DOS - IZPITI

$\boxed{31.\ 8.\ 2004}$

$$\boxed{e^{j\omega} = z} \qquad \boxed{e^{-j\omega} = z^{-1}}$$

$e^{j\omega_0\, j\omega_0}$

1. $$H(e^{j\omega}) = \frac{\left[1-e^{-j(\omega-\omega_0)}\right]\left[1-e^{-j(\omega+\omega_0)}\right]}{\left[1-0{,}9e^{-j(\omega-\omega_0)}\right]\left[1+0{,}9e^{-j(\omega+\omega_0)}\right]} \qquad \omega_0 = \frac{\pi}{4} \qquad \boxed{e^{j\frac{\pi}{4}} + e^{-j\frac{\pi}{4}} = \cos\frac{\pi}{4}}$$

a)
$$H(z) = \frac{(1-z^{-1}\cdot e^{j\frac{\pi}{4}})(1-z^{-1}\cdot e^{-j\frac{\pi}{4}})}{(1-0{,}9z^{-1}\cdot e^{j\frac{\pi}{4}})(1+0{,}9\cdot z^{-1}\cdot e^{-j\frac{\pi}{4}})} = \frac{1-z^{-1}\cdot e^{-j\frac{\pi}{4}} - z^{-1}\cdot e^{j\frac{\pi}{4}} + z^{-2}}{1-0{,}9z^{-1}\cdot e^{-j\frac{\pi}{4}} - 0{,}9z^{-1}\cdot e^{j\frac{\pi}{4}} + 0{,}81z^{-2}} =$$

$$= \frac{1-z^{-1}\left(e^{-j\frac{\pi}{4}} + e^{j\frac{\pi}{4}}\right) + z^{-2}}{1-0{,}9z^{-1}\left(e^{-j\frac{\pi}{4}} + e^{j\frac{\pi}{4}}\right) + 0{,}81z^{-2}} = \frac{1+(2)\cos\frac{\pi}{4}z^{-1} + z^{-2}}{1-(0{,}9)\cos\frac{\pi}{4}z^{-1} + 0{,}81z^{-2}}$$

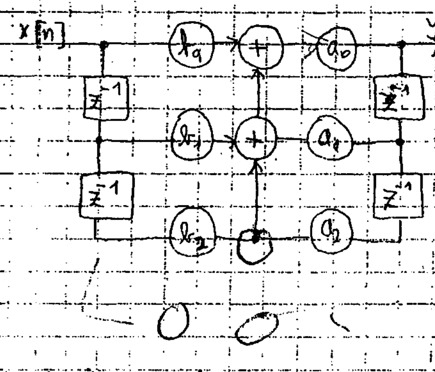
1,8 2

b) v števcu so b-ji, v imenovalcu pa koeficienti a.

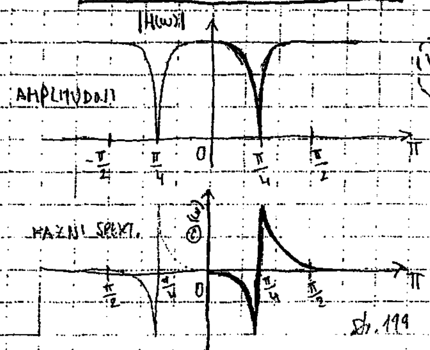
$b_0 = 1,\ b_1 = -\cos\frac{\pi}{4},\ b_2 = 1$

$a_0 = 1,\ a_1 = -0{,}9\cos\frac{\pi}{4},\ a_2 = 0{,}81$

c) DIREKTNA STRUKTURA I

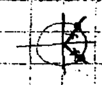


d) $$\boxed{H(z) = \frac{1-2\cos\omega_0\, z^{-1} + z^{-2}}{1-2r\cos\omega_0\, z^{-1} + r^2 z^{-2}}}$$



str. 199

FILTER Z ZAREZO: ker ničle na 1 poli pa 0,9



OSTALI

VSEPASOVNI: ničle > 1, poli < 1

RESONATOR (dušeni nihajni krog): ničla = 0, poli < 1

če bi bili poli na 1 bi bil OSCILATOR

2. Obnašanje signala je odvisno od področja lege polov. Lahko ležijo zunaj, znotraj ali na enotinem krogu.

- SIGNAL Z ENIM POLOM JE REALEN EKSPONENTNI SIGNAL: $\boxed{x(n) = a^n\cdot u(n) \Leftrightarrow X(z) = \frac{1}{1-az^{-1}}}$

  NIČLA: $z_1 = 0$ POL: $p_1 = a$ POK $|z| > |a|$

- KAVZALNI SISTEMI Z DVOJNIM POLOM SO STABILNI, ČE ZA $a<1$, ZA $a=1$ POSTANE NESTABILEN. TAKIH SE IZOGIBAMO

  OBLIKA DVOJNEGA POLA: $x(n) = n\cdot a^n\cdot u(n)$

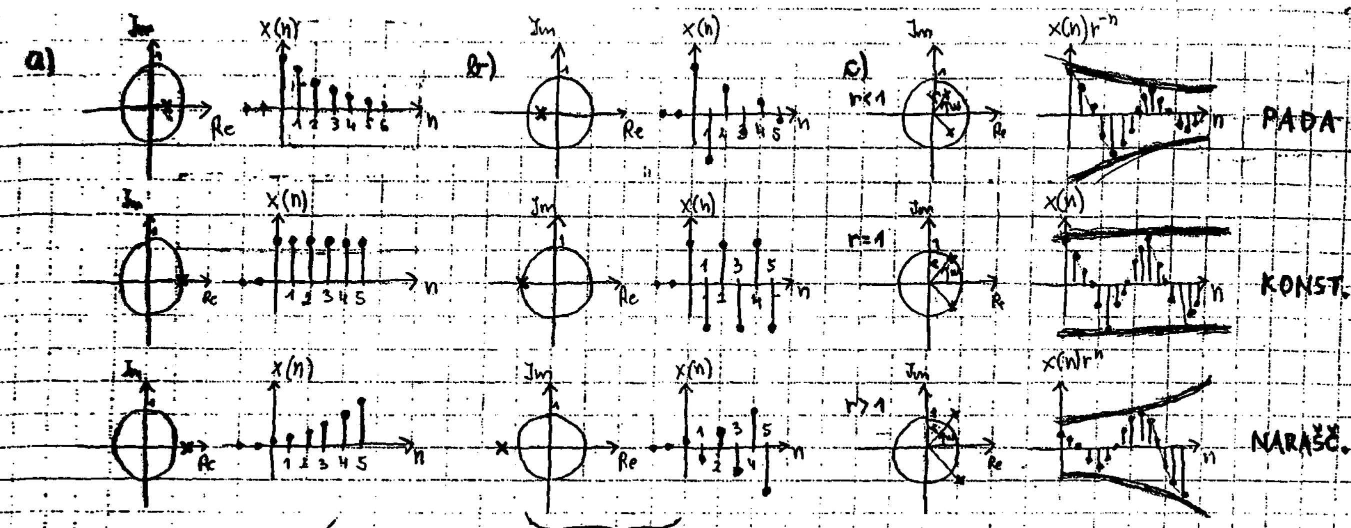
  če je pol negativen pride do izmenjevanja signala

- V PRIMERU PARA KONJUGIRANO KOMPLEKSNIH POLOV, PA VEMO, DA IMAMO OPRAVKA Z EKSPONENTNO UTEŽENIM KOSINUSOIDNIM SIGNALOM.

  ↳ razdalja $|z| = r$ polov določa ovojnico kosi. sign. $|z|$ z realno osjo pa določa fr. ω

- AMPLITUDA SIGNALA UPADA, ČE JE $r<1$, NARAŠČA, ČE JE $r>1$, KONST., ČE JE $r=1$

- NIČLE PRAV TAKO VPLIVAJO NA OBNAŠANJE SISTEMA, VENDAR NE TAKO MOČNO, KOT POLI. NIČLE IMAJO PREDVSEM VPLIV NA FAZO TRENUTNEGA SIGNALA.



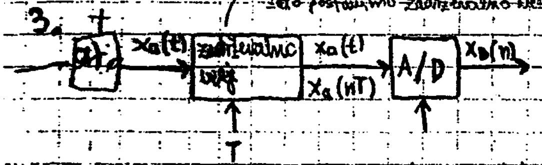
- POL V POZ. SMERI
$a>0$

- POL GRE V NEG. SMER
ZATO SE SIGNAL
IZMENJUJE (+/−)
$a<0$

- KOMPLEKSNO KONJUGIRANI
POLI. KOSINUSOID
- RAZDALJA POLOV (r) DOLOČA ENOTNICO

3.

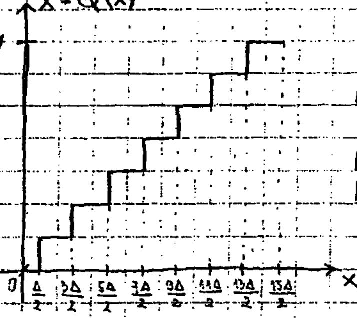
zajemanje signala ni idealno in lahko traja več časa, kot pričakujemo zato postavimo zadrževalno vezje.



zajeti-vzorčni signal lahko razdelimo od 1024 nivojev (10-bitni A/D) do 65536 nivojev. (16-bitni A/D)

b)

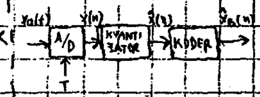
$\hat{x} = Q(x)$



KVANTIZATOR JE NELINEAREN SISTEM, KI PRETVARJA VHODNE VZORCE x[n] V KONČNI NIZ V NAPREJ PREDPISANIH SIMB.

$$\boxed{\hat{x}[n] = Q(x[n])}$$

$\hat{x}(n)$ je kvantizirana predst. x(n). GOVORIMO O ENOLIČNI KVANTIZACIJI S KONST. KORAK.



c) 3-bitni kvantizator ($b=3$)

$$\Delta = \frac{X_{max} - X_{min}}{N-1} = \frac{7V - 0V}{8-1} = \frac{7V}{7} = \underline{1V} \text{ (korak ali stopnica)}$$

$$N = 2^b = 2^3 = \underline{8} \text{ (št. nivojev)}$$

KORAK ZA POZ. SIGNALE:

$$\boxed{\Delta = \frac{U_{max}}{N-1}}$$

KORAK ZA POZ. IN NEG. SIGN.:

$$\boxed{\Delta = \frac{U_{max}}{2^{b-1}}} = \frac{7}{2^2} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$$

TABELA:

simbol	vhodna vrednost
000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

4.

helor. vnos pa → cos

$$\mathcal{F}: \quad X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) \cdot e^{-j\omega n}$$

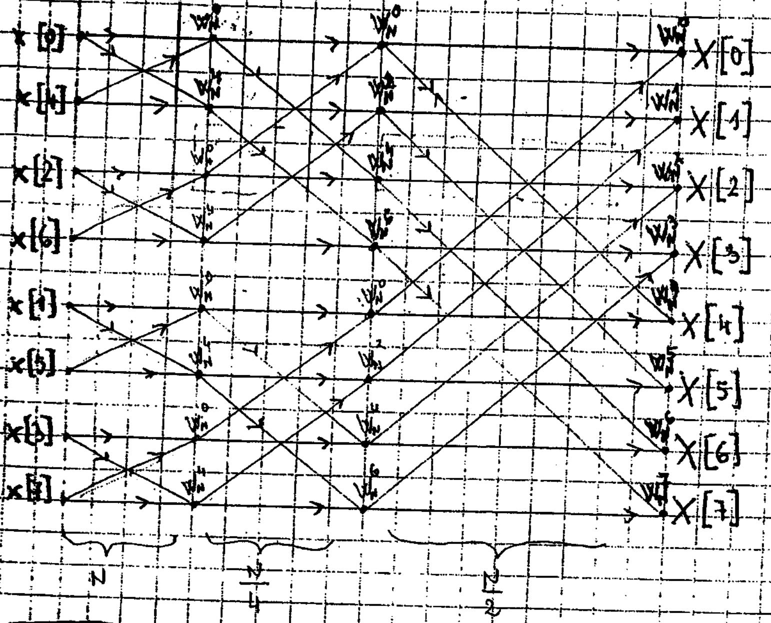
$$Z: \quad X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) \cdot z^{-n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) \cdot r^{-n} \cdot e^{-j\omega n}$$

$$\boxed{z = r \cdot e^{j\omega}} \qquad z^{-n} = r^{-n} \cdot e^{-j\omega n}$$

Fourierova transformacija je pri $r=1$ enaka transformaciji Z. $\quad r=1 \Rightarrow Z = \mathcal{F}$

5. ALGORITEM za hitrejši izračun DISKRETNE F.T. z decimacijo po času za 8 vzorcev.

$$\boxed{X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)\, W_N^{nk}}$$



FFT je hitrejši zato, ker osnovno računanje DFT razstavimo na nize dolžine N in manjše diskretne FT. Ločimo dva tipa algoritmov:

1. DECIMACIJA PO ČASU, kjer niz $x(n)$ razstavimo v zaporedne manjše nize
2. DECIMACIJA PO FREKV., kjer koeficiente DFT $X(k)$ razst. v zap. manjše nize

lastnosti

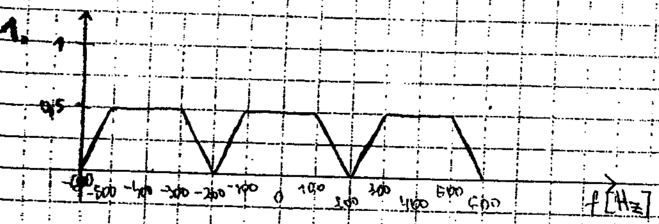
Ti algoritmi izkoriščajo periodičnosti in simetričnosti DFT

$W_N^{kn} = W_N^{k(n+N)} = W_N^{(k+N)n}$ (periodičnost)

$W_N^{k(N-n)} = W_N^{-kn} = (W_N^{kn})^*$ (simetričnost)

13.6.2007

1.



Signal je mogoče določiti iz vzgolih vzorcev, če je le ta frekvenčno omejen in če je frekv. vzorčenja 2x večja od frekvence signala.

$\omega_{vz} = 2\omega_m$

Ta pogoj je izpolnjen.

2. $x[n] = 2\cos\left(\frac{\pi n}{4}\right)$ mat. funkc.

$x[0] = 2\cos\left(\frac{\pi \cdot 0}{4}\right) = 2$

$x[1] = 2\cos\left(\frac{\pi \cdot 1}{4}\right) = 2\cos\frac{\pi}{4}$

$x[2] = 2\cos\left(\frac{\pi \cdot 2}{4}\right) = 2\cos\frac{\pi}{2}$

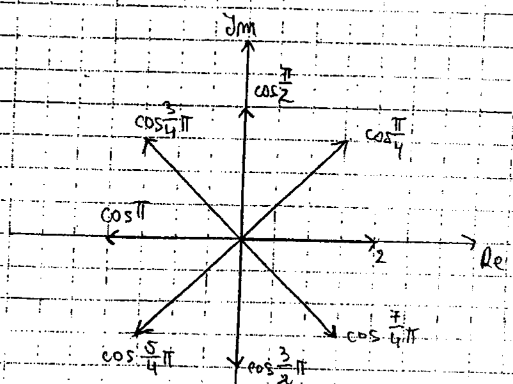
$x[3] = 2\cos\left(\frac{\pi \cdot 3}{4}\right) = 2\cos\frac{3}{4}\pi$

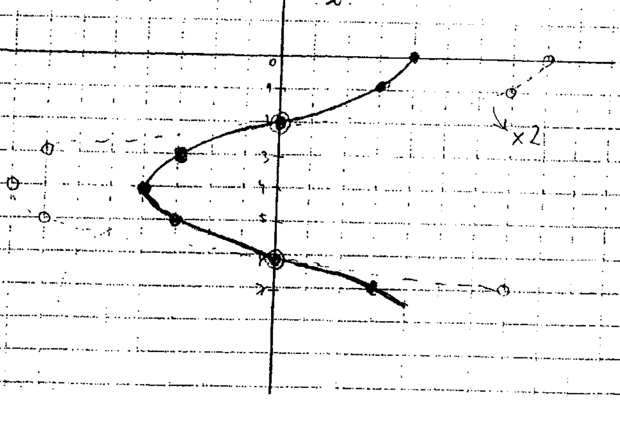
$x[4] = 2\cos\left(\frac{\pi \cdot 4}{4}\right) = 2\cos\pi$

$x[5] = 2\cos\left(\frac{\pi \cdot 5}{4}\right) = 2\cos\frac{5}{4}\pi$

$x[6] = 2\cos\frac{3}{2}\pi$

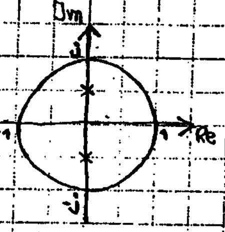
$x[7] = 2\cos\frac{7}{4}\pi$





3.

$$H(z)=\frac{4z^2}{(2z-j)(2z+j)} \rightarrow \text{poli} \qquad \frac{(2z-j)}{2}\cdot\frac{(2z+j)}{2}=\left(z-\frac{j}{2}\right)\left(z+\frac{j}{2}\right) \Rightarrow \text{pola } \frac{1}{2}j \text{ in } -\frac{1}{2}j$$

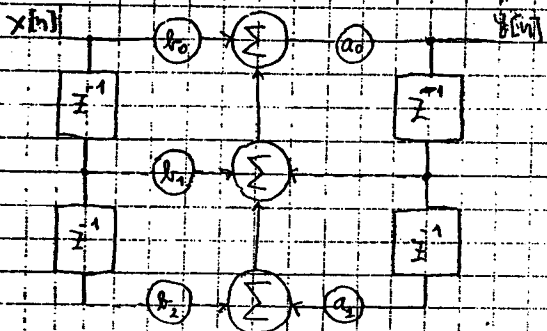


- Sistem je stabilen, ker sta pola < 1
  - → ČE BI BILA POLA NA 1 BI BIL SISTEM MEJNO STABILEN
  - → ČE BI BILA POLA > 1 BI BIL SISTEM NESTABILEN

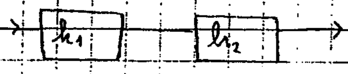
$\boxed{-j^2=1}$ $\boxed{j^2=-1}$ $\boxed{\frac{x}{y}=\frac{a}{b}}$

$$H(z)=\frac{4z^2}{(2z-j)(2z+j)}=\frac{4z^2}{4z^2+\cancel{j2z}-\cancel{j2z}-j^2}=\frac{4z^2}{4z^2+1}\;\Big/\cdot\frac{z^{-2}}{z^{-2}} \Rightarrow \frac{4}{4+z^{-2}}\begin{matrix}\rightarrow b\\ \rightarrow a\end{matrix}$$

$b_0=4,\ b_1=0,\ b_2=0 \qquad a_0=4,\ a_1=0,\ a_2=1$

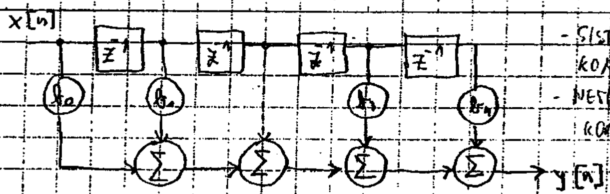


4. $h_1(n)=\{1,-2,1\}$
$h_2(n)=\{1,1,1\}$



ali je sistem stabilen?

$h_2 \backslash h_1$	1	-2	1		
1	1	-2	1		
1		1	-2	1	
1			1	-2	1
+	1	-1	0	-1	1
	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4



- SISTEM JE STABILEN, KER IMA KONČNI ODZIV.
- NESTABILEN BI BIL, ČE NE BI IMEL KONČNEGA ODZIVA.

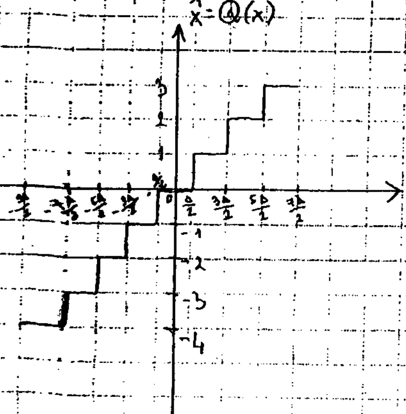
$y[n]=x(n)-x(n-1)+x(n-3)+x(n-4)$

5.

$b=3$
$V_{max}=4V$

$N=2^b=2^3=\underline{\underline{8}}$ Nivojev

MAX POZ. NAP = 3V, MAX NEG. NAP = -4V



BINARNI SIMBOLI $\hat{X}_B(n)$	NAP. $\hat{X}(n)$
0 1 1	3
0 1 0	2
0 0 1	1
0 0 0	0
1 1 1	-1
1 1 0	-2
1 0 1	-3
1 0 0	-4

$-1 \Rightarrow 1 = 001$
$\quad 110 + 1$
$\quad \underline{111}$

14.4.2008

1. $h(n) = \{-1, 2, -1\}$ na vhodni signal $x(n) = \{1, 2, 1\}$

$x(n) \backslash h(n)$	-1	2	-1		
1	-1	2	-1		
2		-2	4	-2	
1			-1	2	-1
$\oplus$	-1	0	2	0	-1
	g_0	g_1	g_2	g_3	g_4

ODZIV FILTRA

$$y(n) = -x(n) + 2x(n-2) - x(n-4)$$

2. Pri sistemu FFT z decimacijo po času za N=8 skušamo razstaviti niz $x(n)$ v vedno manjše in manjše podnize.

- velikost niza je $N = 2^m$, pri tem računamo posebej izhodne nize člene z SODIM indeksom in posebej z LIHIM indeksom.

