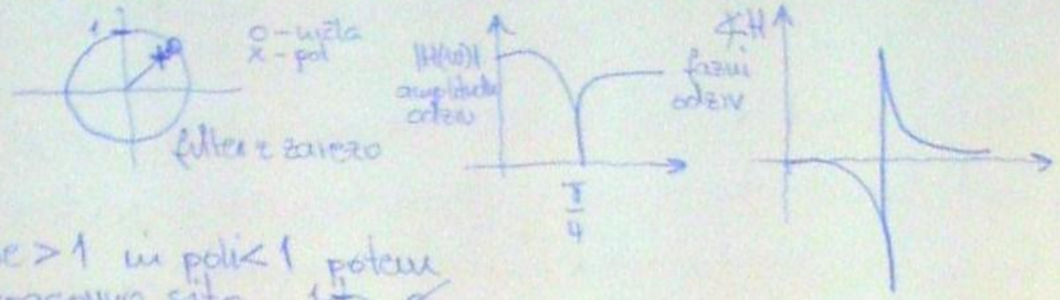
DOS IZPIT TEORIJA

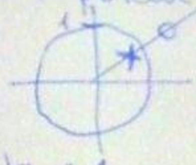
① Imamo sistem s prenosno funkcijo $H(e^{j\omega}) = \frac{(1-e^{-j(\omega-\omega_0)})(\dots)}{(1-0{,}9e^{j\frac{\pi}{4}})(\dots)}$ ničle / poli

→ Ocenite amplitudni odziv sistema. Kako imenujemo takšen sistem?

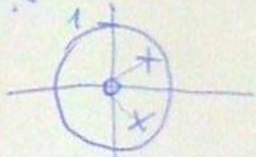
V našem primeru je to filter z zarezo, ker so ničle na 1, poli pa na 0,9



→ Če bi bile ničle > 1 in poli < 1 potem bi to bilo vsepasovno sito

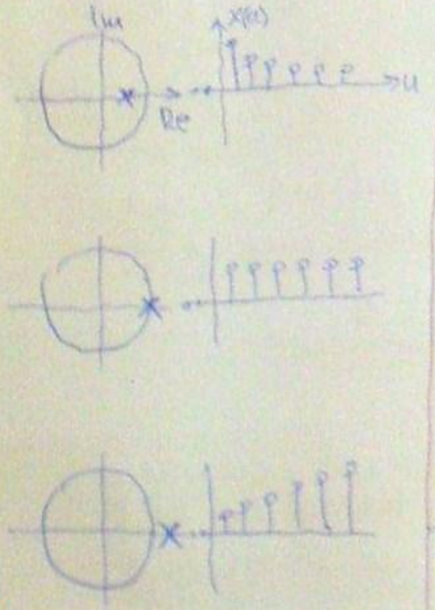


→ če pa bi bila ničla = ∅ in pola < 1 bi to bil RESONATOR – dušeni nihajni krog (poli & ničle < 1)
če pa bi bili poli na 1 pa bi bil oscilator.

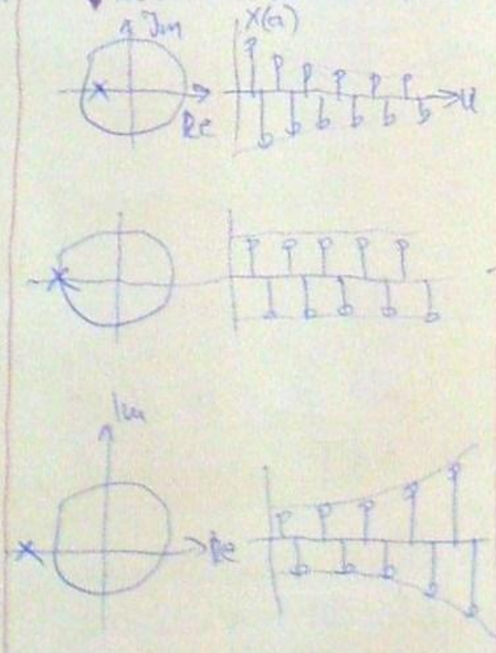


② Vplivi korenov prenosne funkcije diskretnega sistema ....

