t - nT)$$

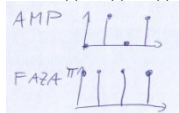
$$2\omega_N = \omega_{vz}$$

Matematični postopek za rek. vz. sign:

$$x_r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \frac{\sin\left[\frac{\pi(t-nT)}{T}\right]}{\pi(t-nT)}$$

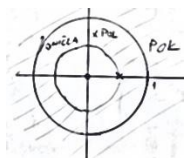
$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) W_N^{-kn} \quad n=0, \dots, N-1$$

Podajte izraz za izračun diskretne Fourierove transformacije. Izračunajte DFT signala $x=[1 \ 0 \ 1 \ 0]$. Narišite amplitudni in fazni potek izračunanega spektra!
 $X(0) = -1^* + 0^* + 1^* + 0^* = 0$
 Faktorji: $(1, 1, 1, 1); (1, -j, -1, j); (1, -1, 1, -1); (1, j, -1, -j)$
 Primer: $x(0)=0, x(1)=2, x(2)=0, x(3)=2$



Legajo polov in ničel

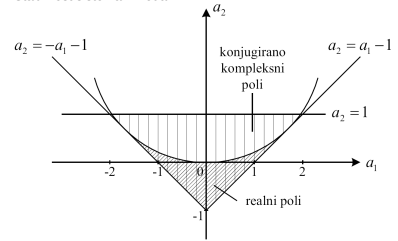
$$x(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n * u(n) \quad x(z) = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}z^{-1}} \quad \text{pri POK } |z| > \frac{1}{2}$$



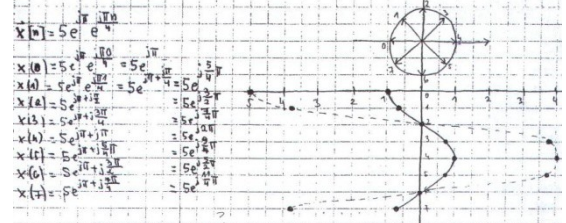
Stabilnost kavzalnih, časovno neodvisnih sistemov. Podajte kriterij stabilnosti glede na odziv sistema na impulz enote $h[n]$. Kakšna je lega korenov (polov in ničel) stabilnih kavzalnih sistemov?

$h(n)=0 \ n < 0$ Ker POK ne more vsebovati polov, sledi, da je kavzalni linearni, časovno neodvisen sistem BIBO (Bounded Input, Bounded Output) stabilen, če in samo če leže poli znotraj enote kroga (poli < 1)

Stabilnost sistema 2. reda:

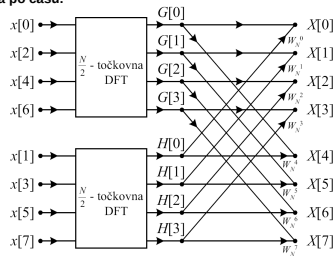


Imamo diskretni signal, ki ga predstavlja rotirajoči fazor $x[n] = 5e^{j\pi n} e^{j\pi n}$ / 4. Skicirajte fazor in potek projekcije signala na realno os za prvih 8 vzorcev.

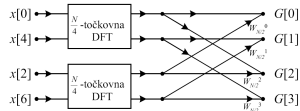


Funkcija:
 $1^*y(n) = 1^*x(n) - 2^*x(n-1) + 1^*x(n-2)$
 koeficient $a_0=1, a_1=0, a_2=0$
 $b_0=1, b_1=2, b_2=1$ -> za odziv sistema

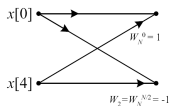
Decimacija po času:



Slika 6.17: Decimacija po času z $N = 8$ in z razstavitvijo v dve $N/2$ enoti

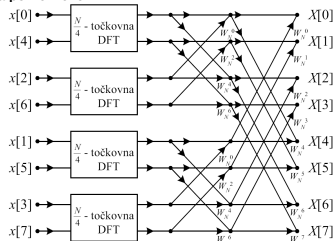


Slika 6.18: Razstavev po času $N/2$ DFT transformna na dva $N/4$ DFT transformna

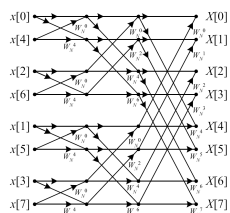


Slika 6.19: Dvotočkovni DFT

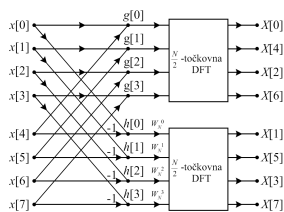
Decimacija po frekvenci:



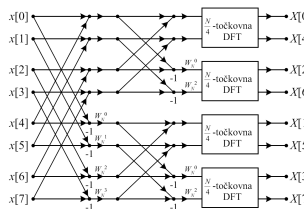
Slika 6.20: Rezultat vstavitve dveh blokov $N/4$ DFT namesto $N/2$ DFT bloka



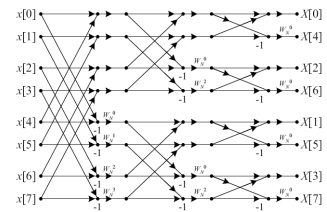
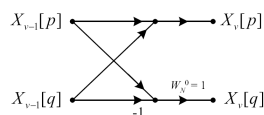
Slika 6.21: Potek postopka decimacije po času za 8 točkovno računanje DFT transformacij



Slika 6.22: Postopek računanja DFT z decimacijo po frekvenci po enem koraku za $N = 8$



Slika 6.23: Postopek decimacije po frekvenci 8 točkovnega niza v štiri 2 točkovne DFT transformacije



Slika 6.25: Celovit postopek računanja DFT transformna z decimacijo po frekvenci za $N = 8$