~~X(k) razstavimo na dva enaka dela z indeksi od 0 do $\frac{N}{2}-1$.~~

$$\boxed{X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot W_N^{nk}} \qquad k = 0, 1, \dots, N-1$$

- tvorimo vsak niz posebej:

$$X(k) = \sum_{\substack{n = SOD \\ \parallel \\ 2r}} x(n) W_N^{nk} + \sum_{\substack{n = LIH \\ \parallel \\ 2r+1}} x(n) W_N^{nk}$$

$$W_N^2 = e^{-j\frac{2\pi}{N}\cdot 2} = e^{-j\frac{2\pi}{N/2}} = W_{\frac{N}{2}}$$

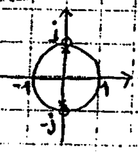
$$\boxed{X(k)} = \underbrace{\sum_{r=0}^{N/2-1} x(2r) W_{\frac{N}{2}}^{rk}}_{\text{DFT transform SODIH elementov}} + W_N^k \underbrace{\sum_{r=0}^{N/2-1} x(2r+1) \cdot W_{N/2}^{rk}}_{\text{DFT transform lihih elementov}} = \boxed{G(k) + W_N^k H(k)}$$

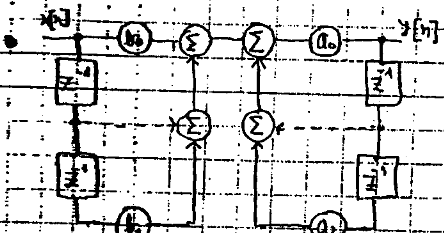
- po dobljeni formuli izračunamo izhode $X(k) \rightarrow X(0), X(1), X(2), \dots$ in naredimo decimacijo po času z dvema $\frac{N}{2}$ TOČKOVNO DFT.
- Nadaljujemo tako, da $\frac{N}{2}$-toč. DFT nadomestimo z $\frac{N}{4}$-toč. DFT, kjer zopet računamo SODO in LIHO stran
- Nazadnje v blok $\frac{N}{4}$ dodamo še bloke z 2 točkovnim DFT in dobimo celotno rešitev.

3. $H_1[z] = \frac{[z-j]}{[z-0{,}9j]}$ $H_2[z] = \frac{[z+j]}{[z+0{,}9j]}$ $z^2 + \cancel{jz} \cancel{-jz} - j^2$ $-j^2 = 1$ $(-j)^2 = -1$

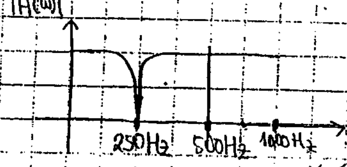
$z^2 \cdot z^{-2} = z^{2-2} = 1$

- $H_1[z] \cdot H_2[z] = \frac{[z-j][z+j]}{[z-0{,}9j][z+0{,}9j]} = \frac{z^2+1}{z^2+0{,}81} \cdot \frac{z^{-2}}{z^{-2}} \Rightarrow \frac{1+z^{-2}}{1+0{,}81z^{-2}}$ $\to b$ $b_0=1, b_1=0, b_2=1$; $\to a$ $a_0=1, a_1=0, a_2=0{,}81$
- poli: $-0{,}9j,\ 0{,}9j$ ničle: $-j, j$





ali lahko narišemo posamezno?



$f_{vz} = 1\,kHz$

4. $X[n] = e^{\frac{j\pi n}{2}}$, $0 \le n \le 7$ $\boxed{e^{\frac{\pi}{4}} + e^{-j\frac{\pi}{4}} = \cos\frac{\pi}{4}}$

$x(0) = e^{\frac{j\pi 0}{2}} = 1$ $\frac{X[n] + X^*[n]}{2} = \frac{e^{\frac{j\pi n}{2}} + e^{-\frac{j\pi n}{2}}}{2} = \cos\frac{\pi n}{2}$

$x(1) = e^{\frac{j\pi 1}{2}}$

$x(2) = e^{\frac{j\pi 2}{2}}$

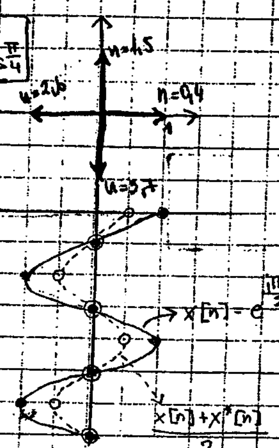
$x(3) = e^{\frac{j\pi 3}{2}}$

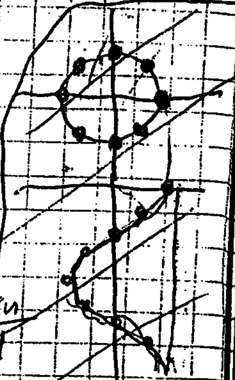
$x(4) = e^{j\pi 2}$

$x(5) = e^{\frac{j\pi 5}{2}}$

$x(6) = e^{j\pi 3}$

$x(7) = e^{\frac{j\pi 7}{2}}$





$x = e^{\frac{j\pi n}{4}}$

$x(0) = e^0 = 1$

$x(1) = e^{\frac{j\pi 1}{4}}$

$\Im x[n] \Re$

$e^{\frac{j\pi 2}{4}}$

$e^{\frac{j\pi 3}{4}}$

$e^{\frac{j\pi 8}{4}}$

5. $x(t) = \sin(100\pi t) + \frac{1}{3}\sin(300\pi t)$ $-1500\,Hz \le f \le 1500\,Hz$ $f_s = 500\,Hz$

$\omega = 2\pi f$

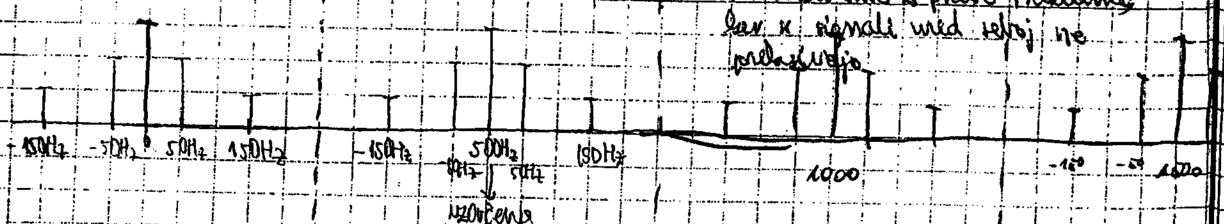
$\omega = 2\pi 50$

$f = 50\,Hz$

$f = 150\,Hz$

preslikava

- NYQUISTOV KRITERIJ $f_{vz} = 2 \cdot f$
- vzorčiti moramo ~~z~~ pravo frekvenco kar v signalu vred teh ne presežejo

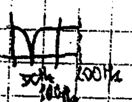


20.9.2005

1. $H(z) = \dfrac{[z-j][z+j]}{[z-0{,}9j][z+0{,}9j]}$

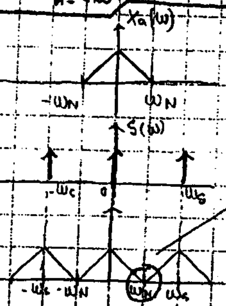
a) ✓

b) ✓

c) amplitudni odziv  FILTER Z ZAREZO

2. a) $\boxed{x_{ps}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_a(nT)\,\delta(t-nT)}$

c) $\omega_S = 2\omega_N$

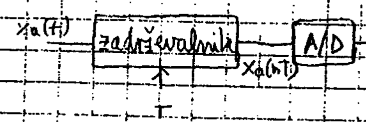
b) 

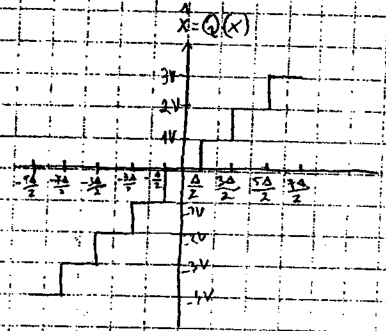
signala se med seboj ne smeta prekrivati.

d) $\boxed{x_r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \cdot \dfrac{\sin\left[\frac{\pi(t-nT)}{T}\right]}{\frac{\pi(t-nT)}{T}}}$ cos. prostor

filter

3. A/D

a) 

b) 

$b = 3$

$U_{max} = 4V$

za poz. $\Delta = \dfrac{U_{max}}{N-1}$

c) $N = 2^b = 2^3 = \underline{8}$ nivojev

$\Delta = \dfrac{U_{max}}{2^{b-1}} = \dfrac{4V}{2^{3-1}} = \dfrac{4V}{4} = \underline{1V}$

$\hat{x}_B(n)$	$\hat{x}(n)$
011	3
010	2
001	1
000	0
111	-1
110	-2
101	-3
100	-4

4.

a) $\boxed{X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{kn} \quad k = 0,1,\dots,N-1}$ $\boxed{x(n) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X(k) \cdot W_N^{-kn} \quad n = 0,1,\dots,N-1}$

$W_N^{kn} = e^{-j\frac{\pi}{2}kn}$

4

b) $x(0) = 1$, $x(1) = -1$, $x(2) = 1$, $x(3) = -1$ $\} \; x = [1,-1,1,-1]$

$n=0 \quad n=1 \quad n=2 \quad n=3$

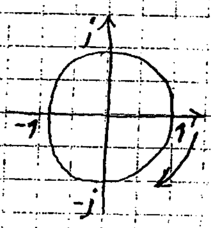
$X(0) = 1\cdot 1 + -1\cdot 1 + 1\cdot 1 + -1\cdot 1 = 0$

$X(1) = 1\cdot 1 + -1\cdot(-j) + 1\cdot(-1) + -1\cdot j = 0$

$X(2) = 1\cdot 1 + -1\cdot(-1) + 1\cdot 1 + -1\cdot(-1) = 0$

$X(3) = 1\cdot 1 + -1\cdot j + 1\cdot(-1) + -1\cdot(-j) = 0$

→ N v tem primeru 4



5. $h(n) = \{1, 2, 1, -1\}$

$x(n) = \{1, 2, 3, 1\}$

- odziv sistema:

$y(n) = x(n) + 4x(n-1) + 8x(n-2) + 8x(n-3) + 3x(n-4) - 2x(n-5) - x(n-6)$

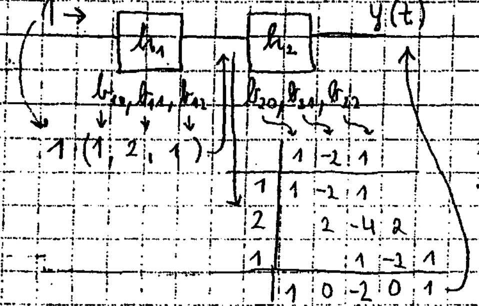
$x(n)$ \ $h(n)$	1	2	1	-1			
1	1	2	1	-1			
2		2	4	2	-2		
3			3	6	3	-3	
1				1	2	1	-1
	1	4	8	8	3	-2	-1

$x \longrightarrow \boxed{h} \longrightarrow y$

$\boxed{y(t) = \sum x(k) \cdot h(n-k) = \sum h(k)\, x(n-k)}$

16.6.2005

1. $h_{10}=1, h_{11}=2, h_{12}=1$
$h_{20}=1, h_{21}=-2, h_{22}=1$



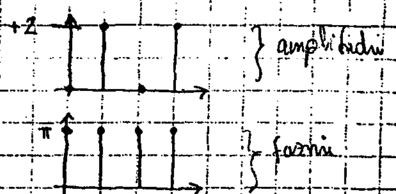
2. $X(k)=\sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{kn}$

$W_N^{-kn} = e^{j\frac{2}{\pi}kn}$

$x=[-1\ 0\ 1\ 0]$

$n=0 \quad n=1 \quad n=2 \quad n=3$

$x(0) = -1\cdot 1 + 0\cdot 1 + 1\cdot 1 + 0\cdot 1 = 0$
$x(1) = -1\cdot 1 + 0\cdot(j) + 1\cdot(-1) + 0\cdot(j) = -2$
$x(2) = -1\cdot 1 + 0\cdot(-1) + 1\cdot 1 + 0\cdot(-1) = 0$
$x(3) = -1\cdot 1 + 0\cdot(j) + 1\cdot(-1) + 0\cdot(j) = -2$

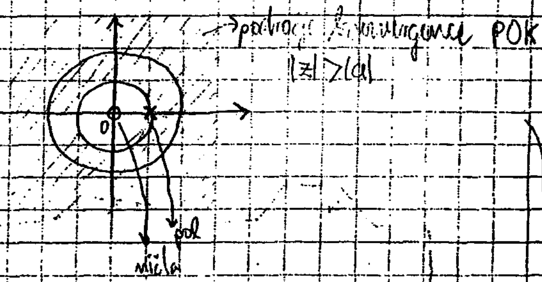


3. $x(n)=\left(-\frac{1}{2}\right)^n \cdot u(n) \Rightarrow X(z)=\frac{1}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}$ pri POK $|z|>1/2$

ničla = 0

pol

$a^n \cdot u[n] \underset{\text{TRANSFORM IZ TABELE}}{\Rightarrow} \frac{1}{1-az^{-1}}$ POK $|z|>|a|$



4. STABILNOST

$h(n)=0 \quad n<0$

Ker POK ne more vsebovati polov, sledi, da je kavzalni linearni, časovno nedvisen sistem BIBO stabilen, če in samo če leže poli znotraj enote kroga.

poli < 1

DODATEK:

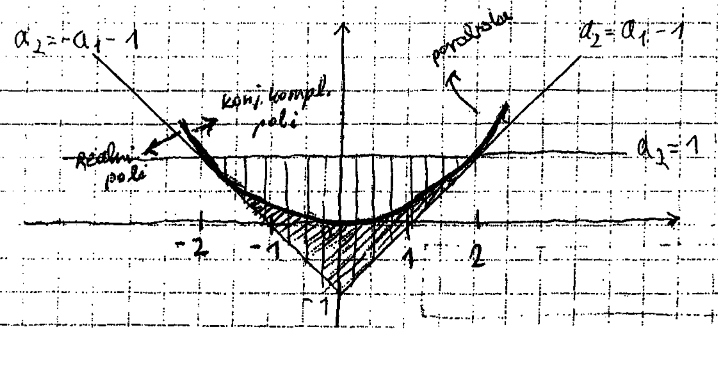
STABILNOST SISTEMA 2. REDA (2 pola)

- Oba pola p_1 in p_2 morata biti znotraj enotinega kroga, da bo sistem stabilen

POGOJA: $|a_2| = |p_1 \cdot p_2| = |p_1|\cdot|p_2| < 1$

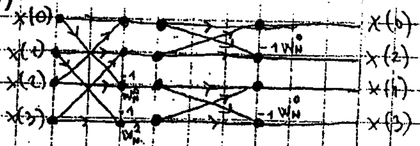
$|a_1| = 1 + a_2$

- SISTEM JE STABILEN, ČE TOČKI a_1 IN a_2 LEŽITA ZNOTRAJ TRIKOTNIKA STABILNOSTI



5. a) $X(k)=\sum_{n=0}^{N-1} x(n)\, W_N^{nk}$ $\quad k=0,1,\dots,N-1$

b)



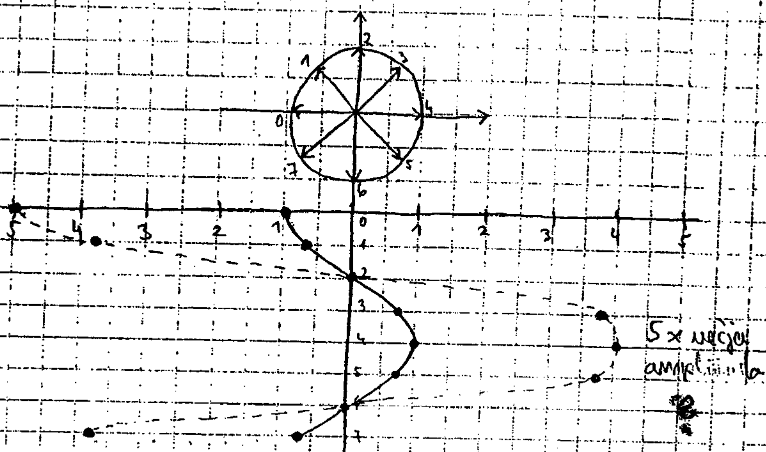
$g(n)=x(n)+x(n+\frac{N}{2})$

$h(n)=x(n)-x(n+\frac{N}{2})$

c) Z algoritmom FFT računamo hitreje zato ker niz x(k) razdelimo v manjše podnize in tako pridemo hitreje do celotnih rešitev.

1.9.2004

1. $x[n]=5e^{j\pi}e^{\frac{j\pi n}{4}}$



$x(0)=5e^{j\pi}e^{\frac{j\pi 0}{4}}=5e^{j\pi}$

$x(1)=5e^{j\pi}e^{\frac{j\pi 1}{4}}=5e^{j\pi+\frac{j\pi}{4}}=5e^{j\frac{5}{4}\pi}$

$x(2)=5e^{j\pi+j\frac{\pi}{2}}=5e^{j\frac{3}{2}\pi}$

$x(3)=5e^{j\pi+j\frac{3\pi}{4}}=5e^{j\frac{7}{4}\pi}$

$x(4)=5e^{j\pi+j\pi}=5e^{j2\pi}$

$x(5)=5e^{j\pi+j\frac{5}{4}\pi}=5e^{j\frac{9}{4}\pi}$

$x(6)=5e^{j\pi+j\frac{3\pi}{2}}=5e^{j\frac{5}{2}\pi}$

$x(7)=5e^{j\pi+j\frac{7\pi}{4}}=5e^{j\frac{11}{4}\pi}$

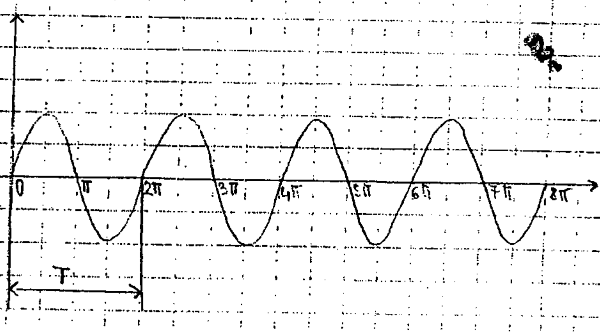
3. $H(z)=\frac{1-0{,}2z^{-1}-0{,}08z^{-2}}{1+0{,}5z^{-2}}=\frac{-155{,}25-0{,}2z^{-1}}{1+0{,}5z^{-2}}$ $\begin{matrix}\to b & b_0=-155{,}25,\ b_1=-0{,}2,\ b_2=0\\ \to a & a_0=1,\ a_1=0,\ a_2=0{,}5\end{matrix}$

$\frac{x}{y}\times\frac{a}{b}$ $\quad y(0)+0{,}5y(2)=-155{,}25x(0)-0{,}2x(1)$

11.2.2004

4. $x(k)=\sin(1{,}75\pi k)$, $k=0,1,2,3,4$

- skiciraj 4 periode analognega sin sign.
- označi vzorce
- na primeru pojasnite teorem o vzorčenju
- pojasnite frekv. signala in frekv. vzorčenja
- ali primer ustreza Nyquistovem krit.?



$f=\frac{1}{T}=\frac{1}{2\pi}$

$x(0)=\sin(1{,}75\pi\cdot 0)$

$x(1)=\sin(1{,}75\pi\cdot 1)$

$x(2)=\sin(1{,}75\pi\cdot 2)$

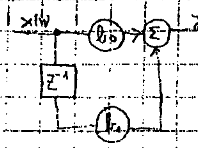
$x(3)=\sin(1{,}75\pi\cdot 3)$

$x(4)=\sin(1{,}75\pi\cdot 4)$

21.1.2008

1. Imamo linearno časovno neodvisen sistem z časovnim odzivom $h(0)=-1$ in $h(1)=1$.
   - PODAJTE KOEFICIENTA FILTRA b in a IN NARIŠITE DIREKTNO STRUKTURA 1
   - IZRAČUNAJTE ODZIV FILTRA NA SIGNAL $x(0)=x(1)=x(2)=1$, $x(3)=x(4)=x(5)=0$
   - NA PODLAGI DOBLJENEGA ODZIVA S POJASNILOM OCENITE, ČE FILTER PREPUŠČA NIZKE ALI VISOKE FREKV.!

$h(0)=-1$ $a_0=0,\ a_1=0$
$h(1)=1$ $b_0=1,\ b_1=1$



$h(n)=\{-1,1\}$
$x(n)=\{1,1,1,0,0,0\}$

1	-1	1					
1		-1	1				
1			-1	1			
0				0	0		
0					0	0	
0						0	0
	-1	0	0	1	0	0	

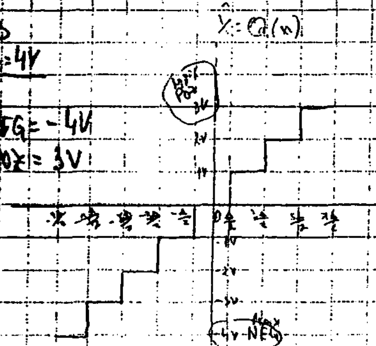
2.

$x(t)=\cos(100\pi t)$
$f_{vz}=50Hz$
prazni to mercer

$x(0)=\cos(100\pi 0)$
$x(1)=\cos(100\pi 1)$
$x(2)=\cos(100\pi 2)$
$x(3)=\cos(100\pi 3)$
$x(4)=\cos(100\pi 4)$
$x(5)=\cos(100\pi 5)$
$x(6)=\cos(100\pi 6)$
$x(7)=\cos(100\pi 7)$
$x(8)=\cos(100\pi 8)$
$x(9)=\cos(100\pi 9)$

3. $b=3$
$U_{max}=4V$

MAX NEG $=-4V$
MAX POZ $=3V$



$N=2^b=2^3=8$ nivojev

$\Delta=\frac{U_{max}}{2^{b-1}}=\frac{4V}{4}=\underline{\underline{1V}}$

$\hat{x}_B(n)$	$\hat{x}(n)$
011	3V
010	2V
001	1V
000	0
111	-1V
110	-2V
101	-3V
100	-4V

4.