↓ POZITIVNI REALNI POLI

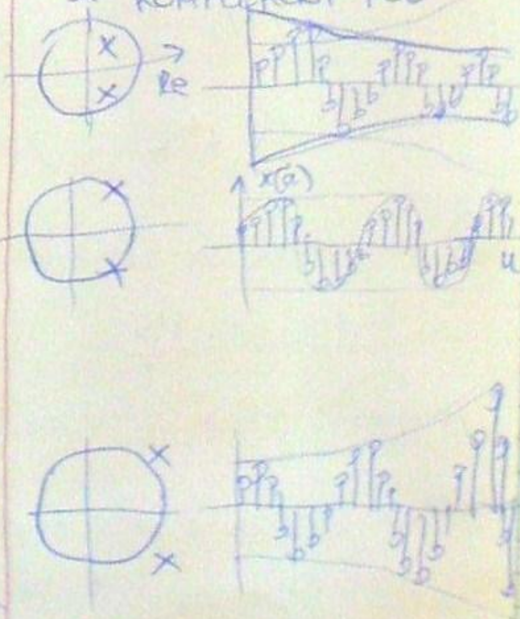


↓ NEGATIVNI REALNI POLI



Odziv skače zaradi lihih in sodih potenc

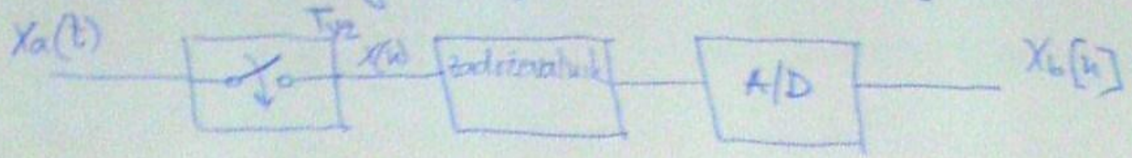
↓ KONJUGIRANO KOMPLEKSNI POL



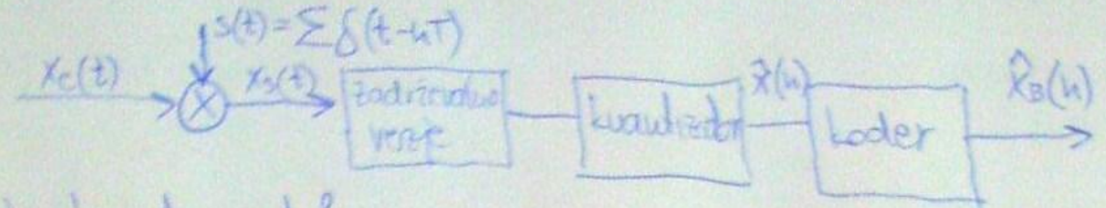
Konj. kompl. par nam daje nihanje. Za stabilen sistem morajo biti ničle znotraj enotinega kroga.

(3.) Sistem za analogno digitalno pretvorbo signalov.

sl.1



sl.2



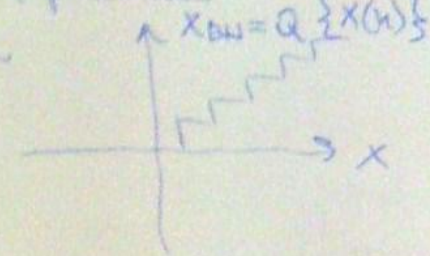
število kvantizacijskih nivojev dobimo tako: $N=2^b=[\text{če je } b=3]=2^3=8$

korak kvantizatorja za pozitivne signale: $\Delta=\frac{U_{MAX}}{N-1}$

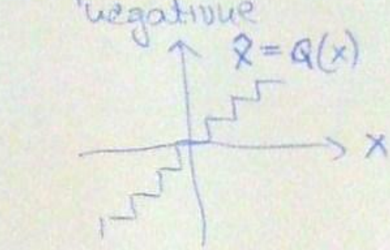
korak kvantizatorja za pozitivne in negativne signale $\rightarrow \Delta=\frac{U_{MAX}}{2^b-1}$

