Vaja 1

Ime in priimek:_____

Diskretna nihanja in vzorčenje

MATLAB je odlično orodje za študij digitalne obdelave signalov, saj v svojem jeziku vključuje mnogo funkcij, ki jih potrebujemo pri tvorbi in obdelavi signalov. Z uporabo grafičnih funkcij v okolju MATLAB si bomo zlahka ogledali rezultate obdelave in s tem poglobili razumevanje prijemov, ki smo jih spoznali na predavanjih in med študijem literature.

Osnovni signali, ki jih srečujemo na področju digitalne obdelave, so enotin impulz $\delta[n]$, sinusne in eksponentne oblike signalov in njihova posplošitev na kompleksni eksponentni zapis. MATLAB omogoča zapis podatkov v obliki matrik; naši signali bodo tako stolpni vektorji končne dolžine. Bodite pozorni, da se indeksi posameznih elementov vektorja v MATLAB-u nahajajo v območju od 1 do N; literatura namreč uporablja tudi negativne in ničelni indeks, MATLAB pa jih ne dovoljuje. Upoštevajte tudi, da v okolju MATLAB `for` zank skoraj nikoli ne potrebujete.

1.1 Priprava in prikaz realnih časovno diskretnih sinusnih signalov

Eden od osnovnih signalov je tudi sinusni signal. Splošni realni signal sinusnega poteka opisujejo parametri amplitude (A), frekvence(ω_0) in faze(Φ) v izrazu 1.1.

$$x[n] = Acos(\omega_0 n + \Phi) \tag{1.1}$$

Osnovne funkcije in operatorji, ki jih boste v okolju MATLAB potrebovali za prikaz sinusnega signala, so `sin, cos, stem, plot` in `:`. Razlago posameznih ukazov najdete v sistemu za pomoč v MATLABu. Na najbolj preprost način naloge v MATLABu lahko opravimo tako, da ukaze enega za drugim tipkamo v ukazno vrstico. Delovne spremenljivke v okolju se med izvedbo posameznih ukazov ohranijo in jih lahko uporabimo v naslednjih sklicih. Deklaracije spremenljivk seveda niso potrebne.

Matlab in tvorba signalov S pomočjo programskega paketa MATLAB narišimo signal

$$x_1[n] = sin(\frac{\pi}{8}n + \pi), 0 \leq n \leq 30. \tag{1.2}$$

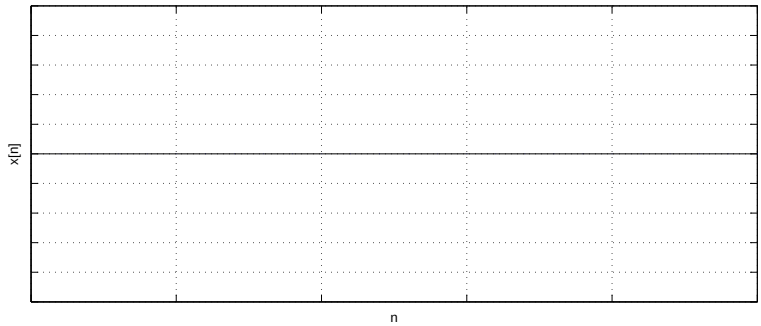
Rešitev:

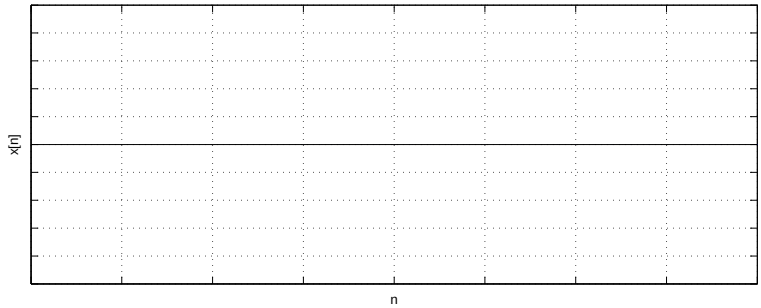
```
n = 0:30;                %vektor n napolnimo z zaporednimi števili od 0 do 30
sinus = sin(n*pi/8+pi); %za vsak element iz vektorja n izračunamo ustrezno vrednost
stem(n, sinus);          %narišemo potek diskretne funkcije
```