$X(\omega)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)\cdot e^{-j\omega n}$ $\quad X(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)\cdot z^{-n}=\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)\cdot (r)^{n}\cdot e^{-j\omega n}$

če je $r=1$ bosta transformaciji enaki
$F=Z$

$H(\omega)=\frac{1}{1+e^{-2j\omega}} \Rightarrow H(z)=\frac{1}{1+z^{-2}}$

$z^{-n}=e^{-j\omega n}$

$z^{n}=e^{j\omega n}$

$\boxed{3.7.2009}$

2 $\vec{x}[n] = e^{j\frac{\pi n}{4}} - e^{-j\frac{\pi n}{4}}$

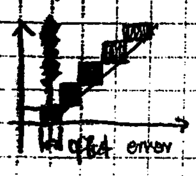
- prvih 8 vzorcev (SKICA)
- kakšno funkc. prepoznate v rezultatu?

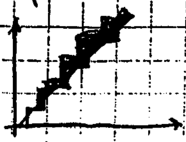
3. Izračunajte transformacijsko matriko W Fourierove transformacije na N=4.
Po matričnem postopku izračunajte Fourierovo transformacijo signala $x = \{1, 0, -1, 0\}$!

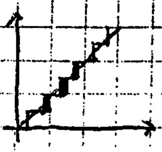
4.

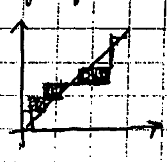
12.2.2009

1. napaka odmika: | napaka dobitka: | napaka zaradi nelinearnosti: | izgubljena koda:









- ko se prvi prehod ne izvrši točno
- razlika v vrednosti pri prvem in zadnjem prehodu ni enaka
- nastopi, ko razlike med prehodnimi vrednosti niso enake ali enakomerno spreminjajoče
- če je ta napaka dovolj velika lahko preskočimo eno ali več kod.

2. $x[n] = 2\cos\left(\frac{\pi n}{2}\right)$

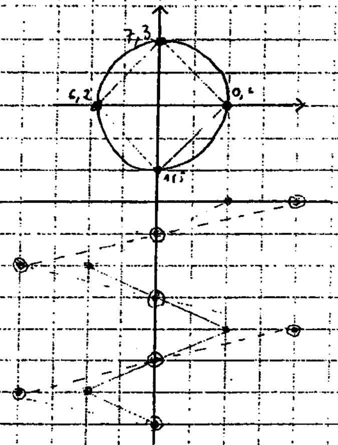
$x(0) = 2\cos(0) = 2;\ 1$ $\quad x(5) = 2\cos(\pi 5/2)$

$x(1) = 2\cos(\pi 1/2)$ $\quad x(6) = 2\cos(\pi 6/2)$

$x(2) = 2\cos(\pi 2/2)$ $\quad x(7) = 2\cos(\pi 7/2)$

$x(3) = 2\cos(\pi 3/2)$

$x(4) = 2\cos(\pi 4/2)$



koliko jih potrebujemo?

sinus

Odg:

Zapišite matematično funkcijo:

3. $X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot W_N^{nk}$

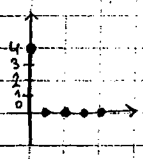
$W_N^{nk} = e^{-j\frac{2\pi nk}{N}}$

$x(0) = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = \boxed{4}$

$x(1) = 1 \cdot 1 + 1 \cdot (-j) + 1 \cdot (-1) + 1 \cdot j = \boxed{0}$

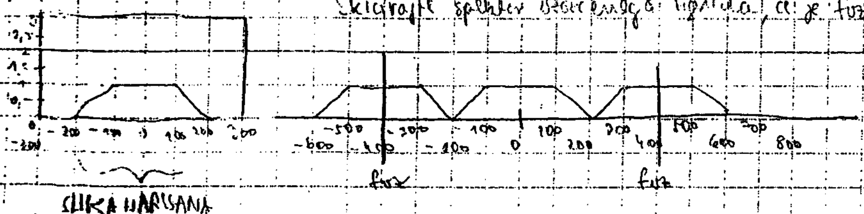
$x(2) = 1 \cdot 1 + (1 \cdot (-1) + 1 \cdot 1 + 1 \cdot (-1)) = \boxed{0}$

$x(3) = 1 \cdot 1 + 1 \cdot j + 1 \cdot (-1) + 1 \cdot (-j) = \boxed{0}$



4. $f_{vz} = 400\,Hz$

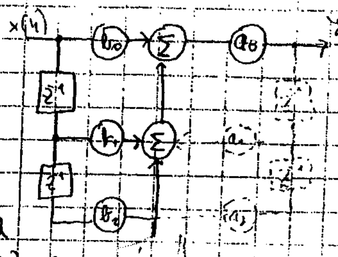
Skicirajte spekter vzorčenega signala, če je $f_{vz} = 400\,Hz$



Zadostili smo 2. Nyquistovemu kriteriju, ker je $f_{vz} = 2 \cdot f_{signala}$.

SLIKA NARISANA NA ROBU

5. $y(n) = x(n) - 2x(n-1) + x(n-2)$



$a_0 = 1 \quad b_0 = 1$
$a_1 = 0 \quad b_1 = -2$
$a_2 = 0 \quad b_2 = 1$

Določite odziv sistema na vhodni signal

$x(0)=1,\ x(1)=1,\ x(2)=1,\ x(3)=-1,\ x(4)=-1,\ x(5)=-1$

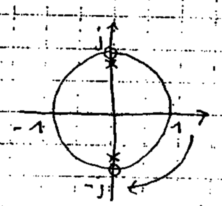
$X(n) = \{1, 1, 1, -1, -1, -1\}$

$$
\begin{array}{r|cccccccc}
 & h(n): & b_0 & b_1 & b_2 & & & & \\
 & & 1 & -2 & 1 & & & & \\
\hline
x(n) \rightarrow 1 & & 1 & -2 & 1 & & & & \\
1 & & & 1 & -2 & 1 & & & \\
1 & & & & 1 & -2 & 1 & & \\
-1 & & & & & -1 & 2 & -1 & \\
-1 & & & & & & -1 & 2 & -1 \\
-1 & & & & & & & -1 & 2 \quad -1 \\
\hline
y(t) \rightarrow & & 1 & -1 & 0 & -2 & 2 & 0 & 1 \quad -1
\end{array}
$$

[illegible]

16.6.2008

1. $$H(z) = \frac{\left(z - e^{j\pi/2}\right)\left(z - e^{-j\pi/2}\right)}{\left(z - 0{,}9e^{j\pi/2}\right)\left(z - 0{,}9e^{-j\pi/2}\right)} =$$



$e^{j\frac{\pi}{2}} = j$

$e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j$

sistem je stabilen, ker so poli < 1

$$= \frac{(z-j)(z+j)}{(z-j0{,}9)(z+j0{,}9)} = \frac{z^2 + \cancel{jz} - \cancel{jz} - j^2}{z^2 + \cancel{j0{,}9z} - \cancel{j0{,}9z} - j^2 0{,}81} = \frac{z^2+1}{z^2+0{,}81} \ \frac{: z^2}{: z^2} \Rightarrow \frac{1 + \frac{1}{z^2}}{1 + \frac{0{,}81}{z^2}} = \frac{1 + z^{-2}}{1 + 0{,}81 z^{-2}}$$

ničle: $-j, j$
poli: $-0{,}9j, 0{,}9j$

DIFERENČNA ENAČBA:

$y(n) + 0{,}81 y(n-2) = x(n) + x(n-1)$

$a_0 = 1 \quad a_1 = 0 \quad a_2 = 0{,}81$
$b_0 = 1 \quad b_1 = 0 \quad b_2 = 1$

2. $$X[f] = \begin{cases} 1\,\text{kHz} - |f|; & |f| \le 1\,\text{kHz} \\ 0; & \text{drugje} \end{cases} \quad ; \ \omega = 2\pi f$$

$f_{iz} = 3\,\text{kHz}$

27.0.2005

1.

	1	-2	1			
1	1	-2	1			
-1		-1	2	-1		
1			1	-2	1	
-1				-1	2	-1
	1	-3	4	-4	3	-1

	-1	3	-1			
1	-1	3	-1			
-1		1	-3	1		
1			-1	3	-1	
-1				1	-3	1
	-1	4	-5	5	-4	1

2.

$x[n] = e^{\frac{j\pi n}{4}} + e^{-\frac{j\pi n}{4}}$ prvih 8 vzorcev

$= 2 \cdot \cos\frac{\pi n}{4}$

$x(0) = 2 \cos(0) = 2 \cdot 1$

$x(1) = 2\cos\left(\frac{\pi 1}{4}\right)$

$x(2) = 2\cos\left(\frac{\pi 2}{4}\right)$

$x(3) = 2\cos\left(\frac{\pi 3}{4}\right)$

$x(4) = 2\cos\left(\frac{\pi 4}{4}\right)$

$x(5) = 2\cos\left(\frac{\pi 5}{4}\right)$

$x(6) = 2\cos\left(\frac{\pi 6}{4}\right)$

$x(7) = 2\cos\left(\frac{\pi 7}{4}\right)$

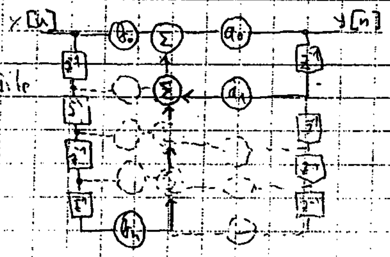
3. $y[n] = y[n-1] + x[n] - x[n-4]$

$a_0 = 1,\ a_1 = 1,\ a_2 = 0,\ a_3 = 0,\ a_4 = 0$

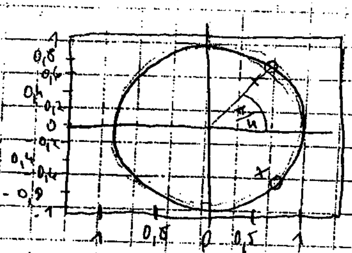
$b_0 = 1,\ b_1 = 0,\ b_2 = 0,\ b_3 = 0,\ b_4 = -1$

$H(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 - z^{-4}}$

S pomočjo inverzne Z transf. izračunajte in narišite časovni odziv sistema na impulz enote $h(n)$!



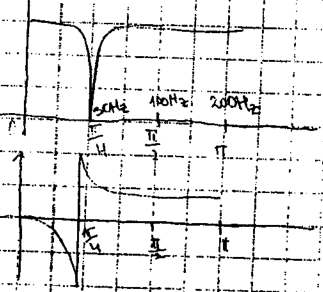
4. Imamo dig. filter. Lega polov in ničel so na sliki:



Narišite amplitudno in fazno karakteristiko filtra v frekvenčnem prostoru, če je znač. frekv. filtra enaka 50Hz! Na skici označite vse potrebne vrednosti! Kako takšen filter imenujemo? Kolikšna je f_{vz}?

f_{vz} = ~~400Hz~~ = 200Hz

imenujemo ga FILTER Z ZAREZO



$n=-2 \quad n=-1 \quad n=0$

$$-2 \quad 1 \quad 3 \quad 2 \quad -1 \quad 4$$

$n=1 \quad n=2 \quad n=3$

$$X(z) = -2\cdot z^{+2} + 1\cdot z^{-1} + 3\cdot 1 + 2\cdot z^{1} - 1\cdot z^{2} + 4\cdot z^{3}$$

$$z = 1\cdot e^{j\omega}$$

$$\boxed{X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)\cdot z^{-n}}$$

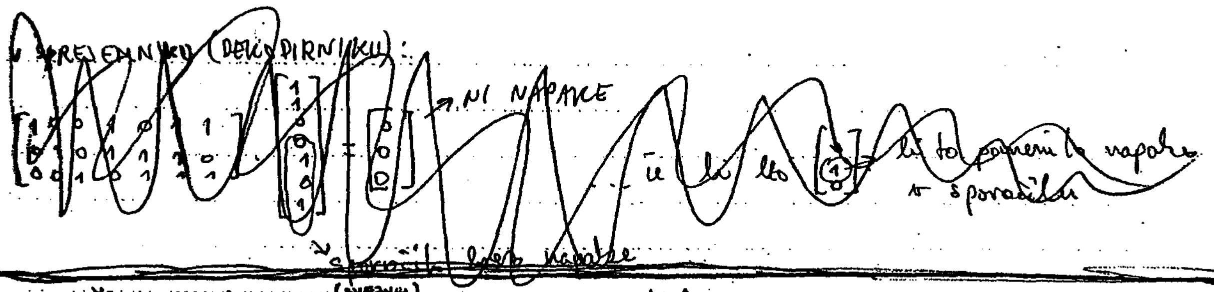
VH. DIG. (ANALOGNI) → [ ] → ANALOGNI IZH. SIG.

ANALOG. OBD. SIGN.

ANALOG. VHOD → [A/D PRETV.] → [DIG. SIG. PROC.] → [D/A PRETV.] → ANAL. SIG.

DIG. OBD. SIGN. → omogoča • REKONFIGURABILNOST • FLEKSIBILNOST (PROGSIRA.)

● osnovni DOS →



Večina signalov je (svoznih) ANALOGNIH. Če ga želimo obdelati, ga moramo pretvoriti v DIGITALNO obliko, zato DOS.

● signali (GOVOR, SLIKA)

- matematični zapis signala ⇒ $s(t) = 4t + 0{,}5$ — odvisen od časa
- izvor signala je kombinacija dražljajev
- DIG. OBDELAVA JE CENEJŠA, KOT ANALOGNA

Če damo signal na vhod sistema, na izhodu dobimo KONVOLUCIJO vhoda in prenosne funkc. SISTEMA (npr. FILTER)

VHOD → [ ] → IZHOD

PROCES

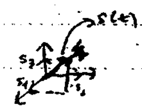
(+) - PRI DIG. OBD. LAHKO SIGNAL ENOSTAVNO REKONFIGURIRAMO, PRI ČEMER JE TO PRI ANALOG. OBD. TEŽJE, KER TO POMENI SPREMEMBO VEZIJ, TESTIRANJE IN VERIFIKACIJO PRAVILNEGA DELOVANJA.

(+) - PREDNOST DIG. JE NATANČNOST OBDELAVE

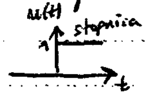
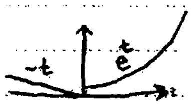
(−) - SLABOST DIG. JE HITROST OBDELAVE IN VZORČENJA

Razvrstitev signalov

- če je več izvorov (EKG, radar) zapišemo signal z vektorjem → $s(t) \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ s_3(t) \end{bmatrix}$ ⇒



Vrste osnovnih signalov

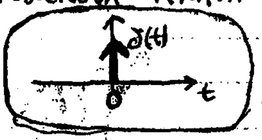
● - S KONČNO ENERGIJO  - S KONČNO MOČJO  - Z OMEJENO RASTJO 

APERIODIČNI IMAJO KONČNO ENERGIJO $+\infty$

PERIODIČNI SIGNALI IMAJO (POVPREČNO MOČ IN) KONČNO → $-\infty$ do $+\infty$

- Zanimiva oblika APERIODIČNEGA SIGNALA je $\delta(t)$ → ima ∞ amplitudo in širino, katere vrednosti limitira k nič.

infinitezimalno kratek impulz v času 0 z ∞ ampl. in ploščino enako 1.



DELTA FUNKCIJA
ENOTIN IMPULZ

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)\,dt = 1$$

Signale lahko razvrstimo tudi po njihovem poznavanju. Če poznamo potek, so DETERMINISTIČNI, drugače so pa NAKLJUČNI.

periodični

VRSTE:

→ PERIODIČNI/APERIODIČNI
- signali ...
- vsi fizikalni signali so aperiodični

→ ENERGIJSKI/MOČNOSTNI
- energijski imajo končno energijo in moč enako nič
- vsi energijski so APERIODIČNI
- močnostni imajo ∞ energijo in končno povpr. moč, v naravi jih ni

→ NAKLJ./DETERMINIST.
- od naklj. poznamo potek v preteklosti, nepa v prihodnosti, uvrščamo jih med MOČNOSTNE sign.
- INFO se nahaja SAMO v naključjih sign.
- DETERM. → za njih poznamo celoten potek, lahko so PER/APER. Opišemo jih z MAT. FUNKC.

modulacija = množenje

ČAS KONV. ⇒ FT konvolucije dveh funkcij $x_1(t)$ in $x_2(t)$ je produkt FT teh funkcij.

$$x_1(t) * x_2(t) \Leftrightarrow X_1(\omega)\, X_2(\omega)$$

FREKV. KONV. ⇒ $$x_1(t)\, x_2(t) \Leftrightarrow \frac{1}{2\pi} X_1(\omega) * X_2(\omega)$$

kompleksna predstavitev signalov

$$s(t) = x_a(t) = s_r(t) + j s_i(t)$$

IMAGINARNI DEL

TEOREM O ČAS. PREMIKU ⇒ $$x(t-t_0) \leftrightarrow e^{-j\omega t_0} X(\omega)$$

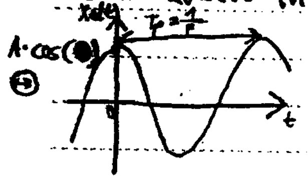
TEOREM O FREKV. PREMIKU ⇒ $$x(t)e^{j\omega_0 t} \leftrightarrow X(\omega-\omega_0)$$

Eulerjeva enačba

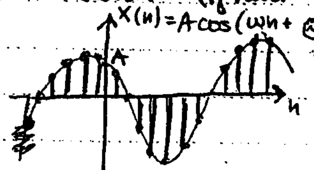
$$X = A \cdot e^{j\varphi} = \sum_k A_k \cdot e^{j\varphi_k} = \sum_k X_k$$

signal je vsota posameznih amplitud in faz ⟹ vsota kompleksnih števil

časovno zvezni in časovno diskretni signali



ČASOVNO ZVEZEN SIGNAL

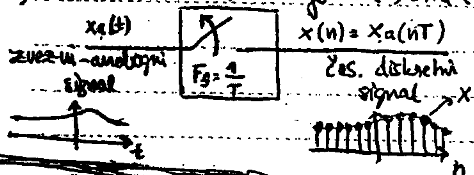


ČASOVNO DISKRETEN SIGNAL

VZORČENJE

vzorčenje časovno zveznih signalov

(period.) enakomerno vzorčenje $x(n) = x_a(t)|_{t=nT} = x_a(nT)$ (interval vzorčenja) $-\infty < n < \infty$



– $\boxed{F_s = \frac{1}{T}}$ (frekvenca vzorčenja) POVE ŠT. VZORCEV NA ENOTO ČASA

– $x(n)$... vrednost analog.-zvez. signala v času nT

– $\boxed{t = nT = \frac{n}{F_s}}$ $\boxed{f = \frac{F}{F_s}}$

... vzorčenje

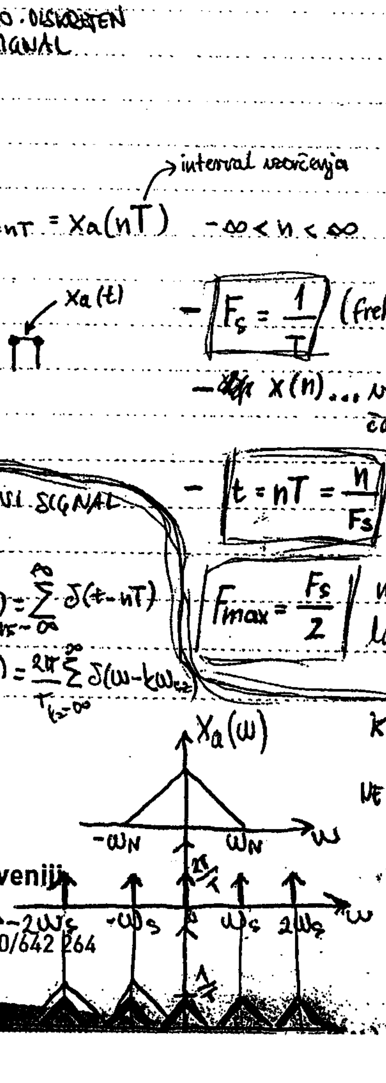
... tako, da zmnožiš OBNOVNI ZVEZNI SIGNAL ... z nizom UTEŽENIH FUNKCIJ $\delta(t)$

$$x_{vz}(t) = x_a(t)\, s(t) \qquad s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT)$$

$$X_{vz}(\omega) = \frac{1}{2\pi} X_a(\omega) * S(\omega) \qquad S(\omega) = \frac{2\pi}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - k\omega_{vz})$$

$\boxed{F_{max} = \frac{F_s}{2}}$ maksimalna frekvenca, ki jo lahko še opazujemo

$$X_{vz}(\omega) = \ldots \sum_k \ldots (\omega - k\omega_{vz})$$



KO JE $\omega_{vz} - \omega_N > \omega_N$
$\omega_{vz} > 2\omega_N$

NE PRIHAJA DO PREKRIVANJ KOPIJ fr. spektrov

Ve

- **Nyquistov teorem o vzorčenju**

– imamo $x_a(t)$ frekv. omejen signal

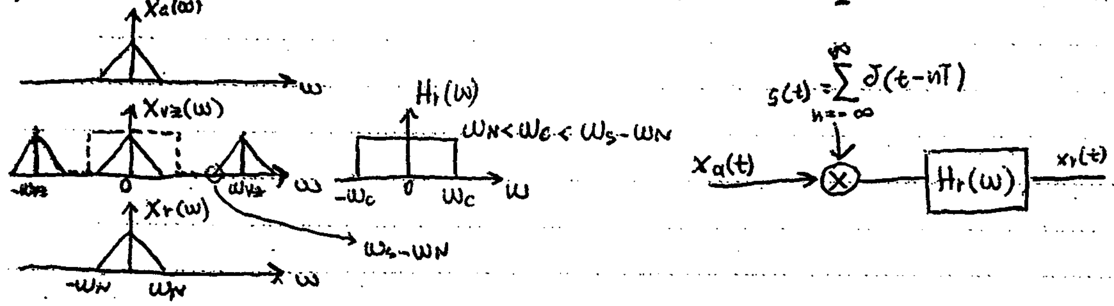
– $x_a(t)$ je določen z vzorci: $x[n] = x_a(nT)$, $n = 0, \pm1, \pm2, \dots$

$\Omega_{vz} = \frac{2\pi}{T} = 2\Omega_N$, če je frekv. vzorčenja enaka 2x frekvenca Nyquista, potem lahko signal rekonstruiramo (spektri se ne prekrivajo).