za pozitivne

kod	
000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7



za pozitivne in negativne



kod	
011	3
010	2
001	1
000	0
111	-1
110	-2
101	-3
100	-4

(4.) Vse kar veno o povezavi prostora Z in Fourierove transformacije

$$\mathcal{F}: X(\omega)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) e^{-j\omega n}$$

$$\mathcal{Z}: X(z)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)\cdot z^{-n}=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)\cdot r^{-n}\cdot e^{-j\omega n}$$

$$\boxed{z^{-1}=r\cdot e^{-j\omega} \text{ oz. } z^{-n}=r^{-n}e^{-j\omega n}}$$

$r=1 \longmapsto \mathcal{Z}=\mathcal{F}$ Fourierova transf. je pri $r=1$ enaka transformaciji $\mathcal{Z}$.

(5.) Algoritem za hiter izračun FT ... po času za N=8.

knjiga str. 115

ALGORITEM ZA DECIMACIJO PO FREKVENCI

$$X(k)=\sum_{n=0}^{\infty} x(n) W_N^{nk}$$

Pojasnite zakaj je algoritem FFT hitrejši od uporabe osnovnega izraza za DFT

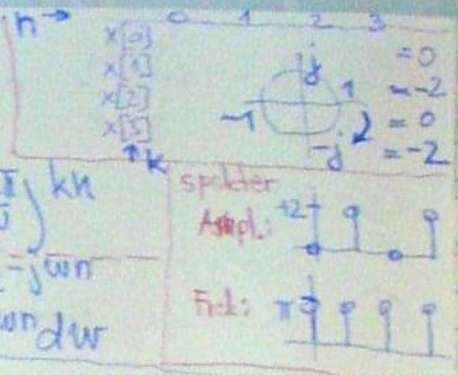
Pri tem postopku zmanjšamo čas računanja, ko računanje razbijemo na niz manjših DFT računanj.

V tem primeru izkoristimo simetričnost in periodičnost kompleksnega eksponenta $W_N^{kn}=e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$

(6.) Diskretna Fourierova transformacija.

— Podajte formulo za izračun DFT!

$$\hookrightarrow X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{kn} \qquad W_N = \left(e^{-j\frac{2\pi}{N}}\right)^{kn}$$



— Podajte izraz za izrač. diskretne in inverzne diskretne Fourier. transf. $\Rightarrow$ $X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) e^{-j\omega n}$, $x(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} X(\omega) e^{j\omega n} d\omega$

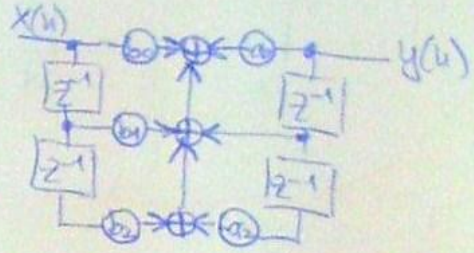
(7.) Imamo filter s prenosno funkcijo $H(z) = \frac{1 - 0{,}2z^{-1} - 0{,}08z^{-2}}{1 + 0{,}5z^{-2}}$ $\to b$, $\to a$

- določite diferenčno enačbo takega sistema

$b_0 = 1$, $b_1 = -0{,}2$, $b_2 = -0{,}08$

$a_0 = 1$, $a_1 = \emptyset$, $a_2 = 0{,}5$

- diskretna struktura] $\longrightarrow$



$\frac{x}{y} \times \frac{a}{b}$ $\quad y(0) + 0{,}5y(1) = x(0) - 0{,}2y(1) - 0{,}08y(2)$

(8.) Stabilnost kavzalnih, časovno neodvisnih sistemov. Podajte kriterij stabilnosti glede na odziv sistema na impulz enote $h[n]$. Kakšna je lega korenov (polov in ničel) stabilnih kavzalnih sistemov?