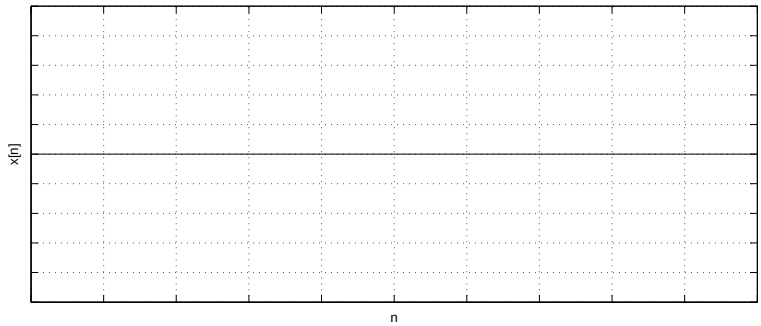
Naloga 1 Oblikujte in narišite vsakega od naslednjih nizov. Uporabite zmožnost MATLAB-a za vektorsko računanje sinusne funkcije. V vsakem primeru naj vrednost indeksa obsega navedeno območje; oznake na grafu naj ustrezajo poteku indeksa. Za prikaz uporabite funkcijo `stem`.

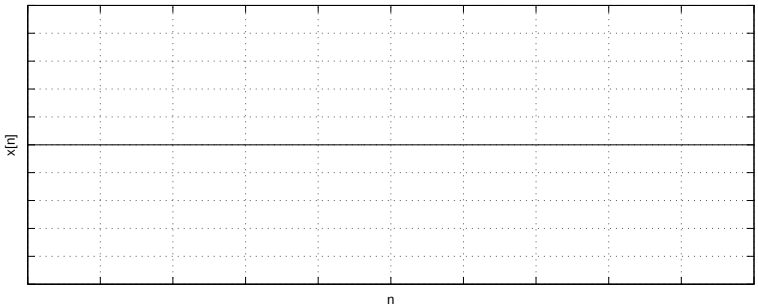
$$\begin{aligned} x_1[n] &= sin(\frac{\pi}{17}n) & 0 \leq n \leq 25 \\ x_2[n] &= sin(\frac{\pi}{17}n) & -15 \leq n \leq 25 \\ x_3[n] &= sin(3\pi n + \frac{\pi}{2}) & -10 \leq n \leq 10 \\ x_4[n] &= cos(\frac{\pi}{\sqrt{23}}n) & 0 \leq n \leq 50 \end{aligned}$$

Vrišite rezultate v slike.









Ali lahko $x_3[n]$ zapišemo brez uporabe trigonometričnih funkcij? Podajte izraz!

Ali je $x_4[n]$ periodična funkcija? Zakaj?

Kaj povzroči podpičje na koncu vsake vrstice?

1.2 Uporaba fazorjev

Oglejmo si še predstavitev signalov v kompleksni obliki. V resničnem svetu imajo vsi signali realne vrednosti, vendar je pogosto koristno, če oblikujemo, obdelujemo in prikazujemo pare realnih signalov v kompleksni obliki. To storimo tako, da vrednosti dveh realnih signalov združimo v par; v realno in imaginarno komponento kompleksnega števila. Za obdelavo in združevanje takšnega signala z drugimi kompleksnimi signali uporabimo pravila kompleksne aritmetike. Takšen pristop je široko v uporabi.

Kompleksni eksponentni zapis je v razredu kompleksnih signalov še posebej pomemben, ker omogoča zelo jasen in nazoren zapis sinusnih signalov. Zapis signalov v obliki *fazorjev* je razširjen na celotnem področju elektrotehnike.

Za oblikovanje in prikaz signalov boste uporabili naslednje (in njim podobne) funkcije:
`real, imag` za izračun realne in imaginarne komponente kompleksnega števila
`exp` za izračun eksponentne funkcije
`i, j` predstavljata imaginarno število i.
`subplot` za izpis večjega števila grafov na eno samo sliko
Upoštevajte, da se v primeru izpisa kompleksnih števil funkciji `plot` in `stem` nekoliko razlikujeta. Pomen posameznih funkcij si lahko razjasnite z uporabo funkcije `help`.