SIGNAL $x_a(t)$ JE MOGOČE DOLOČITI IZ NJEGOVIH VZORCEV $x_a(nT)$, ČE JE SIGNAL FREKVENČNO OMEJEN IN JE FREKV. VZORČENJA VSAJ 2X VEČJA (VIŠJA) OD ZGORNJE MEJE FREKV. SIGNALA.

~~Rekonstrukcija pasovno omejenega signala iz vzorcev~~

- Osnovni (nevzorčeni) signal lahko rekonstruiramo iz vzorčenega signala tako, da vzorčenemu signalu z NIZKIM SITOM odrežemo vse frekvence nad frekvenco $\frac{\omega_{vz}}{2}$.



Rekonstrukcija pasovno omejenega signala iz vzorcev

Časovno zvezen in fr. pasovno omejen signal lahko rekonstruiramo iz ZNANIH VZORCEV SIGNALA

- Na osnovi poznanih vzorcev zapišemo vzorčen signal v obliki:

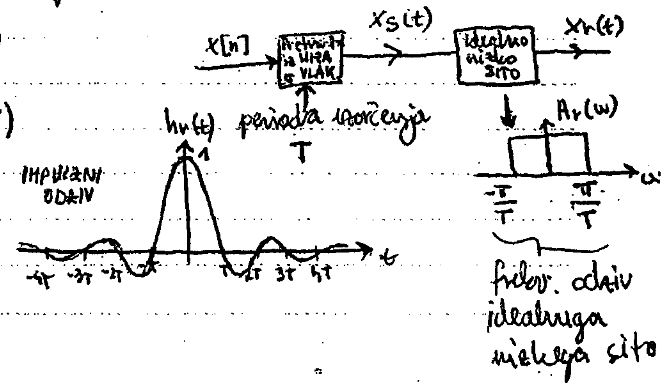
VLAK IMPULZOV PELJEMO NA NIZKO SITO

$$x_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \cdot \delta(t-nT)$$

interpolacijski odziv $h_r(t)$ ... frekv. odziv $\omega_c = \frac{\pi}{T}$

$$x_r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \cdot h_r(t-nT)$$

INTERPOLACIJSKA FUNKCIJA
$$\boxed{h_r(t) = \frac{\sin\frac{\pi t}{T}}{\frac{\pi t}{T}}} \rightarrow$$



KVANTIZACIJA SIGNALA

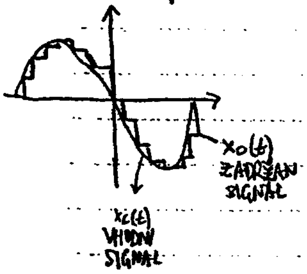
V praksi je kvantizacija zveznega v diskretni signal omejena s končno dolžino binarne besede, s katero predstavimo zvezni signal. Tovrstno pretvorbo realiziramo z A/D pretvornikom, katerega dolžina besede je 10-16 bitov (1024 do 65536 nivojev).

$x_a(t) \rightarrow$ zadrževalno vezje $\rightarrow x_a(t) \rightarrow$ A/D $\rightarrow x_B(n)$ } potek A/D transformacije

$x_a(nT)$

$$x_a(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]\cdot h_0(t-nT)$$

Zadrževalno vezje signal $x_a(t)$ vzorči v zelo kratkem času, nakar drži vrednost zajetega signala vse do naslednjega zajetega signala in to čim natančneje.



$s(t)=\sum\delta(t-nT)$

$x_c(t) \rightarrow (\times) \rightarrow x_s(t) \rightarrow$ zadrževalno vezje $\rightarrow x_o(t)$ } vzorčenje signala z zadrževalnikom

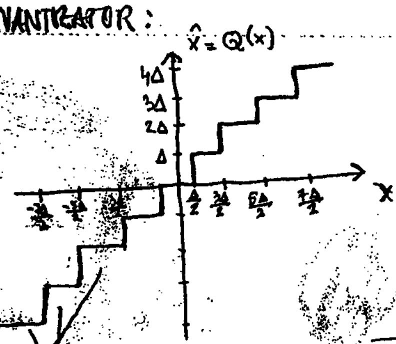
$x_a(t) \rightarrow$ A/D $\rightarrow x(n) \rightarrow$ kvantizator $\rightarrow \hat{x}(n) \rightarrow$ koder $\rightarrow \hat{x}_B(n)$ } vzorčenje + kvantizacija

ENOLIČNA KVANT. S KONST. KORAKOM

T

pretvorba vhodnih vzorcev v niz simbolov, ki so nato prenešeni

KVANTIZATOR:



} razpoznava POZ. in NEG. SIGNALE

LIN. KVANTIZATOR:

stopnica ← $\Delta = (X_{max} - X_{min})/(N-1)$

št. kvant. nivojev ⇒ $N = 2^{b}$ → št. bitov na vzorec

največja in najmanjša vrednost $x(n)$.

kvantizacijskih nivojev je $\boxed{2^{B+1}}$

št. bitov $\boxed{B+1}$

$$\boxed{\Delta = \frac{2X_{max}}{2^{B+1}} = \frac{X_{max}}{2^{B}}}$$

Diskretna Fourierjeva transformacija

DFT in decimacija po času

– lahko bolj ši čas računanja, če računanje razbijemo na niz manjših DFT računanj.

$$\boxed{W_N^{kn} = e^{-j\frac{2\pi}{N}\cdot kn}}$$

– DECIMACIJA PO ČASU: niz $x(n)$ se razstavi na manjše nize. $\boxed{N = 2^m}$

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)\cdot W_N^{nk} \qquad k = 0,1,\dots,N-1$$

$n = 2r$ (SODE)

$n = 2r+1$ (LIHE)

$$X(k) = \sum_{n=SOD} x(n)\cdot W_N^{nk} + \sum_{n=LIH} x(n)\cdot W_N^{nk}$$

$$X(k) = \sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2r)\cdot W_N^{2rk} + \sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2r+1)\cdot W_N^{(2r+1)k} = \sum_{-11-} x(2r)(W_N^2)^{rk} + W_N^k \sum_{-11-} x(r+1)(W_N^2)^{rk}$$

$$W_N^2 = e^{-j\frac{2\pi}{N}2} = e^{-j\frac{2\pi}{\frac{N}{2}}} = W_{\frac{N}{2}}$$

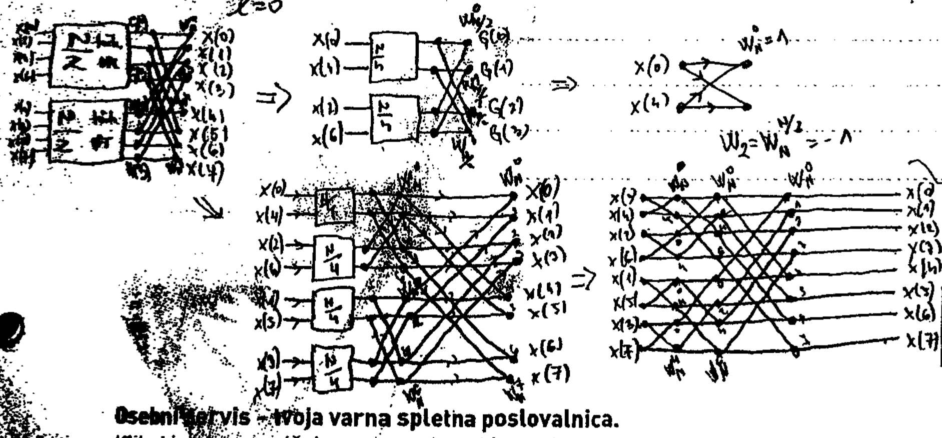
$$X(k) = \underbrace{\sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2r)\cdot W_{\frac{N}{2}}^{rk}}_{G(k)} + W_N^k \underbrace{\sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2r+1)\cdot W_{\frac{N}{2}}^{rk}}_{H(k)} = \overset{SODI}{G(k)} + W_N^k \overset{LIHI}{H(k)}$$

$$X(0) = G(0) + W_N^{\overset{0}{k}} H(0) \qquad X(1) = G(1) + W_N^{\overset{1}{k}} H(1) \qquad X(2) = G(2) + W_N^{\overset{2}{k}} H(2)$$

$$G(k) = \sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} g(r)\cdot W_{\frac{N}{2}}^{rk} = \sum_{l=0}^{\frac{N}{4}-1} g(2l)\cdot W_{\frac{N}{2}}^{2lk} + \sum_{l=0}^{\frac{N}{4}-1} g(2l+1)\, W_{\frac{N}{2}}^{(2l+1)k} =$$

$$G(k) = \sum_{l=0}^{\frac{N}{4}-1} g(2l)\cdot W_{\frac{N}{4}}^{lk} + W_{\frac{N}{2}}^{k} \sum_{l=0}^{\frac{N}{4}-1} g(2l+1)\, W_{\frac{N}{4}}^{lk}$$

$$H(k) = \sum_{l=0}^{\frac{N}{4}-1} h(2l)\cdot W_{\frac{N}{4}}^{lk} + -11-$$



8 točkovno računanje DFT transformacije

vhodnega

SODA → seštejemo najprej po prvi polovici, potem pa še po drugi.

LIHA → odštejemo prvo polovico/vrsta od druge in rezultat zmnožimo z W_N^n

$$\boxed{g(n) = x(n) + x\left(n + \frac{N}{2}\right)} \qquad \boxed{h(n) = x(n) - x\left(n + \frac{N}{2}\right)}$$

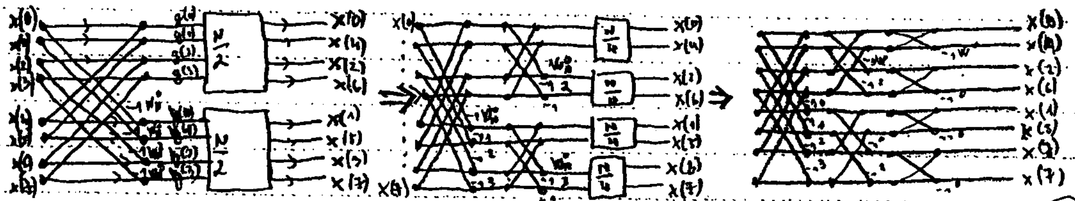
$$g(0) = x(0) + x\left(0 + \frac{8}{2}\right) \qquad h(0) = x(0) - x\left(0 + \frac{8}{2}\right) \cdot W_N^0$$

$$g(1) = x(1) + x\left(1 + \frac{8}{2}\right) \qquad h(1) = x(1) - x\left(1 + \frac{8}{2}\right) \cdot W_N^1$$

$$g(2) = x(2) + x\left(2 + \frac{8}{2}\right) \qquad h(2) = x(2) - x\left(2 + \frac{8}{2}\right) \cdot W_N^2$$

$$g(3) = x(3) + x\left(3 + \frac{8}{2}\right) \qquad h(3) = x(3) - x\left(3 + \frac{8}{2}\right) \cdot W_N^3$$

računanje DFT z decimacijo po frekvenci v enem koraku N = 8



decimacija po frekvenci za N = 8

METODE RAČUNANJA

DFT igra pomembno vlogo pri analizi in sintezi sistemov za obdelavo časovno diskretnih signalov. Metode hitrega računanja DFT se v literaturi imenujejo algoritmi hitre FFT (Fast Fourier Transform). ALGORITMI za hitro računanje DFT izkoriščajo lastnosti DFT ⇒ PERIODIČNOST in SIMETRIČNOST

$$W_N^{kn} = W_N^{k(n+N)} = W_N^{(k+N)n}$$

$$W_N^{k(N-n)} = W_N^{-kn} = \left(W_N^{kn}\right)^*$$

KOMPLEKSNA PREDSTAVITEV SIGNALOV

$$s(t) = x_a(t) = s_r(t) + j s_i(t)$$

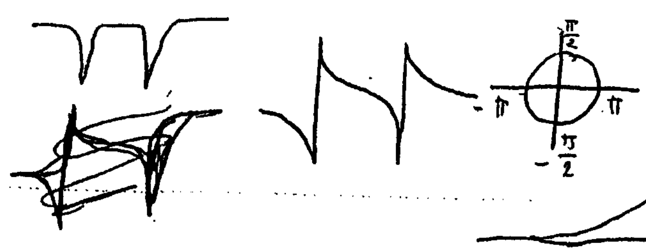
$$s(t) = x_a(t) = \underbrace{\boxed{X}\, e^{j\omega_0 t} = \boxed{A \cdot e^{j\phi}}}_{\text{ROTIRAJOČI FAZOR}} \cdot e^{j\omega_0 t} = A \cdot e^{j(\omega_0 t + \phi)}$$

→ če je poz. se vrti v obratni smeri urinega kazalca, če je neg. pa v smeri urinega kazalca

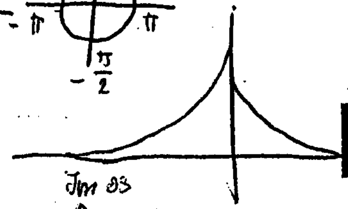
$$x_a(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t + \phi) + j \sin(\omega_0 t + \phi)$$

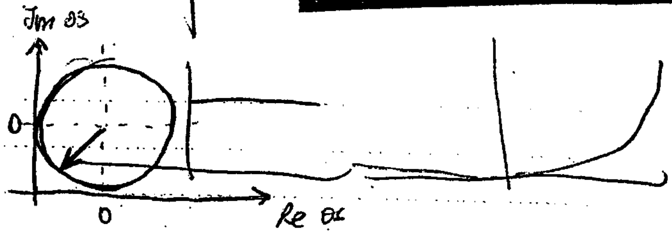
ROTIRAJOČI FAZOR OPRAVI CELOTNO POT 2π RADIANOV, KO OPRAVI CELO POT ROTACIJE, ČAS ENE ROTACIJE JE T_0

$$\omega_0 T_0 = 2\pi f_0 \cdot T_0 = 2\pi \rightarrow T_0 = \frac{1}{f_0}$$



$z^2 \cdot z^{-2} = z^{2-2} = z^0 =$





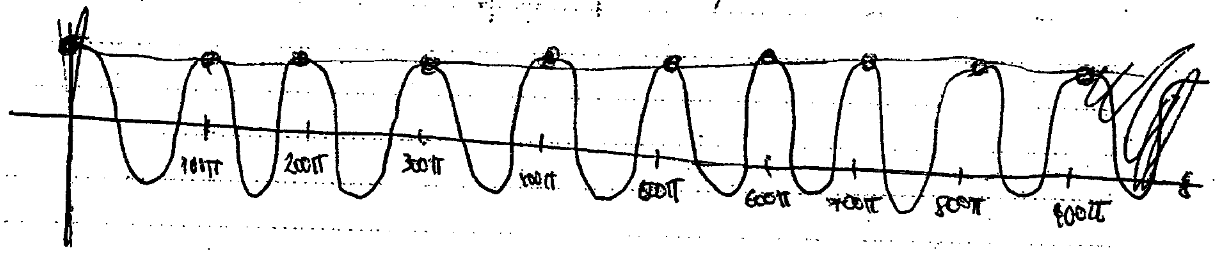
$\tilde{x}_a(t) = e^{j(t-\frac{\pi}{4})}, \quad t = \frac{3}{2}\pi$

$\tilde{x}_a(t) = \cos\left(t-\frac{\pi}{4}\right) + j\sin\left(t-\frac{\pi}{4}\right)$

$$H(z) = \frac{(z-j)(z+j)}{(z-0{,}9j)(z+0{,}9j)} = \frac{z^2 \cancel{+jz} \cancel{-jz} - j^2}{z^2 + 0{,}9jz \cancel{-0{,}9jz} - 0{,}81j^2} = \frac{z^2+1}{z^2+0{,}81} \cdot \frac{z^{-2}}{z^{-2}} = \frac{1+z^{-2}}{1+0{,}81z^{-2}} =$$

$b_0 = 1,\ b_1 = 0,\ b_2 = 1$

$a_0 = 1,\ a_1 = 0,\ a_2 = 0{,}81$



$2\cos\frac{\pi n}{4}$

$1 - \frac{\omega}{1000\,\text{rad}\,s^{-1}}\ ;\ 0 \le \omega \le 1000\,\text{rad}\,s^{-1}$

$1 - \frac{\cancel{2\pi} f}{\frac{1000}{\cancel{2\pi}}}$

	n=0	n=1	n=2	n=3
x(0)=	1	0	−1	0
x(1)=	1	0	−1	0
x(2)=	1	0	−1	0
x(3)=	1	0	−1	0

$\omega = 2\pi f = 2\cancel{\pi}\frac{500}{\cancel{\pi}}\,Hz$

$\omega = 1000\,Hz$

$1\,\text{rad}\,s^{-1} = \frac{1}{2\pi}\,Hz \qquad 1 - \frac{3\pi f}{500}$

$1000\,\text{rad}\,s^{-1} = \frac{1000}{2\pi}\,Hz = \frac{500}{\pi}\,Hz \qquad \frac{500-3\pi f}{500}$

ω

$$W_N^{kn} = W_N^{k(n+N)} = W_N^{(k+N)n}$$
$$W_N^{k(N-n)} = W_N^{-kn} = (W^{kn})^*$$

$W_N^{kn} = W_N^{k(n+N)} = W_N^{(k+N)n}$ (periodičnost)
$W_N^{k(N-n)} = W_N^{-kn} = (W_N^{kn})^*$ (simetričnost)

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot W_N^{nk}$$

1. Nyquistov kriterij

Signal $x_a(t)$ je možno določiti (rekonstruirati) iz njegovih vzorcev, če je ta omejen in če je frekvenca vzorčenja 2x večja od max frekvence signala $f_{vz} \geq 2 \times f_{sig}$

2. FFT ... zakaj hitrejši od DFT (manjše DFT računanje)

Zato, ker niz $x(n)$ razdelimo na manjše podnize in tako hitreje pridemo do končne rešitve. V tem primeru z izkoriščenimi lastnosti periodičnosti in simetričnosti DFT

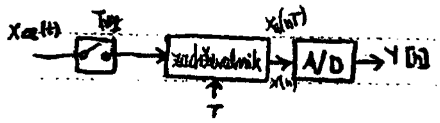
$$W_N^{kn} = W_N^{k(n+N)} = W_N^{(k+N)n} \text{ (PER.)} \qquad W_N^{k(N-n)} = W_N^{-kn} = (W_N^{kn})^* \text{ (SIM.)}$$

3. Algoritem za decimacijo po času in frekvenci!

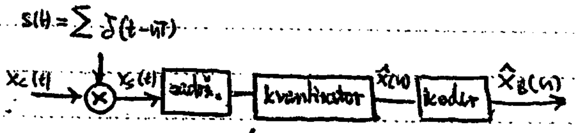
$k = 0, 1, \dots, N-1$

$$\boxed{X(k) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) W_N^{nk}} \qquad W_N^{nk} = e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}$$

4. A/D pretvorba



$s(t) = \sum \delta(t - nT)$



$N = 2^{B}$

$\Delta = \frac{U_{max}}{2^{B-1}}$ (POZ/NEG.