→ Kriterij stabilnosti nam predstavlja BIBO pogoj, pri katerem je sistem stabilen samo, če je izhodni niz omejen za vsak vhodni niz sistema.

$$|y(n)| = \left|\sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(k) \cdot x(n-k)\right|$$

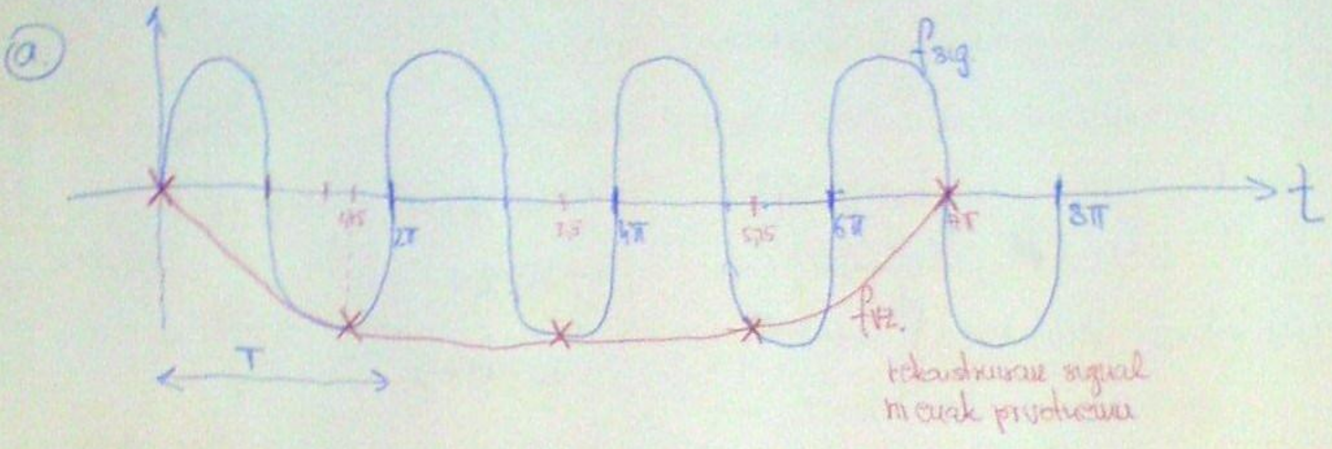
za ničle ni točno določeno, vendar je za pole nujno da morajo biti znotraj enotinega kroga

BIBO – Bounded Input
–"– Output

preberi si še ——→ str. 160,161

9. Skicirajte 4 periode analognega sin. signala, ter na
a. isti sliki označite vzorce diskretnega signala $x(k) = \sin(1{,}75\pi k)$, $k = 0..4$
b. Na primeru pojasnite teorem o vzorčenju!
c. Podajte frek. signala in frek. vzorčenja!
d. Ali primer ustreza 2. Nyquistovemu kriteriju?

a.



$x(k) = \sin(1{,}75\pi k)$ za $k = 0,1,2,3,4$

$k=0 \rightarrow \; = \emptyset$ | $= \emptyset$
$k=1 \rightarrow \; = \sin 1{,}75\pi$ | $= \sin 1{,}75\pi$
$k=2 \rightarrow \; = \sin 1{,}75\pi 2$ | $= \sin 3{,}5\pi$
$k=3 \rightarrow \; = \sin 1{,}75\pi 3$ | $= \sin 5{,}25\pi$
$k=4 \rightarrow \; = \sin 1{,}75\pi 4$ | $= \sin 7\pi$

b. pogoj $f_{sig} \geq 2 f_{vz}$

Max. frek. signala mora biti 2x večja od f_{vz}. oz. $\boxed{f_{vz} \text{ mora biti 2x manjša od } f_{sig}}$ V našem primeru bi to pol bilo $f_{vz} = 0{,}875\pi$ → potem bi bil signal popolnoma rekonstruiran

c. $f_{sig} = 2\pi$
$f_{vz.} = 1{,}75\pi$

d. Ne, ker ni izpolnjen pogoj $f_{sig} \geq 2 f_{vz}$

---

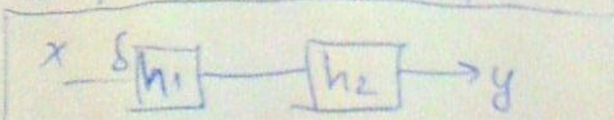
10. Izračunajte odziv linearnega časovno neodvisnega (LČN) sistema z impulznim odzivom $h[0]=1$, $h[1]=2$, $h[2]=-1$ na vh. signal $x[0]=1$, $x[1]=2$, $x[2]=3$, $x[3]=1$. Napišite koeficiente filtra b in a ustreznega filtra.