Naloga 2 Velja:

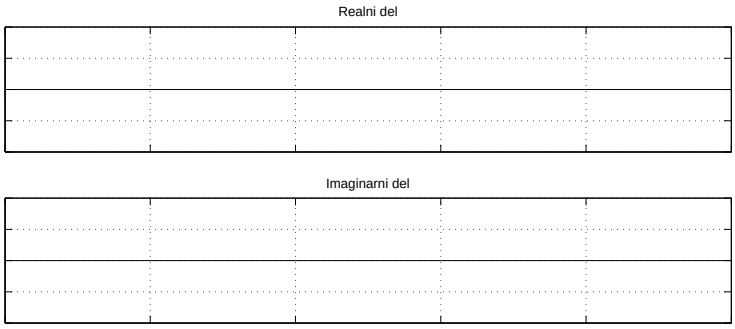
$$x[n] = (z_0)^n = r^n e^{j\phi n} = r^n(cos(\phi n) + jsin(\phi n)) \tag{1.3}$$

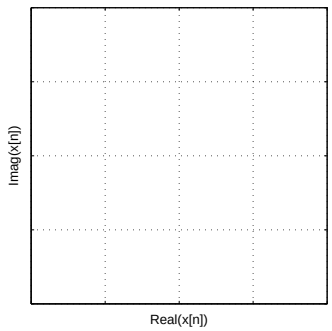
pri čemer je $z_0 = re^{j\phi} = r\angle\phi$.

Na levo sliko narišite realni in imaginarni del signala $x[n]$, ki ga predstavlja $z_0 = 0.9\angle\frac{\pi}{4}$ na območju $0 \leq n \leq 25$. Priložena koda vam pokaže, kako na isti sliki prikažete dve funkciji.

```
z=0.9*exp(j*pi/4);
n=0:25;
x=z.^n; %kompleksna eksponencialka
subplot(211)
stem(n, real(x))
title('Realni del'),xlabel('Indeks (n)')
subplot(212)
stem(n,imag(x))
title('Imaginarni del'), xlabel('Indeks (n)')
```

Na desno sliko narišite isti signal tako, da oordinata grafa predstavlja realni, abscisa pa imaginarni del spremenljivke x (`plot(real(x), imag(x))`).





Kateri parameter signala v opisanem primeru predstavlja kot spremenljivke z_0?

_____

Kaj se zgodi z levo in z desno sliko, če menjate kot spremenljivke z_0?

_____

Ali lahko z izrazom 1.3 predstavimo **prav vsako** kompleksno sinusno nihanje?

_____

Fazor Za splošen zapis poljubnega sinusnega signala potrebujemo še kompleksno konstanto, fazor $G = Ae^{j\Phi} = A\angle\Phi$:

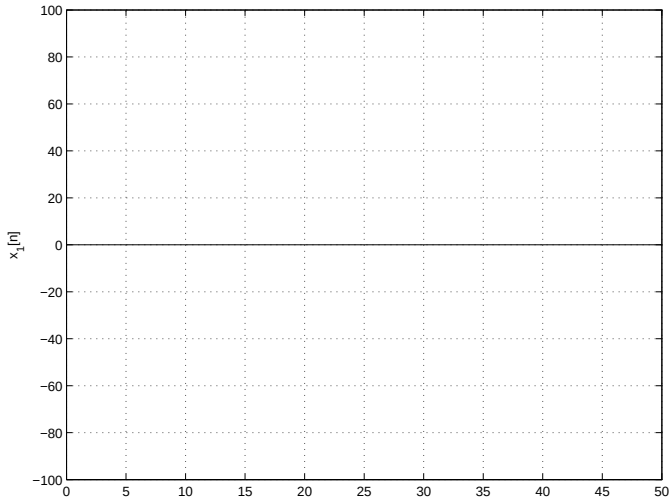
$$x = Gz_0^n = Ae^{j\Phi}r^n e^{j\phi n} = Ar^n e^{j(\phi n+\Phi)} = Ar^n[cos(\phi n + \Phi) + jsin(\phi n + \Phi)]. \tag{1.4}$$

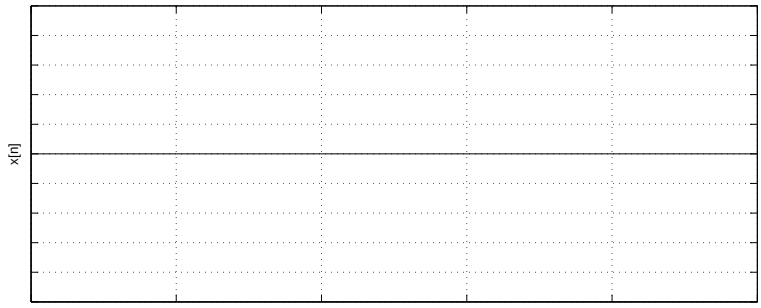
Kaj predstavlja fazor G v izrazu 1.4?