$\Delta = \frac{U_{max}}{N-1}$ (POZ.

pretvori $x(n)$ VHODNE SIGNALE v končni niz v $\mathbb{Z}$ in napenj. predpisane signale $\hat{x}_n = Q[x(n)]$

a)

5. Bilinearna transformacija → preslikava med s in z. Namino za razvijanje v VISOKA in PASOVNA digitalna sita

b)

Eulerjeva transformacija

$$\mathcal{F}: \quad X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) \cdot e^{-j\omega n}$$

$$\mathcal{Z}: \quad X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) \cdot z^{-n} \quad [x(n) \cdot \Pi^{-n}] \cdot e^{-j\omega n}$$

$\boxed{z^{-1} = \Pi \cdot e^{-j\omega}}$

$\boxed{z^{-n} = \Pi^{n} \cdot e^{-j\omega n}}$

če je $\Pi = 1$ sta $\mathcal{F} = \mathcal{Z}$

6. LČN SISTEM

$$y(k) = x * h = \sum x(k) \cdot h(n-k) = \sum h(k) x(n-k)$$

$$x_{s}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_a(nT)\delta(t - nT) \qquad h_r = \frac{\sin(\frac{\pi}{T}t)}{\frac{\pi}{T}t}$$

$$x_a(nT)\, h_r(t - nT)$$

7. Matematična funkcija za postopek vzorčenja!

$$x_{s}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_a(nT) \cdot \delta(t - nT)$$

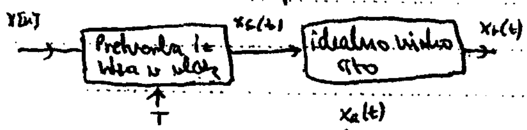
8. Matematični postopek za rekonstrukcijo vzorčenih signalov (v frekv. in čas. prostoru)

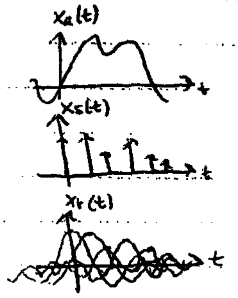
$$x_r(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] \cdot \frac{\sin\left[\frac{\pi(t-nT)}{T}\right]}{\frac{\pi(t-nT)}{T}}$$

1. $x_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \cdot \delta(t - nT)$
2. $x_r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \cdot h_r(t - nT)$
3. $x_r(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] \cdot \frac{\sin\frac{\pi}{T}(t-nT)}{\frac{\pi}{T}(t-nT)}$

$$h_r = \frac{\sin(\frac{\pi}{T}t)}{\frac{\pi}{T}t}$$

premaknjeni prispevki





9. DFT formula za
- podajte / izračun:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot W_N^{kn} \qquad W_N^{kn} = e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$

10. Stabilnost sistema

Stabilnost lahko določimo v odvisnosti od VHODNO IZHODNEGA obnašanja sistema.
- če je VHOD OMEJEN, MORA BITI TUDI IZHOD OMEJEN, da bi bil sistem STABILEN
ne presega neke amplitude

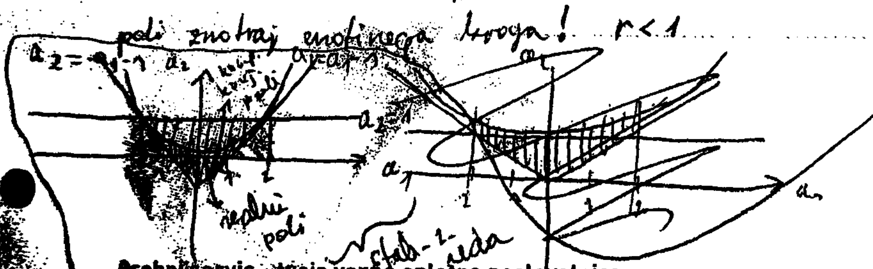
BIBO (Bounded Input Bounded Output): sistem je stabilen, če vsak omejen vhodni niz $x[n]$ povzroči omejen izhodni niz $y[n]$

$|y[n]| \leq B_y \leq \infty$
$|x[n]| \leq B_x \leq \infty$

Stabilnost KAVZALNEGA, ČAS. NEODVISNEGA SISTEMA:

- področje konvergence z-tr. niza je ZUNAJ ENOTINEGA KROGA

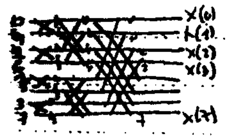
↳ zato POK ne more vsebovati polov $H(z)$ in je zato tak sistem stabilen, le če ležijo poli znotraj enotinega kroga! $r < 1$

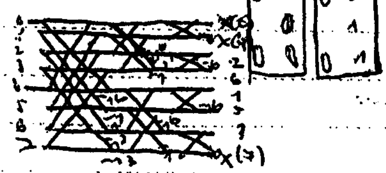


Ge 1 0 | 1 | 0
Au 0 | 0 0 | 1 0
Se 0 1 | 1 | 1
Gh 1 | 1 0 | 0 1

$f(x) = kx + n$ k x

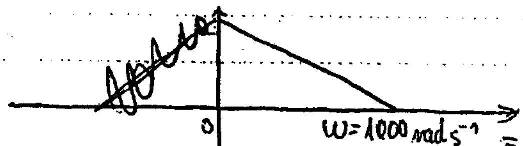
$f(x) = \binom{1}{n} - \frac{1}{1000\,rad\,s^{-1}}$ ω



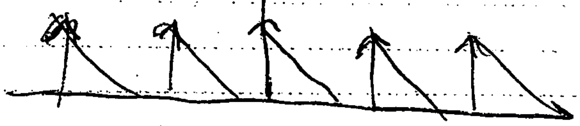


$$X(\omega) = \begin{cases} 1 - \frac{\omega}{1000\,rad\,s^{-1}}; & 0 \le \omega \le 1000\,rad\,s^{-1} \\ 0; & drugje \end{cases}$$

$$\frac{\omega}{1000\,rad\,s^{-1}} = 1$$

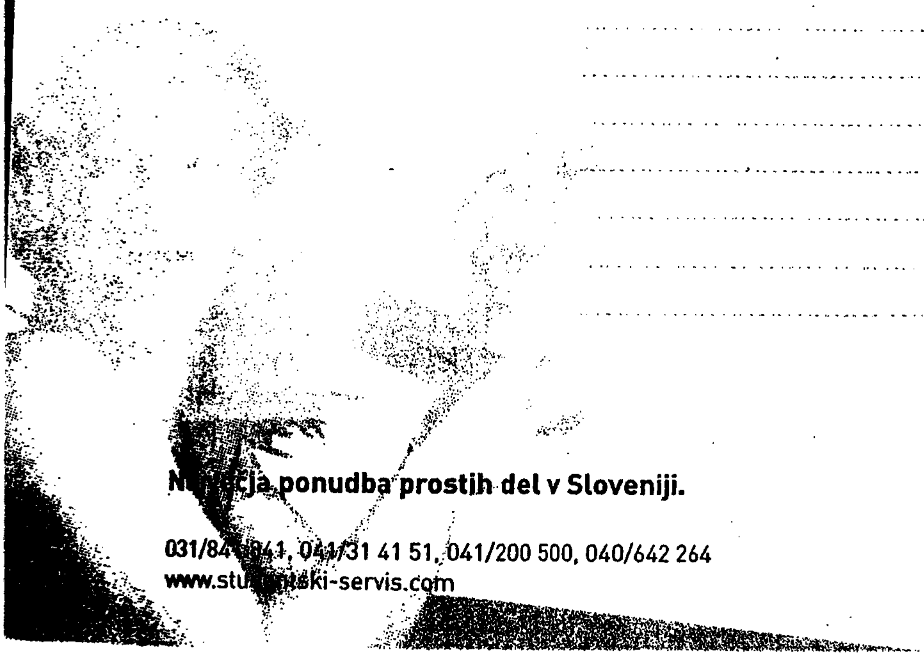


$\sim 2\cos\left(\frac{\pi n}{4}\right)$



$$\boxed{X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)\cdot e^{-j\omega n}}$$

$$\boxed{X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)\cdot z^{-n} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)\cdot r^{-n}\cdot e^{-j\omega n}}$$



$$X(\omega)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)\cdot e^{-j\omega n}$$ F.T.

$$X(z)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)\cdot z^{-n}-\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)\cdot r^{-n}\cdot e^{-j\omega n}$$

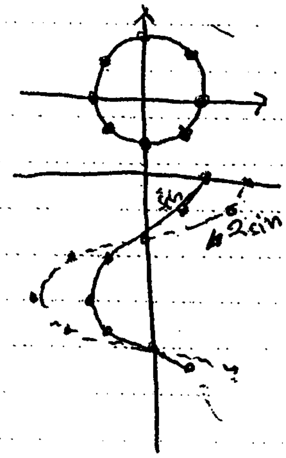
Transformacija Z. Če je $r=1$, sta transformaciji enaki

$z^2+jz-jz-j^2 \quad z^2+1=0 \quad z^2=-1 \quad z=\sqrt{-1}$

$z^2\cdot z^{-2}=z^{2-2=0}=z^0=1$

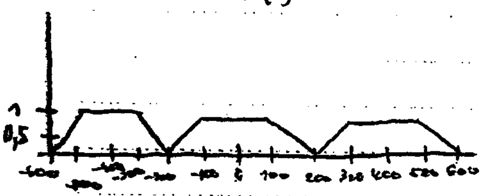
$$x[n]=e^{j\frac{\pi n}{4}}-e^{-j\frac{\pi n}{4}}=-2\cdot\sin\frac{\pi n}{4}$$

$x(0)=-2\sin\left(\frac{\pi 0}{4}\right)=0$
$x(1)=-2\sin\left(\frac{\pi 1}{4}\right)$
$x(2)=-2\sin\left(\frac{\pi 2}{4}\right)$
$x(3)=-2\sin\left(\frac{\pi 3}{4}\right)$
$x(4)=-2\sin\left(\frac{\pi 4}{4}\right)$
$x(5)=-2\sin\left(\frac{\pi 5}{4}\right)$
$x(6)=-2\sin\left(\frac{\pi 6}{4}\right)$
$x(7)=-2\sin\left(\frac{\pi 7}{4}\right)$



prepoznam funkcijo kosinus

$4z^2=0$
$z^2=0$ (ničla)



samo zadostili

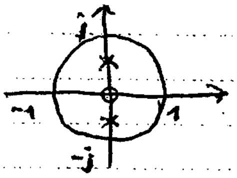
$$H[z]=\frac{4z^2}{(2z-j)(2z+j)}=\frac{4z^2}{4z^2+j2z-j2z-j^2}=$$

ničle: 0
poli: $\pm\frac{1}{2}j$

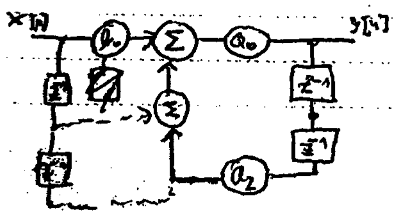
$$=\frac{4z^2}{4z^2+1}\cdot\frac{z^{-2}}{z^{-2}}=\frac{4}{4+z^{-2}}$$

~~$a_0=4, a_1=0, a_2=\ldots$~~
~~$b_0=4\ldots$~~

sistem je stabilen



$b_0=4,\ b_1=0,\ b_2=0$
$a_0=4,\ a_1=0,\ a_2=1$

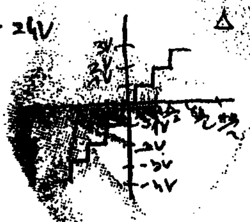


	1	-2	1		
1	1	-1	1		
1		1	-2	1	
1			1	-2	1
	1	-1	0	-1	1
	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4

$x[n]-x[n-1]-x[n-3]+x[n-4]$

$k=3$
$4b$
~~KVANT.~~ $+/-$ $\quad u=2^3=8$
$V_{max}=4V$

$$\Delta=\frac{V_{max}}{2^{k-1}}=\frac{4V}{2^2}=\frac{4V}{4}=\underline{1V}\ \text{(korak)}$$



$$5e^{j\pi} e^{j\frac{\pi n}{4}} = 5e^{j\pi + \frac{j\pi n}{4}} = 5e^{\frac{j4\pi + j\pi n}{4}} = 5e^{\frac{j(4\pi+\pi n)}{4}}$$

$$\boxed{z^{-n} = e^{-j\omega n}}$$

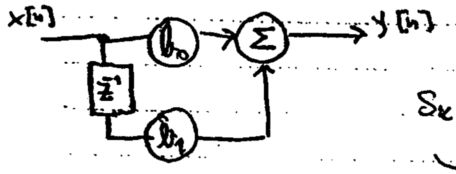
0 0 3 12 0 18

23, 27

$e^{-2j\omega}$ $e^{-j\omega} = z^{-1}$

$h(0) = -1$, $h(1) = 1$

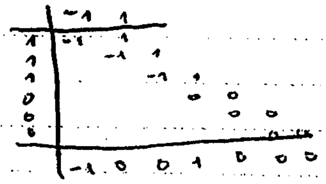
$x[n] = \{1, 1, 1, 0, 0, 0\}$



vsota $h(k) < \infty$ ✓

$$S_K = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |h(k)| < \infty$$

SISTEM JE STABILEN



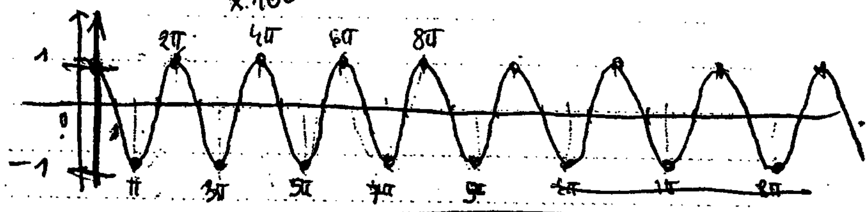
izhod bo omejen, če impulz. odziv sistema zadošča temu pogoju in takrat bo sistem stabilen

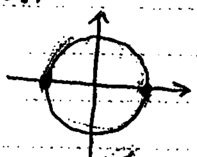
$2\pi f \Rightarrow f = 50Hz$

$x(t) = \cos(100\pi t)$

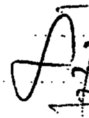
$f_{vz} = 50Hz$ 100x

$x(0) = \cos \pi 0 = 1$ $x(5) = \cos \pi 5$
$x(1) = \cos \pi 1$ $x(6) = \cos \pi 6$
$x(2) = \cos \pi 2$ $x(7) = \cos \pi 7$
$x(3) = \cos \pi 3$ $x(8) = \cos \pi 8$
$x(4) = \cos \pi 4$ $x(9) = \cos \pi 9$





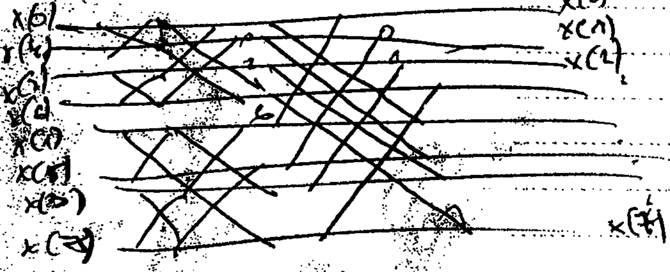
$$H(z) = \frac{1}{1 + z^{-1}}$$



$$F: \quad X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) \cdot e^{-j\omega n}$$

$$Z: \quad X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) \cdot z^{-n} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) \cdot r^{-n} \cdot e^{-j\omega n}$$

če je $r = 1$, potem $F = Z$



$x(k = 8)$

$$W_N^{kn} = W_N^{k(n+N)} = W_N^{(k+N)n} \quad \text{PER.}$$

$$W_N^{k(N-n)} = W_N^{-kn} = (W_N^{kn})^* \quad \text{SIM.}$$

DFT: $X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{nk}$

Za FFT moramo niz $x(n)$ razdeliti v manjše podnize, torej na podnize DFT računamo. Delimo na LIHE in SODE.

$$X(k) = \sum_{n=\text{SOD}} x(n) W_N^{nk} + \sum_{n=\text{LIH}} x(n) W_N^{nk}$$

Za sode uporabimo $2r = n$

Za lihe uporabimo $2r+1 = n$

$$\sum_{n=\text{SOD}} x(2r) W_N^{2rk} + \sum_{n=\text{LIH}} x(2r+1) W_N^{(2r+1)k}$$

$$W_N^2 = e^{-j\frac{2\pi}{N}\cdot 2} = e^{-j\frac{2\pi}{N/2}} = W_{\frac{N}{2}} \qquad W_N^{kn} = e^{-j\frac{\pi}{2}kn}$$

$$\Downarrow$$

$$X(k) = G(k) + W_N^k H(k) \Rightarrow$$

zopet razdelimo na SODE in LIHE

na SODE in LIHE

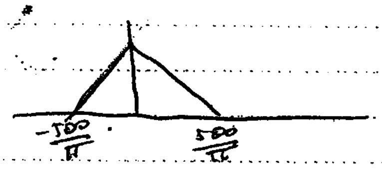
na SODE in LIHE $\Rightarrow$

$$\frac{e^{j\frac{\pi n}{2}} + e^{-j\frac{\pi n}{2}}}{2} = \cos\frac{\pi n}{2}$$

50K 150Hz

ω (rad/s)

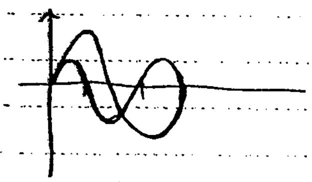
f (Hz)

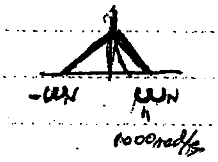


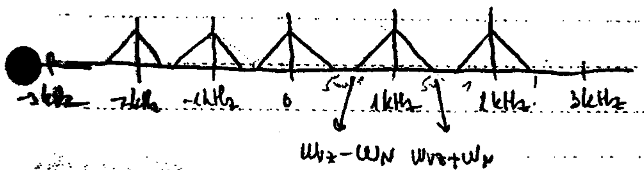
$\omega = 1000$ rad/s

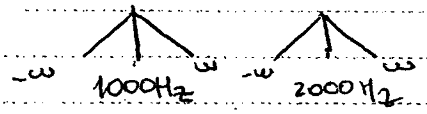
$\omega = 2\pi f = 1000$ rad/s

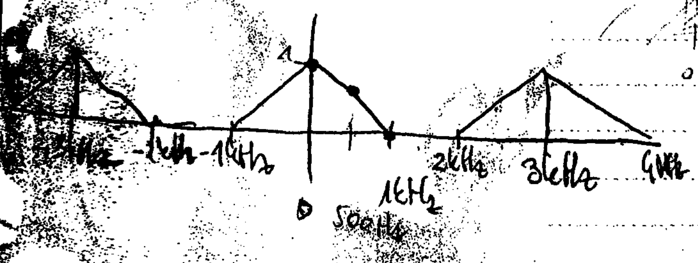
$$f = \frac{1000 \text{ rad/s}}{2\pi}$$

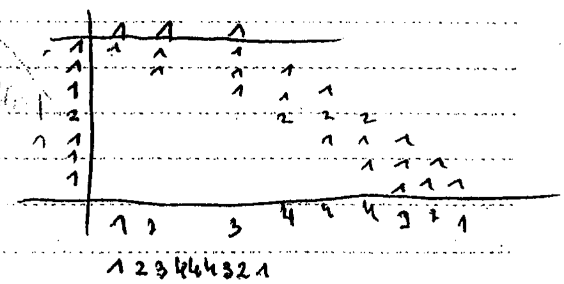












$\omega = 2\,rad/s = 2\pi f$ $\quad 1-\sin\left(\frac{1}{\pi}\right)$

$Z:$ $\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)\cdot z^{-n} - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)\cdot r^{-n}\cdot e^{-j\omega n}$ $\quad f = \frac{2\,rad/s}{2\pi} = \frac{1}{\pi}$ $\quad 2\ 2\ 0$

$e^{j\frac{\pi n}{4}} - e^{-j\frac{\pi n}{4}} = 2\sin\frac{\pi n}{4}$

$0: e^{j\frac{\pi 0}{4}} = 1$ $\quad 0: 1$ $\quad 0: 2\sin 0 = 0$

$1: e^{j\frac{\pi}{4}}$ $\quad 1: e^{-j\frac{\pi}{4}}$ $\quad 1: 2\sin\frac{\pi}{4}$

$2: e^{j\frac{\pi 2}{4}}$ $\quad 2: e^{-j\frac{\pi 2}{4}}$ $\quad 2: 2\sin\frac{2\pi}{4}$

$3: e^{j\frac{\pi 3}{4}}$ $\quad 3: e^{-j\frac{\pi 3}{4}}$ $\quad 3: 2\sin\frac{3\pi}{4}$

— $\boxed{H_1}$ — $\boxed{H_2}$ —

$a_{10} = 1 \quad a_{20} = 1$

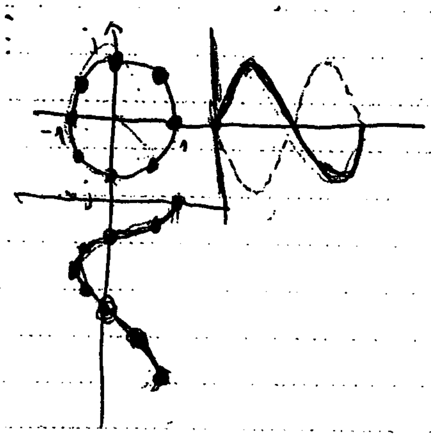
$b_{10} = 1, b_{11} = 2 \quad b_{20} = 1, b_{21} = -2$

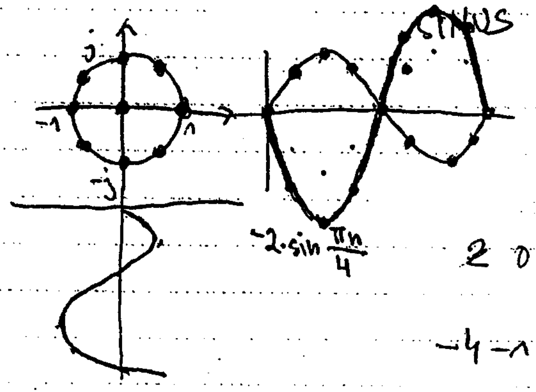
$b_{12} = 1 \quad b_{22} = 1$

$-1, 1, 2, 1$

~~4 2 6~~

$-2\ -1\ 0\ 1$





SINUS

$-2\cdot\sin\frac{\pi n}{4}$

$2\ 0$

$-4\ -1\ 0\ -1 \quad = -6$

$-2\ -2 + 3$

$x[n] \rightarrow \boxed{h(n)} \rightarrow y[n]$ $\quad$ konv.

$y[n] = h(n) * x(n)$

$-1\cdot 1 \quad -2\cdot 2 \quad -1\cdot 3 \quad 1\cdot 4$

$-1 \quad -4 \quad -3 \quad 4$

-4

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)\cdot h(n_0 - k)$$

$0 \quad -1\cdot 2 \quad 0 \quad 2\cdot 4$

$\quad\ \ -2 \qquad\quad 8$

$h(n) = \{1, 2, 1, -1\}$ ($n=0$)

$x(n) = \{1, 4, 3, 4\}$ ($n=0$)

$y(0) = x(k)\cdot h(0-k) =$

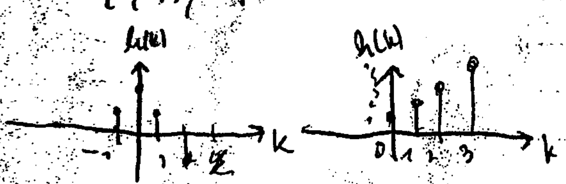
~~2·(-1) 0 0 -1·2~~

$2\cdot(-1)\ 0\ -1\cdot 2\ 0 = -4$

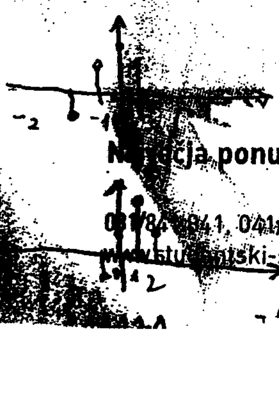
$y(1) = \sum x(k)\cdot h(1-k)$

$\sum x(k)\cdot h(2-k)$

$\sum x(k)\cdot h(3-k)$



$r_{xy}(l) = r_{yx}(-l)$



$r_{xy} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)\cdot y(n-l)$

$r_{yx} = \sum_{-\infty}^{\infty} y(n)\cdot x(n-l)$

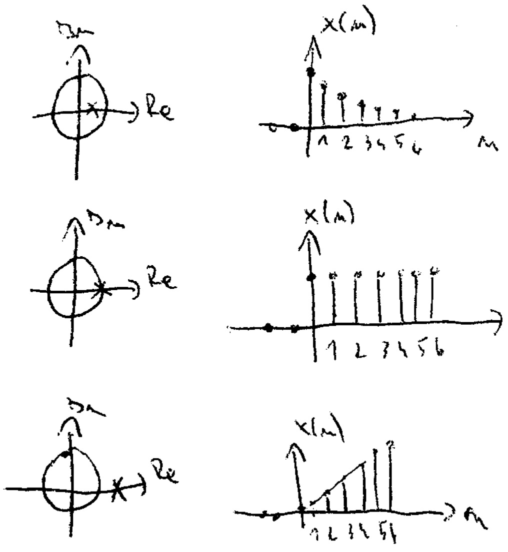
$r_{xy}(l) = x(l) * y(-l)$

$-1, 0$

1.) Vpliv lege korenov prenosne funkcije diskretnega sistema z neskončnim odzivom na časovno obnašanje sistema!