$$\boxed{y(k) = x * h = \sum x(n) h(n-k) = \sum h(k) x(n-k)}$$

x \ h	1	2	-1			
1	1	2	-1			
2		2	4	-2		
3			3	6	-3	
1				1	2	-1
y →	1	4	6	5	-1	-1

x — a
y — b

$b_0 = 1, b_1 = 2, b_2 = 3, b_3 = 1$
$a_0 = 1, a_1 = 4, a_2 = 6, a_3 = 5, a_4 = -1, a_5 = -1$



$y(0) + 4y(1) + 6y(2) + 5y(3) - y(4) - y(5) = x(0) + 2x(1) + 3x(2) + x(3)$

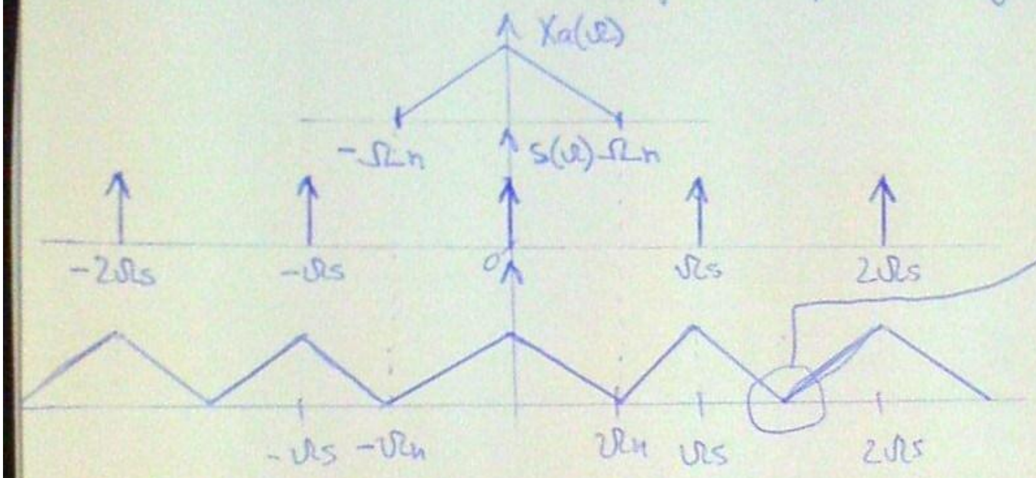
16.06.07 18:37

(11) Vzorčenje in rekonstrukcija signalov!

a) Podajte matematično funkcijo, s katero ponazorimo postopek vzorčenja

$$X_{vz}(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_a(nT)\,\delta(t-nT)$$

b) Popišite vpliv vzorčenja na spekter signala (skica)



c) Podajte kriterij za izbiro vzorčne frek.

se ne smeta prekrivat

da ne pride do ISI

$\Omega_s > 2\Omega_N$

d) Kakšen je matematični postopek za rekonstrukcijo vzorčnih signalov (podajte rešitev v frek. in časovnem prostoru)

→ ta matematični postopek nam predstavlja nizkopasovni idealni filter s funkcijo:

$$X_r(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]\cdot\frac{\sin\left[\frac{\pi(t-nT)}{T}\right]}{\frac{\pi(t-nT)}{T}}$$

(12) Določite in narišite lego polov in ničel ter na sliki označite področje konvergence funkcije $x(n)=\left(-\frac{1}{2}\right)^n\cdot u(n)$

$$X(z)=\frac{1}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)z^{-1}}=\frac{1}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}=\frac{1}{1+\frac{z^{-1}}{2}}=\frac{1}{1+\frac{1}{2z}}\Bigg|\begin{matrix}\cdot 2z\\ \cdot 2z\end{matrix}\quad \boxed{z^{-1}=\frac{1}{z}}$$

tabela str. 149

$$\frac{1}{1-az^{-1}}$$

$$=\frac{2z}{2z+1}$$

ničle: $2z=0$

poli: $2z+1=0$

$2z=-1$

$z=-\frac{1}{2}$