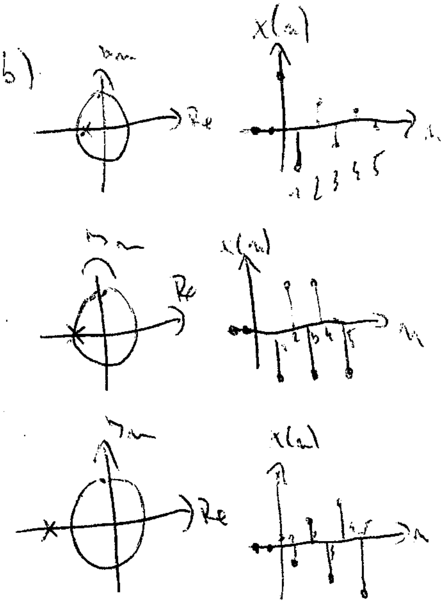
Obnašanje signala je odvisno od področja lege polov. Lahko ležijo, zunaj znotraj ali na enotnem krogu.

a)



- Pol v (+) smeri $a>0$

b)

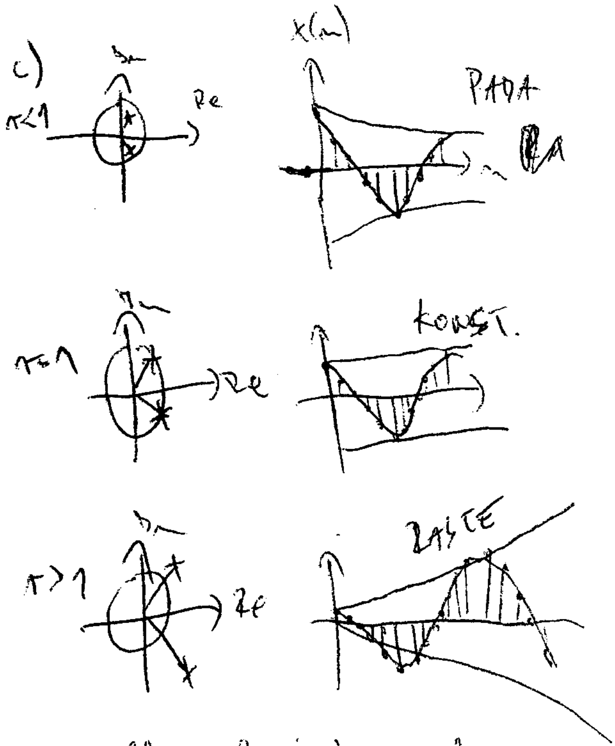


- pol gre v (−) smer

zato se signal izmenjuje (+/−)

$a<0$

c)



kompleksno konjugirani poli

Razdalja polov (r) določa ovojnico

2. Povezava Z in Fourierove transformac

$$\mathcal{F}: \; X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) \cdot e^{-j\omega n}$$

$$Z: \; X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) \cdot z^{-n} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) \cdot r^{-n} \cdot e^{j}$$

Fourierova transformacija je pri $r=1$ enaka transformaciji Z.

$r = 1 \longrightarrow Z = \mathcal{F}$

3.) Zakaj je algoritem FFT hitrejši od uporabe osnovnega izraza za DFT?

FFT je hitrejši zato, ker osnovno računanje DFT razstavimo na nize dolžine N in manjše diskretne FT. Ločimo dva tipa algoritmov:

1.) Decimacija po času, kjer niz $x(n)$ razstavimo ~~na~~ v zaporedne manjše nize

2.) Decimacija po frekvenci, kjer koeficiente DFT $X(k)$ razst. v zap. manjše nize

~~[illegible]~~.

Ti algoritmi izkoriščajo lastnosti periodičnosti in simetričnosti DFT.

$$W_N^{kn} = W_N^{k(n+N)} = W_N^{(k+N)n} \quad \text{(periodičnost)}$$

$$W_N^{k(N-n)} = W_N^{-kn} = (W_N^{kn})^* \quad \text{(simetričnost)}$$

4.) Izraz za izračun Diskretne Fourierove Transformacije in inverzne DFT:

DFT:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)\, W_N^{kn} \qquad k = 0, 1, \ldots, N-1$$

Inverzna DFT:

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \cdot W_N^{-kn} \qquad n = 0, 1, \ldots, N-1$$

) Stabilnost kavzalnih časovno neodvisnih sistemov

$h(n) = 0 \quad n < 0$

Ker ~~p~~ POK ne more vsebovati polov, sledi, da je kavzalni linearni časovno neodvisen sistem BIBO stabilen, če in samo če leže poli znotraj enote kroga. poli < 1

6.) Zakaj s FFT računamo hitreje kot neposredno ~~[illegible]~~ kot z DFT.

Z algoritmom FFT računamo hitreje, ~~[illegible]~~ zato ker niz $x(k)$ razdelimo v manjše podnize in tako pridemo hitreje do celotne rešitve.

8.) Kvantizator:

"Kvantizator je nelinearen sistem, ki pretvarja vhodne vzorce $x[n]$ v končni niz vnaprej predpisanih simbolov

$$\hat{x}[n] = Q(x[n])$$

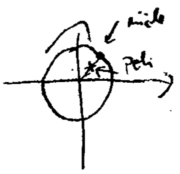
.) Vrste filtrov:

)

Filter z zarezo

Ničle = 1

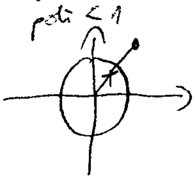
Poli < 1



b) Vsepasovno sito

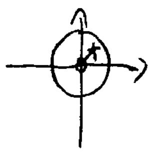
Ničle > 1

poli < 1



)

Resonator



Ničle = 0

Poli < 1

Če pa so poli enako 1 je oscilator

1) Fourierov transform : (povezava z časovnega prostora) in fourierove transformacije.

$$F: \quad X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)\, e^{-j\omega n} \qquad z^{-1} = r \cdot e^{-j\omega}$$

$$z^{-n} = r^{-n} \cdot e^{-j\omega n}$$

$$Z: \quad X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) \cdot z^{-n} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) \cdot r^{-n} \cdot e^{-j\omega n}$$

$r = 1 \mapsto Z = F$ fourierov transform je pri $r = 1$ enak transformaciji Z.

---

2) Kdaj je sist. stabilen, nestabilen in delno stabilen

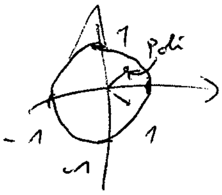
Stabilnost sistema:

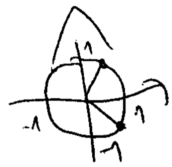
$h(n) = 0 \quad n < 0$

$|y(n)| = \left|\sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(k) \cdot x(n-k)\right|$

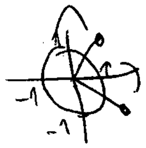
Ker POK je vse vsebovati polov sledi, da je kavzalni linearni časovno neodvisen sistem BIBO stabilen če in samo če ležijo poli znotraj enotskega kroga

poli < 1





delno stabilen



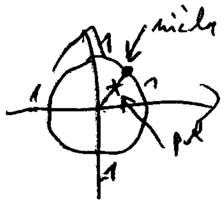
nestabilen

3) Vrste filtrov

Filter z zarezo

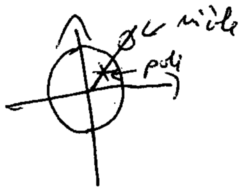
Ničle = 1

Poli < 1



~~Vseprepustno sito~~

Vseprepustno sito



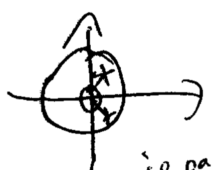
ničle > 1

poli < 1

4) formula za transf. Z:

$X(z) = Z[x(n)]$

Resonator

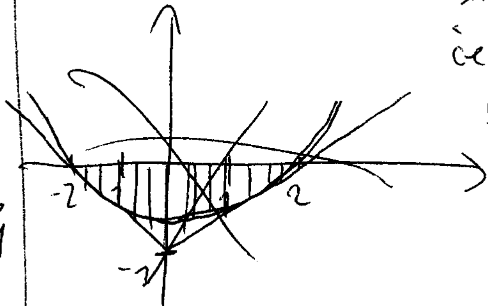


ničla = 0

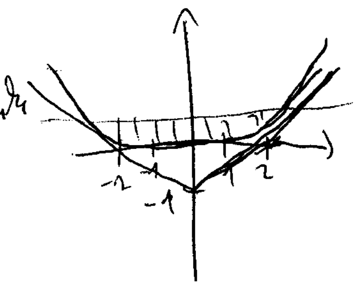
poli < 1

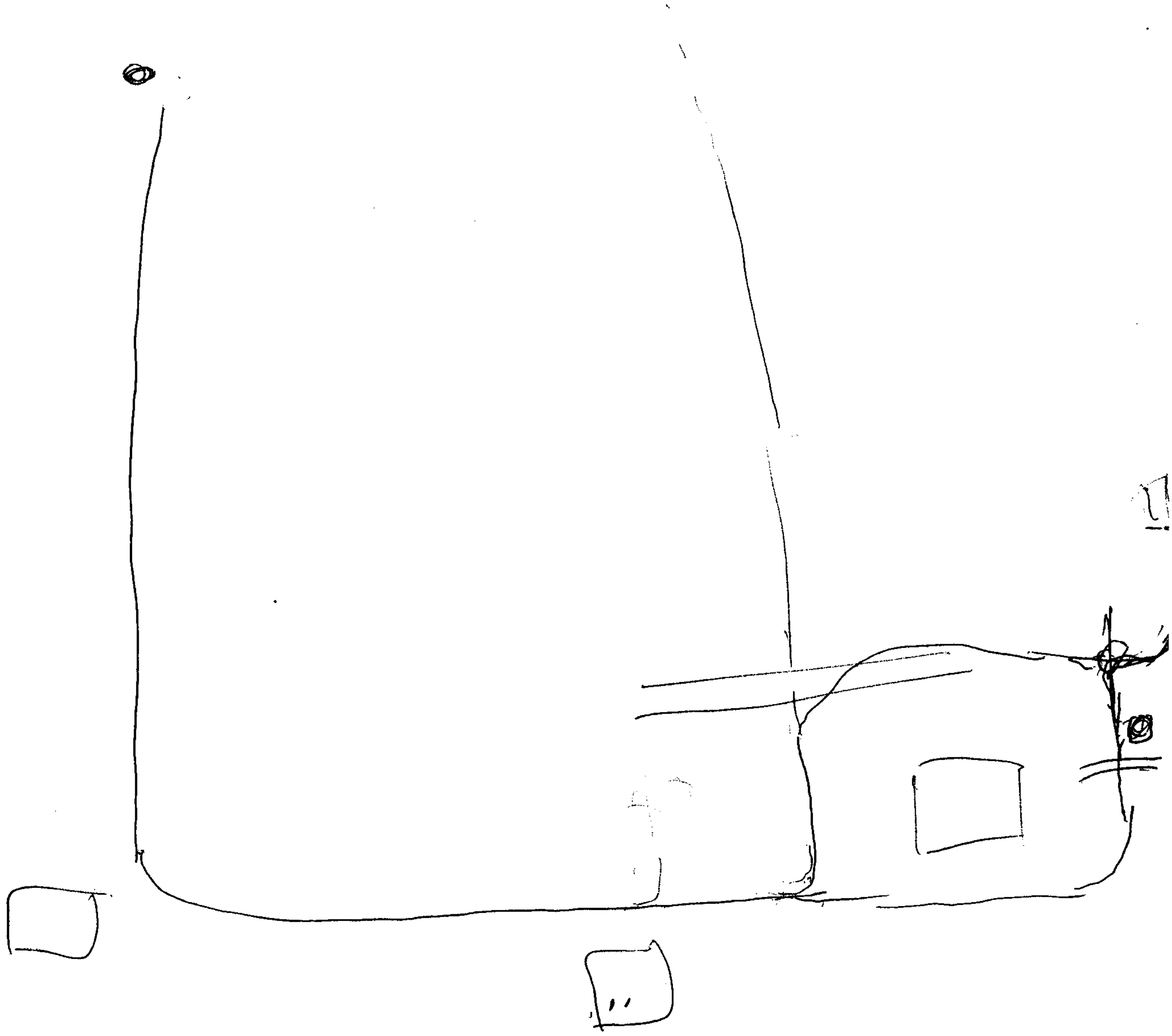
če pa so poli na 1 pa je oscilator

5) Kdaj je sist. stabilen:

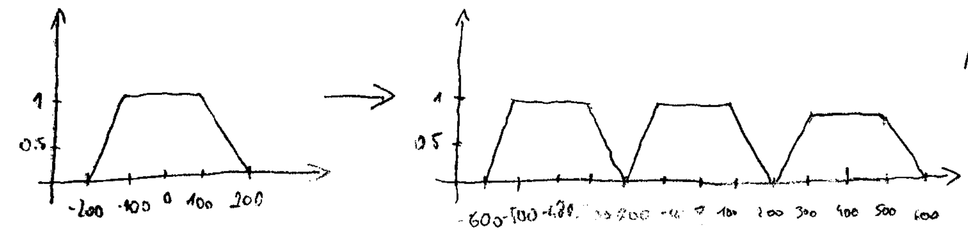


Sistem je stabilen če tvorita a_1 in a_2 ležita znotraj trikotnika stabilnosti





• 1)OS) Teorem vzorčenja. Fourierov spekter signala predstavlja slika. Skicirajte spekter vz. signala, če je frekv. vzorčenja znala 400 Hz. Razložite če smo v tem primeru zadostili pogojem 2. Nyquistovega kriterija.



Da v tem primeru smo zadostili pogoju 2. Nyquistovega kriterija, saj se signali ne prekrivajo.

Imamo sistem, ki ga določa prenosna funkcija.

$$H[z] = \frac{4z^2}{(2z-j)(2z+j)} \longleftarrow \text{POLI}$$

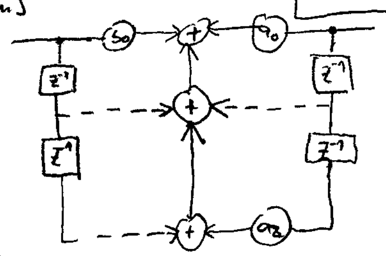
a) Narišite lego korenov sistema v ravnini Z! Ali je sistem stabilen, mejno stabilen ali nestabilen.

b) Izračunajte koeficiente a in b ter skicirajte izvedbo v obliki direktne strukture.

$$\frac{(2z-j)(2z+j)}{2\quad 2} = \frac{2z-j}{2}\cdot\frac{2z+j}{2} = \left(z-\frac{j}{2}\right)\cdot\left(z+\frac{j}{2}\right)$$

pola $-\frac{1}{2}j$ in $\frac{1}{2}j$; $H(z) = \frac{4z^2}{(2z-j)(2z+j)} = \frac{4z^2}{4z^2+j2z-j2z-j^2} =$

$$= \frac{4z^2}{4z^2+1} \Big/ \frac{z^2}{z^2} \rightarrow \frac{4}{4+z^{-2}} - a \qquad x[n]$$



b) $b_0=4;\ b_1=0;\ b_2=0$

$a_0=4;\ a_1=0;\ a_2=1$

S pomočjo vsote dveh fazorjev želimo generirati signal $\hat{x}(n) = 2\cdot\cos\left(\frac{\pi n}{4}\right)$. Zapišite ustrezno matematično funkcijo in skicirajte dogajanje za prvih 8 vzorcev.

$\hat{X}(n) = 2\cos\left(\frac{\pi n}{4}\right)$;

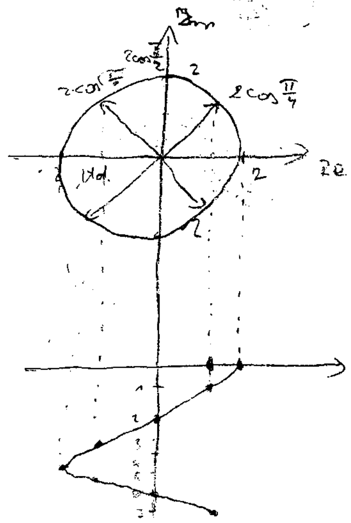
$n=0:\ \hat{x}(n) = 2\cdot\cos\left(\frac{\pi\cdot 0}{4}\right) = 2$

$n=1:\ \hat{x}(n) = 2\cdot\cos\left(\frac{\pi\cdot 1}{4}\right) = 2\cos\frac{\pi}{4}$

$n=2:\ \hat{x}(n) = 2\cdot\cos\left(\frac{\pi\cdot 2}{4}\right) = 2\cos\frac{\pi}{2}$

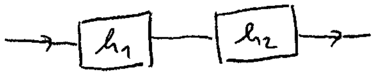
$n=3:\ \hat{x}(n) = 2\cdot\cos\left(\frac{\pi\cdot 3}{4}\right) = 2\cdot\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)$

do $n=7$.

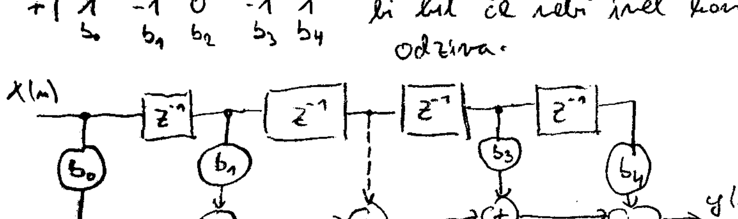


Določite odziv zaporedno vezanih dveh časovno neodvisnih sistemov impulznima odzivoma $h_1(n) = \{1,-2,1\}$ in $h_2 = \{1,1,1\}$. Podajte še diferenčno enačbo sistema in narišite skupno blokovno shemo sistema v obliki Direktne strukture. Ali je sistem stabilen?

$h_2 \backslash h_1$	1	-2	1		
1	1	-2	1		
1		1	-2	1	
1			1	-2	1
+	1	-1	0	-1	1
	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4



* Sistem je stabilen, ker ima končni odziv. Nestabilen bi bil če bi imel končnega odziva.



$$y(n) = x(n) - x(n-1) - x(n-3) + x(n-4)$$

Imamo 3-bitni sistem (2 bita + predznak) za A/D pretvorbo signalov. Kvantizator razpoznava ⊕ in ⊖ signale. Max napetost je 4V.

a) Skicirajte prenosno karakteristiko enolične kvantizatorja s konst. korakom.

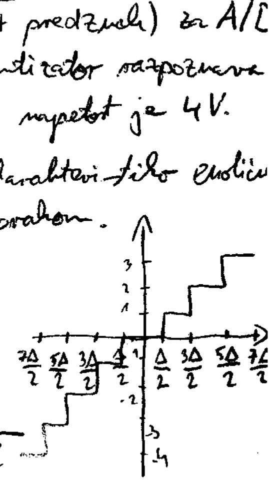
b) Podajte št. kvant. nivojev, max ⊕ in ⊖ nap. kvant. in tabelo bin. simbolov.

$$\Delta = \frac{U_{max}}{2^{b-1}} = \frac{4V}{4} = 1V$$

$N = 2^b = 2^3 = 8$ št. nivojev

max ⊕ = 3V max ⊖ = -4V

BIN	$\hat{X}(n)$
011	3
010	2
001	1
000	0
111	-1
110	-2
101	-3
100	-4



Imamo sistem s prenosno funkcijo
$$H(e^{j\omega}) = \frac{[1-e^{-j(\omega-\omega_0)}][1-e^{j(\omega+\omega_0)}]}{[1-0{,}9\cdot e^{-j(\omega-\omega_0)}][1-0{,}9e^{-j(\omega+\omega_0)}]}$$
Normirana mejna frekvenca je enaka $\Rightarrow \omega_0 = \frac{\pi}{4}$

a) Podajte prenosno funkcijo v prostoru Z

b) Določite koeficienta a in b

c) Narišite strukturo sistema v obliki Direktne strukture

d) Ocenite amplitudni odziv sistema. Kako imenujemo takšen sistem?

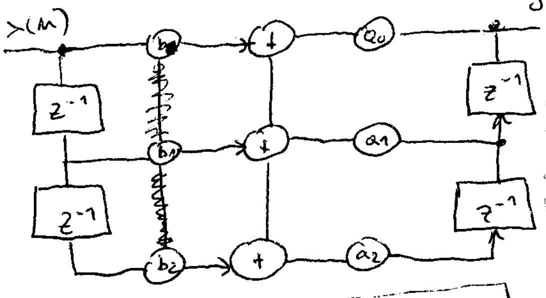
$\boxed{e^{j\omega} = z}$ $\boxed{e^{-j\omega} = z^{-1}}$ $\omega_0 = 4$

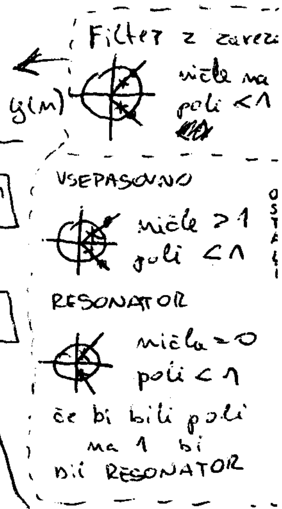
$\boxed{e^{j\frac{\pi}{4}} + e^{-j\pi/4} = \cos\frac{\pi}{4}}$

$\boxed{e^{-2}\cdot e^{2} = e^{0} = 1}$ $\boxed{z^{-1}\cdot z^{-1} = z^{-2}}$

a) $$H(z) = \frac{(1-z^{-1}\cdot e^{j\frac{\pi}{4}})(1-z^{-1}\cdot e^{-j\frac{\pi}{4}})}{(1-0{,}9\cdot z^{-1}\cdot e^{j\pi/4})(1-0{,}9\cdot z^{-1}\cdot e^{-j\pi/4})} = \frac{1-z^{-1}\cdot e^{-j\pi/4} - z^{-1}\cdot e^{j\pi/4} + z^{-2}}{1-0{,}9z^{-1}\cdot e^{-j\pi/4} - 0{,}9z^{-1}e^{j\pi/4} + 0{,}81\, z^{-2}} =$$
$$= \frac{1-z^{-1}(e^{-j\pi/4}+e^{j\pi/4})+z^{-2}}{1-0{,}9z^{-1}(e^{-j\pi/4}+e^{j\pi/4})+0{,}81\cdot z^{-2}} = \frac{1-2\cos\pi/4\, z^{-1}+z^{-2}}{1-0{,}9\cos\pi/4\cdot z^{-1}+0{,}81\cdot z^{-2}} \begin{matrix}\to b\\ \to a\end{matrix}$$

c)

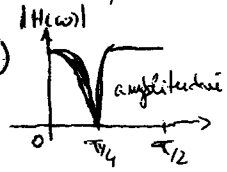


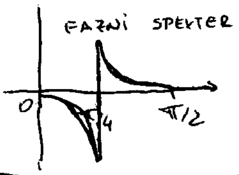


b) $b_0 = 1,\ b_1 = -\cos\pi/4,\ b_2 = 1$

$a_0 = 1,\ a_1 = -0{,}9\cdot\cos\pi/4,\ a_2 = 0{,}81$

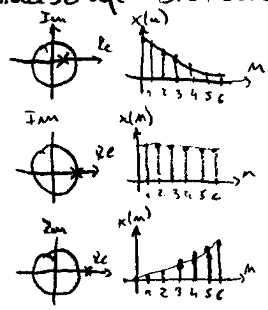
d)



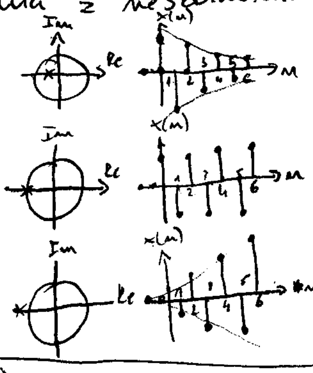


2.) Na nekaj značilnih primerih prikažite lege korenov prenosne funkcije diskretnega ~~signala~~ sistema z neskončnim odzivom na časovno obnašanje sistema.

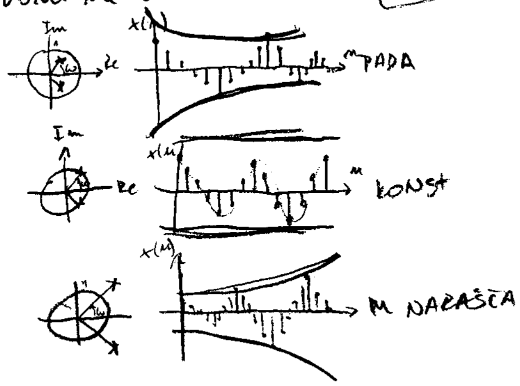
a)



b)



c)



3.) 3-bitni kvantizator ($b=3$)
$$\Delta = \frac{x_{max}-x_{min}}{N-1} = \frac{7V-0V}{8-1} = \frac{7V}{7} = 1V \text{ (korak)}$$
$N = 2^b = 2^3 = 8$ (št nivojev

KORAK ZA + in − SIGNALE
$$\Delta = \frac{U_{max}}{2^{b-1}}$$

KORAK ZA + SIGNALE
$$\Delta = \frac{U_{max}}{N-1}$$

4) Nariši vse, kar veš o povezavi prostora Z in Fourierjeve transformacije!

$$\mathcal{F}:\ X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)\cdot e^{-j\omega n}$$
$$\mathcal{Z}:\ X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)\cdot z^{-n} = \sum x(n)\cdot r^{-n}\cdot e^{-j\omega n}$$
$\boxed{z^{-1} = r\cdot e^{-j\omega}}$ $z^{-n} = r^{-n}\cdot e^{-j\omega n}$

Fourierova transformacija je pri $r=1$ enaka transformaciji Z $\quad r=1 \Rightarrow Z = \mathcal{F}$

PRIIMEK IN IME: ____________________

DIGITALNA OBDELAVA SIGNALOV

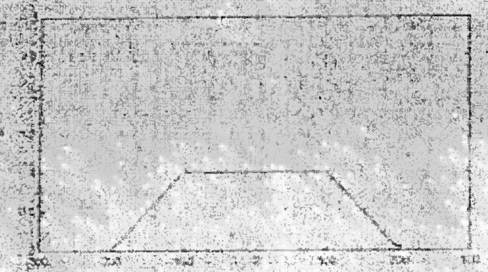
Datum: 18. 06. 2007

Kratka navodila:

- Odgovarjajte le na zastavljena vprašanja. [illegible]
- Podpišite se na polo in [illegible] z vprašanji. Ob koncu oddajte oba lista.
- [illegible]
- Čas pisanja izpita: 60 min

točke

1. Teorem vzorčenja. Fourierov spekter signala predstavlja slika. Skicirajte spekter vzorčenega signala, če je frekvenca vzorčenja enaka 400 Hz. Razložite, če smo v tem primeru zadostili pogojem 2. Nyquistovega kriterija!



2. S pomočjo vsote dveh fazorjev želimo generirati signal $x[n] = 2\cos(\pi n/4)$. Zapišite ustrezno matematično funkcijo in skicirajte dogajanje za prvih 8 vzorcev.

3. Imamo sistem, ki ga določa prenosna funkcija

$$H[z] = \frac{4z^2}{(2z-j)(2z+j)}$$

- Narišite lego korenov sistema v ravnini z! Ali je sistem stabilen, mejno stabilen ali nestabilen?
- Izračunajte koeficiente b in a sistema ter skicirajte izvedbo v obliki Direktne strukture I.

4. Določite odziv zaporedno vezanih linearnih časovno neodvisnih sistemov z impulznima odzivoma $h_1(n) = \{1,-2,1\}$ in $h_2(n) = \{1,1,1\}$. Podajte še diferenčno enačbo sistema in narišite skupno blokovno shemo sistema v obliki Direktne strukture I. Ali je podani sistem stabilen?

5. Imamo 3 bitni sistem (2 bita + predznak!) za analogno/digitalno pretvorbo signalov. Kvantizator razpoznava pozitivne in negativne signale. Maksimalna napetost kvantizatorja je V_{max}=4V.
   - Skicirajte prenosno karakteristiko enakomernega kvantizatorja s konstantnim korakom.
   - Podajte število kvantizacijskih nivojev, maksimalni pozitivno in negativno napetost kvantizatorja in tabelo binarnih simbolov/napetosti (uporabite dvojiški komplement).

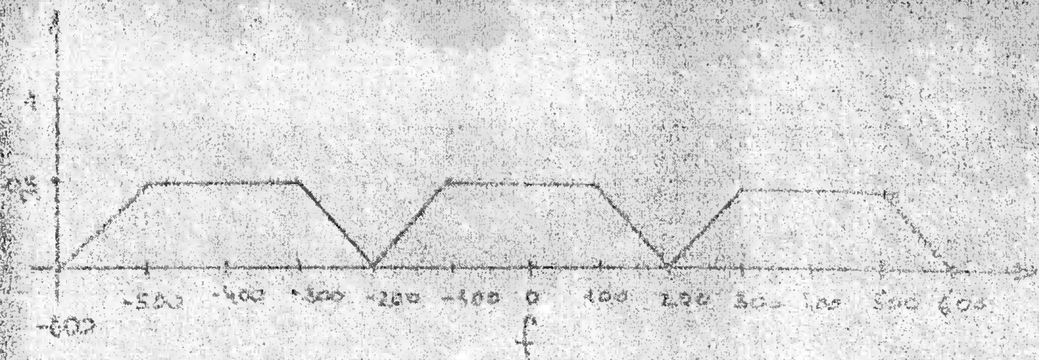
SKUPAJ ____________

OCENA ____________

IZPIT DOS 18.6.2008

[illegible] Pa pejmo

(1)



Odg.: Da, v tem primeru smo zadostili pogoju 2 Nyquistovega kriterija, saj se signali ne prekrivajo.

(2) $x[n] = 2\cos(\pi \frac{n}{4})$

$n=0: \ 2\cos(\pi \frac{0}{4}) = 2$

$n=1: \ 2\cos \frac{\pi}{4}$

$n=2: \ 2\cos \frac{2\pi}{4} = 2\cos \frac{\pi}{2}$

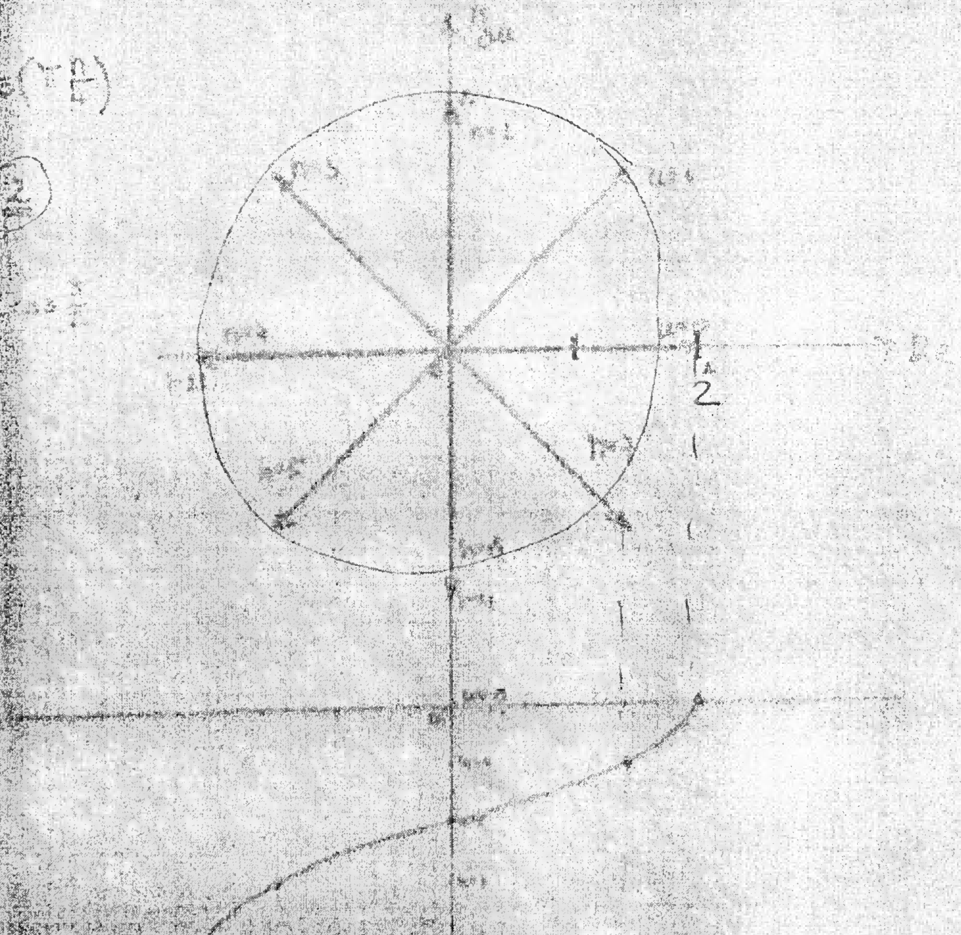
$n=3: \ 2\cos \frac{3\pi}{4}$

$n=4: \ 2\cos \pi$

$n=5: \ 2\cos \frac{5\pi}{4}$

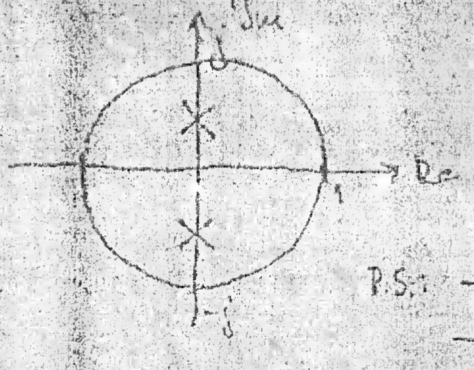
$n=6: \ 2\cos \frac{6\pi}{4}$

$n=7: \ 2\cos \frac{7\pi}{4}$



(3.) $H(z) = \frac{4z^2}{(2z-j)(2z+j)}$ → pol. 18.5.2005

$$\frac{(2z-j)(2z+j)}{2 \cdot 2} = \frac{(2z-j)}{2} \cdot \frac{(2z+j)}{2} =$$
$$= \left(z - \frac{j}{2}\right)\left(z + \frac{j}{2}\right)$$



→ POLA (x)

<u>Sistem je stabilen, ker sta pola < 1</u>

P.S.: → če bi bila pola na 1, bi bil sistem mejno stabilen
→ če bi bila pa pola > 1 pa bi bil sistem nestabilen

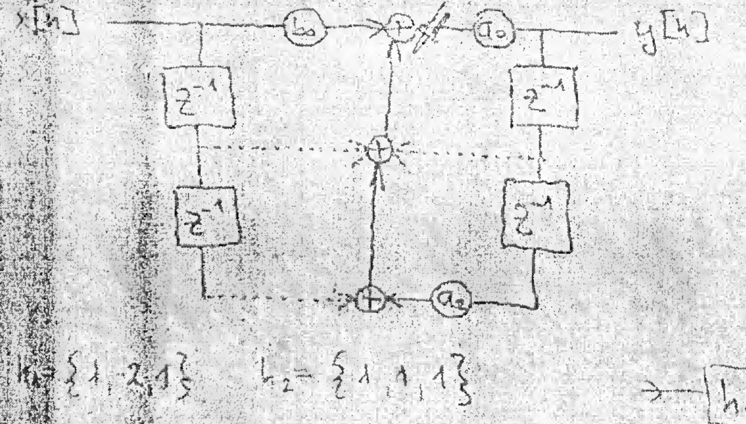
→ koeficienti & Direktna struktura I

$$H(z) = \frac{4z^2}{(2z-j)(2z+j)} = \frac{4z^2}{4z^2 - 2zj + \cancel{2zj} - j^2} = \frac{4z^2}{4z^2+1} \Big/ \frac{\cdot z^{-2}}{\cdot z^{-2}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} -j^2 &= 1 \\ j^2 &= -1 \end{aligned}}$$

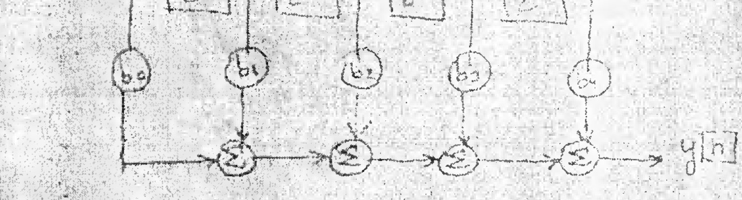
$$= \frac{4}{4 + z^{-2}} \quad \begin{aligned} &\to b \\ &\to a \end{aligned}$$

$b_0 = 4$, $b_1 = \emptyset$, $b_2 = \emptyset$; $a_0 = 4$, $a_1 = \emptyset$, $a_2 = 1$



(4.) $h_1 = \{1, -2, 1\}$ $h_2 = \{1, 1, 1\}$

$h_2 \backslash h_1$	1	-2	1		
1	1	-2	1		
1		1	-2	1	
1			1	-2	1
$h_1 * h_2$	1	-1	0	-1	1
	↓	↓	↓	↓	
	b_1	b_2	b_3	b_4	



$y(n) - y(n-1) - y(n-3) + y(n-4)$

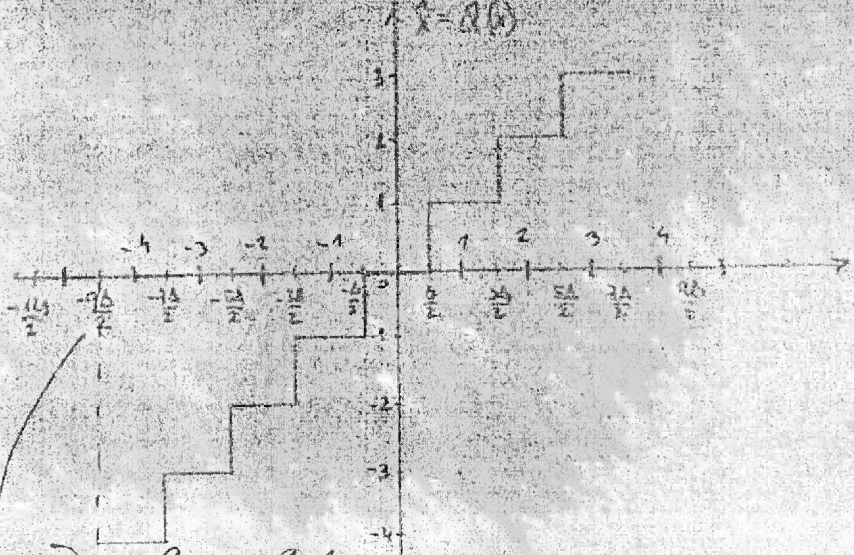
(5) $b = 3$

$V_{max} = 4V$

$$\Delta = \frac{V_{max}}{2^{b-1}} = \frac{4V}{2^2} = \frac{4}{4} = \underline{\underline{1V}}$$

$\hat{x}_B(n)$	$\hat{x}(n)$
0 1 1	3
0 1 0	2
0 0 1	1
0 0 0	0
1 1 1	−1
1 1 0	−2
1 0 1	−3
1 0 0	−4

y



$$-\frac{9\Delta}{2} = -\frac{9 \cdot 1}{2} = -4{,}5$$

št. kvantizacijskih nivojev : $N = 2^b = 2^3 = 8$

Max. pozitivna in neg. nap. : $+3V$ in $-4V$

TEORIJA

(1) [illegible]

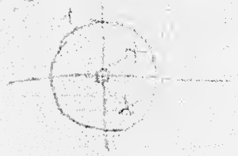
(6) [illegible]

[illegible] 0.9

[illegible]

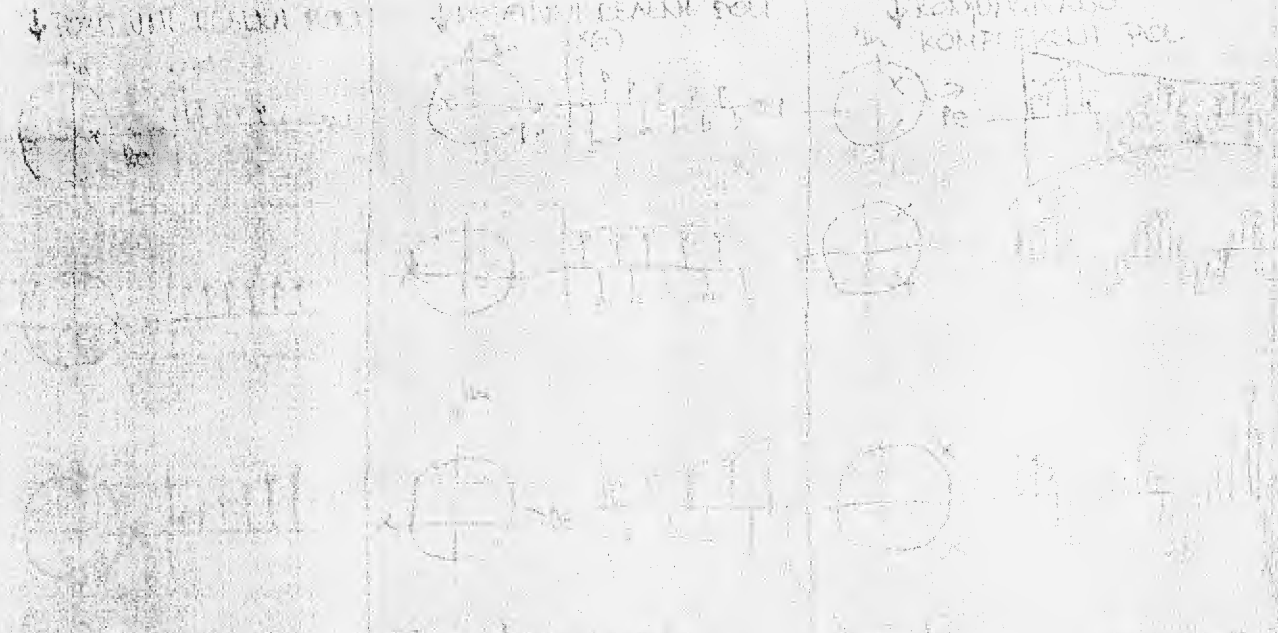
[illegible] kroz jedinični krug (... < 1)

[illegible] bit oscilator !!



(2) Utjecaj [illegible] funkcije [illegible]

↓ [illegible] POL | ↓ [illegible] POL | ↓ KONJUGIRANO KOMPLEKSNI POL



(3.) ... conversie cu datele preluate digitale ...

... pozitive ... negative ...

... pozitive semnale : $\frac{\dots}{2^{N-1}}$

... negative semnale $\rightarrow \frac{\dots}{2^{N-1}}$

(4.) ... Z ... Fourier ... transformata

$X(n) = \sum x(k) e^{-j\omega k}$

$X(z) = \sum x(k) z^{-k} = \sum x(k) r^{-k} e^{-j\omega k}$

$z^{-1} = r e^{j\omega}$

$z^{-k} = r^{-k} e^{-j\omega k}$

... transformata ... Fourier ...

(5.) ... FFT ...

$X(k) = \sum x(n) W_N^{kn}$

... algoritmul FFT ... operații ...

... FFT

(6.) ...

(6) Uporabimo Fourierovo transformacijo
→ napiši formulo za izračun DFT!

$\Rightarrow X(k) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) W_N^{kn}$ $W_N = \left(e^{-j\frac{2\pi}{N}}\right)^{kn}$

— pretvorba časovno diskretne

$X(\omega) = \sum x(n) e^{-j\omega n}$

in inverzne diskretne Fourierove transf. $\Rightarrow x(n) = \frac{1}{2\pi} \int X(\omega) e^{j\omega n} d\omega$

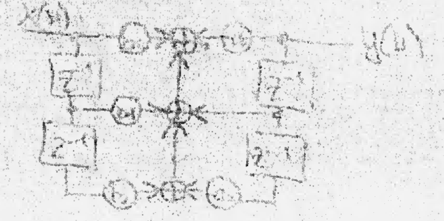
(7) Imamo filter s prenosno funkcijo $H(z) = \frac{1 - 0{,}2z^{-1} - 0{,}08z^{-2}}{1 + 0{,}5z^{-2}}$ → b, → a

* določite diferenčno enačbo takega sistema

$b_0 = 1$, $b_1 = -0{,}2$, $b_2 = -0{,}08$

$a_0 = 1$, $a_1 = \cancel{0}$, $a_2 = 0{,}5$

* direktna struktura I →



$y(0) + 0{,}5y(1) = x(0) - 0{,}2y(1) - 0{,}08y(2)$

(8) Stabilnost kavzalnih časovno neodvisnih sistemov. Podajte kriterij stabilnosti glede na odziv sistema na impulz enote h[n]. Kakšen je tega kriterij (poloi in ničel) stabilnih kavzalnih sistemov. ?

(9) Kriterij stabilnosti nam predstavlja BIBO pogoj, pri katerem je sistem stabilen samo, če je izhodni niz omejen za vsak vhodni niz sistema.

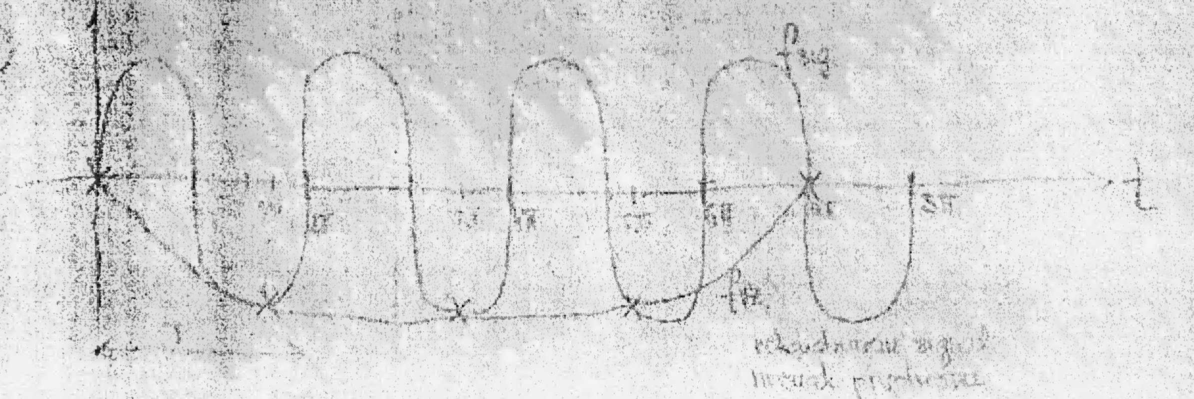
$|y(n)| = \left|\sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(k)\, x(n-k)\right|$

za ničle ni točno določeno, medtem je za pole nujno da morajo biti znotraj enotinega kroga.

... input
output

→ str. 150,151

(a) [illegible] pravilo vzorčenja [illegible] signala [illegible]
(b) [illegible] dobi signal $x(t) = \sin(\ldots \pi t)$ [illegible]
[illegible] pravilo vzorčenja!
(c) Podaj frekvenco signala in frekvenco vzorčenja!
(d) Ali je mogoče [illegible] z [illegible]?



rekonstruiran signal
napačen [illegible]

$x(k) = \sin(1{,}75\pi k)$ za $k = 0,1,2,3,4$

$k=0 \rightarrow \; = \emptyset$
$k=1 \rightarrow \; = \sin 1{,}75\pi$
$k=2 \rightarrow \; = \sin 1{,}75\pi \cdot 2$
$k=3 \rightarrow \; = \sin 1{,}75\pi \cdot 3$
$k=4 \rightarrow \; = \sin 1{,}75\pi \cdot 4$

(b) pogoj $f_{sig} \geq 2 f_{vz}$

Frekvenca signala mora biti 2x večja od f_{vz}. Oz. $\boxed{f_{vz} \text{ mora biti 2x manjša od } f_{sig}}$

(c) $f_{sig} = 2\pi$
$f_{vz} = 1{,}75\pi$

(d) Ne, ker ni izpolnjen pogoj $f_{sig} \geq 2 f_{vz}$

signal [illegible] rekonstruiran

(10) Izračunaj odziv linearnega časovno neodvisnega (LČN) sistema z impulznim odzivom $h[0]=1$, $h[1]=2$, $h[2]=-1$ na vhodni signal $x[0]=1$, $x[1]=2$, $x[2]=3$, $x[3]=1$. Napiši koeficiente filtra in [illegible]

$$\boxed{y(n) = x * h = \sum x(k) h(n-k) = \sum h(k) x(n-k)}$$

	1	2	-1		
1	1	2	-1		
2		2	4	-2	
3			3	6	-3
1				1	2	-1
	1	4	6	5	-1	-1

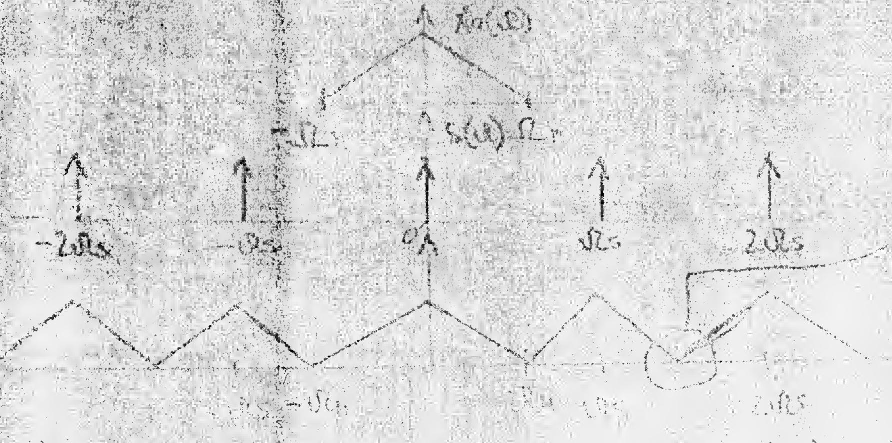
$y(0), y(1), y(2), y(3), y(4), y(5)$ ... $y(3) = x(0) \cdot 2 \, x(1) + 3 \, x(2) + x(3)$

(11) Razložite rekonstrukcijo signalov!

a) Podajte matematično funkcijo, s katero ponazorimo postopek vzorčenja

$$x_{vz}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_a(nT)\,\delta(t-nT)$$

b) Popišite vpliv vzorčenja na spekter signala (slika)



c) Pogoj ... vzorčenja ... prekrivanje ... $\Omega_s > 2\Omega_N$

d) Kakšen je matematični postopek za rekonstrukcijo vzorčenih signalov (podajte rešitev v f. in časovnem prostoru)

→ Ta matematični postopek nam predstavlja nizkopasovni idealni filter s funkcijo:

$$x_a(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)\cdot \frac{\sin\left[\frac{\pi(t-nT)}{T}\right]}{\frac{\pi(t-nT)}{T}}$$

(12) Določite z-transformacijo, lego polov in ničel ter območje konvergence funkcije $x(n) = \left(-\frac{1}{2}\right)^n u(n)$

$$\Rightarrow \frac{1}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)z^{-1}} = \frac{1}{1+\frac{z^{-1}}{2}} = \frac{1}{1+\frac{1}{2z}}$$

$$\frac{2z}{2z+1}$$

ničle: $2z=0$

poli: $2z+1=0$, $2z=-1$, $z=-\frac{1}{2}$

PRIIMEK IN IME ____________________

Digitalna obdelava signalov

Datum: 31. 08. 2005

Kratka navodila:

- Odgovarjajte le na zastavljena vprašanja. Vprašanju neustrezne odgovore štejemo negativno.
- Podpišite se na polo in list z vprašanji. Ob koncu oddajte oba lista.
- Goljufanje pri izpitu se kaznuje z negativno oceno.
- Čas trajanja izpita: 60 min

točke

I

1. Imamo sistem s prenosno funkcijo
$$H\left(e^{j\omega}\right)=\frac{\left[1-e^{-j(\omega-\omega_0)}\right]\left[1-e^{-j(\omega+\omega_0)}\right]}{\left[1-0.9e^{-j(\omega-\omega_0)}\right]\left[1-0.9e^{-j(\omega+\omega_0)}\right]}.$$
Normirana mejna frekvenca sistema je enaka $\omega_0 = \pi/3$.
   a. Podajte prenosno funkcijo v prostoru Z.
   b. Določite koeficiente *a* in *b*.
   c. Narišite strukturo sistema v obliki Direktne strukture I
   d. Ocenite amplitudni odziv sistema. Kako imenujemo takšen sistem?

2. Na nekaj značilnih primerih prikažite vpliv lege korenov prenosne funkcije diskretnega sistema z neskončnim odzivom na časovno obnašanje sistema! ______

3. Imamo sistem za analogno/digitalno pretvorbo signalov. Kvantizator razpoznava samo pozitivne signale in deluje v napetostnem območju 0 – 7 V. ______
   a. Skicirajte sistem za analogno/digitalno pretvorbo signalov.
   b. Skicirajte prenosno karakteristiko enoličnega kvantizatorja s konstantnim korakom.
   c. Podajte število kvantizacijskih nivojev, korak kvantizatorja Δ in tabelo binarnih simbolov za 3 bitni kvantizator. ______

4. Napišite vse, kar veste o povezavi prostora Z in Fourierove transformacije! ______

5. Grafično predstavite algoritem za hiter izračun diskretne Fourierove transformacije z decimacijo po času za 8 vzorcev. Pojasnite, zakaj je algoritem FFT hitrejši od uporabe osnovnega izraza za DFT! ______

SKUPAJ ______

OCENA ______

S-izpit 31.08.2005

1.) Imamo sistem s prenosno funkcijo

$$H(e^{j\omega}) = \frac{\left[1-e^{-j(\omega-\omega_0)}\right]\left[1-e^{-j(\omega+\omega_0)}\right]}{\left[1-0,9e^{-j(\omega-\omega_0)}\right]\left[1-0,9e^{-j(\omega+\omega_0)}\right]}$$

NOrmirana mejna

Frekvenca sistema je enaka $\omega_0 = \pi/4$.

a.) Podajte prenosno funkcijo v prostoru Z.

b.) Določite koeficiente a in b.

c.) Narišite strukturo sistema v obliki Direktne strukture I.

d.) Ocenite amplitudni odziv sistema. Kako imenujemo takšen sistem?

a.) $$H(z) = \frac{(1-e^{j\frac{\pi}{4}}\cdot z^{-1})(1-e^{-j\frac{\pi}{4}}\cdot z^{-1})}{(1-0,9e^{j\frac{\pi}{4}}\cdot z^{-1})(1-0,9e^{-j\frac{\pi}{4}}\cdot z^{-1})}$$

$\boxed{e^{j\omega}=z}$ $\boxed{e^{-j\omega}=z^{-1}}$ $\boxed{e^{-2}\cdot e^{2}=e^{0}=1}$ $\boxed{z^{-1}\cdot z^{-1}=z^{-2}}$

$$= \frac{1-(e^{-j\frac{\pi}{4}}\cdot z^{-1})-(e^{j\frac{\pi}{4}}\cdot z^{-1})+1\cdot z^{-2}}{1-(0,9e^{-j\frac{\pi}{4}}\cdot z^{-1})-(0,9e^{j\frac{\pi}{4}}\cdot z^{-1})+1\cdot z^{-2}} =$$

?

$$= \frac{1-2z^{-1}(e^{j\frac{\pi}{4}}+e^{-j\frac{\pi}{4}})+z^{-2}}{1-1,8(e^{j\frac{\pi}{4}}+e^{-j\frac{\pi}{4}})-0,81z^{-2}} =$$

$\boxed{e^{j\frac{\pi}{4}}+e^{-j\frac{\pi}{4}}=\cos\frac{\pi}{4}}$

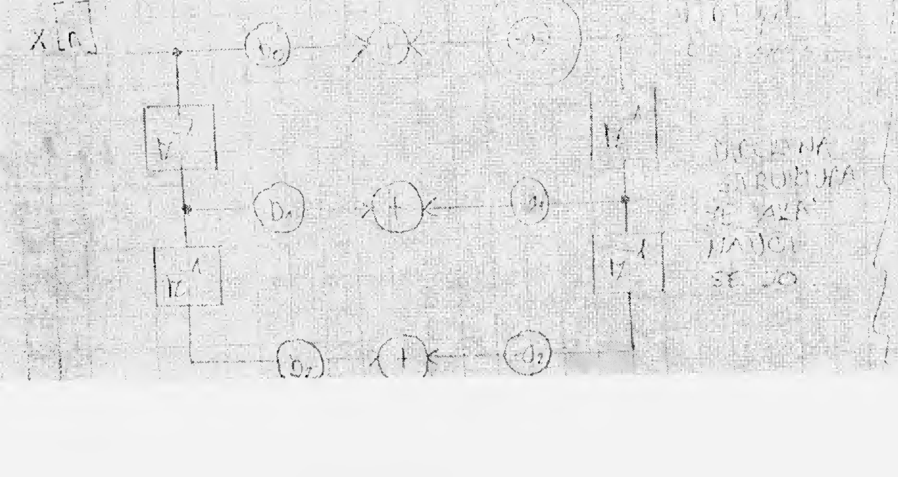
$$= \frac{1+2\cos\frac{\pi}{4}\cdot z^{-1}+z^{-2}}{1-1,8\cos\frac{\pi}{4}\,z^{-1}+0,81z^{-2}}$$

b.) KOEFICIENTI:

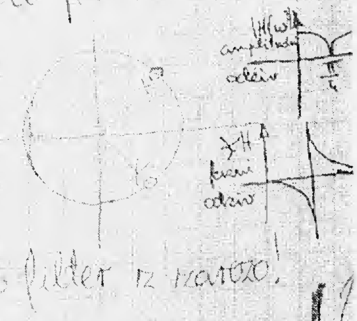
$b_0 = 1,\ b_1 = -2\cos\frac{\pi}{4},\ b_2 = 1$

$a_0 = 1,\ b_1 = -1,8\cos\frac{\pi}{4},\ b_2 = 0,81$

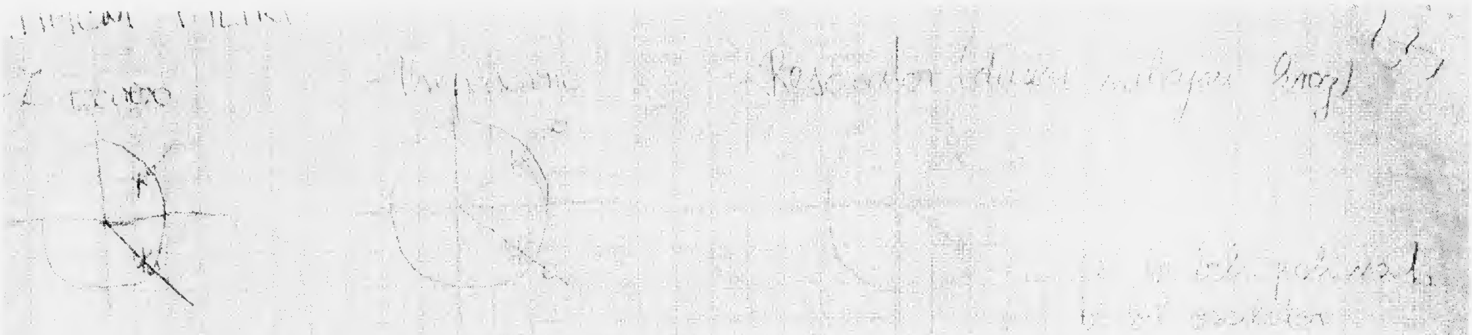
c.) Direktna struktura



d.) Ker so ničle na 1, poli pa na 0,9



je to filter z zarezo.



2 Na nekaj značilnih primerih prikažite vpliv lege korenov prenosne funkcije diskretnega sistema z neskončnim odzivom na časovno obnašanje sistema!

pozitivni realni (frekvenca je nič)

konjugirano kompleksni del

realno negativni poli

NAUČI SE

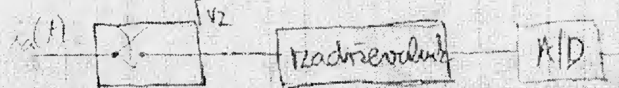
3 Imamo sistem za analogno/digitalno pretvorbo signalov. Kvantizator razpoznava samo pozitivne signale in deluje v napetostnem območju 0-7V.

a) Skicirajte sistem za analogno/digitalno pretvorbo signala

b) Skicirajte prenosno karakteristiko enoličnega kvantizatorja s konstantnim korakom.

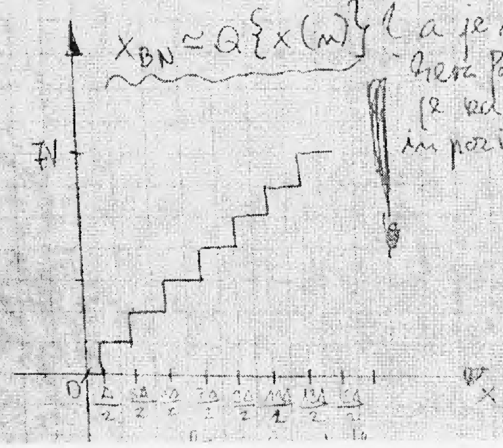
c) Podajte število kvantizacijskih nivojev, korak kvantizatorja Δ in tabelo binarnih simbolov za 3 bitni kvantizator.

a.)



b.)

$x_{BN} = Q\{x(n)\}$ a je vseeno brez formule (2 ker poz. neg. in poz in neg.



c.) $U_{MIN} = 0V$

$U_{MAX} = 7V$

$b = 3$

$N = 2^b = 8$

$\Delta = \frac{U_{MAX}}{N-1} = \frac{7V}{7} = 1V$

št. kvant. nivojev

korak kvantizatorja

ČE KVANTIZATOR PREPOZNAVA POZ. SIGNALE JE $\Delta = \frac{U_{MAX}}{N-1}$

Če mi podamo

TABELA

simbol	vhodna vrednost x
0 0 0	0
0 0 1	1
0 1 0	2
0 1 1	3
1 0 0	4
1 0 1	5
1 1 0	6
1 1 1	7

…e, kar veste o povezavi prostora Z in Fourierove transformacije?

$$F: X(\omega)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)\, e^{-j\omega n}$$

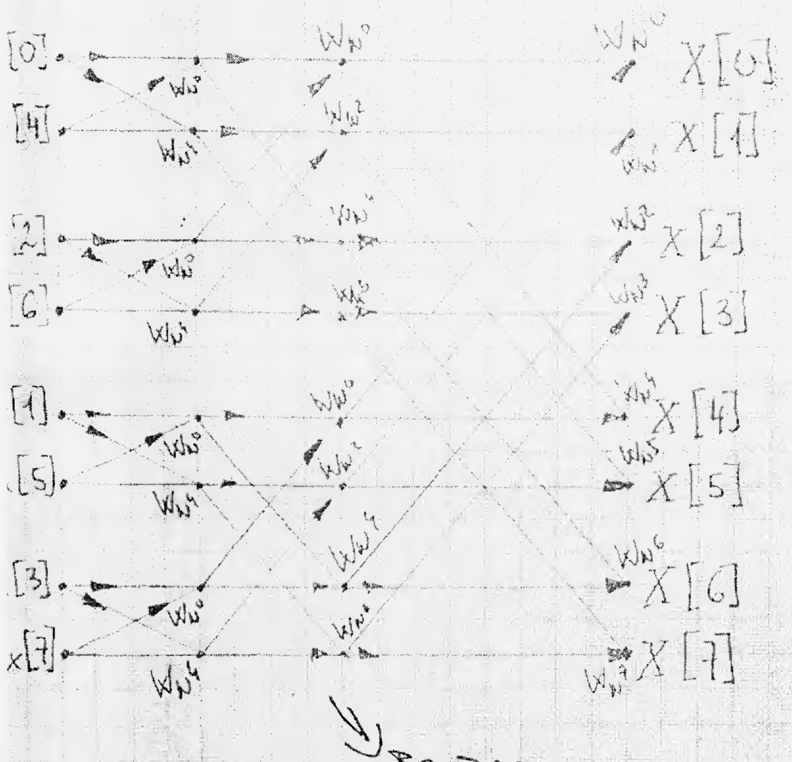
$$z^{-1}=r\cdot e^{-j\omega}$$

$$Z: X(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)\cdot z^{-n}=\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)\, r^{-n}\cdot e^{-j\omega n}$$

$$r=1 \mapsto Z=F$$

Fourierova transformacija je pri r=1 enaka transformaciji Z.

…rafično predstavite algoritem za hiter izračun diskretne Fourierove transformacije decimacijo po času za 8 vzorcev. Pojasnite, zakaj je algoritem FFT hitrejši od rabe osnovnega izraza za DFT!



Pri tem postopku zmanjšamo čas računanja, ko računanje razbijemo na niz manjših DFT računanj.

V tem primeru izkoristimo simetričnost in periodičnost kompleksnega eksponenta

$$\boxed{W_N^{kn}=e^{-j\frac{2\pi}{N}\cdot k\cdot n}}$$