Naloga 4 Pretvorite v kompleksni zapis (G, z_0), in narišite naslednja signala (uporabite lahko tudi funkciji `real` oz. `imag`):

$x_1[n] = 1.1^n cos(\frac{\pi}{11}n + \frac{\pi}{4}), 0 \leq n \leq 50$

$x_2[n] = \sin(\frac{\pi}{7}n) + \cos(\frac{\pi}{7}n), 0 \leq n \leq 25$





1.3 Vzorčenje zveznih signalov

V nalogi se bomo seznanili z osnovnimi problemi vzorčenja časovno zveznih signalov. Ogledali si bomo problem prekrivanja frekvenc na primeru sinusnih signalov in linearno frekvenčno moduliranih signalov (ti. "chirp").

Simulacija vzorčenja z MATLABom je nekoliko težavna, saj MATLAB ne pozna zveznih signalov. Edina oblika podatkov, ki jo MATLAB lahko prikaže, je zapis diskretnih signalov v obliki vektorjev. Zato bomo morali simulirati os časovnega poteka signala z diskretnim modelom. Zavedati se moramo razlike med Δt, ki smo ga uporabili za simulacijo zveznega signala in periodo vzorčenja T_s.

Vzorčenje signala $x(t) = sin(2\pi f_o t + \Phi)$ s frekvenco $f_s = \frac{1}{T_s}$ lahko simuliramo na naslednji način:

$$x[n] = x(t)|_{t=nT_s} = x(t)|_{t=n/f_s} = sin(2\pi\frac{f_o}{f_s}n + \Phi) \tag{1.5}$$

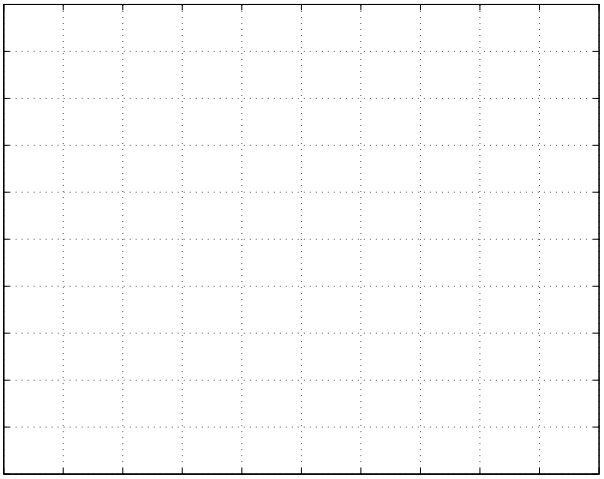
Teorem vzorčenja in njegove posledice si lahko ogledamo pri različnih kombinacijah f_0 in f_s.

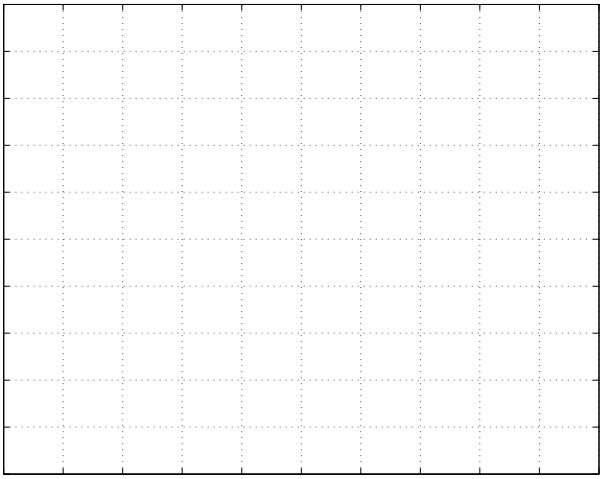
Naloga 1 Narišite sliko vzorčene sinusoide. $f_0 = 300Hz$, trajanje signala je $10ms$. Faznega zamaka ne upoštevajte ($\Phi = 0$). Frekvenca vzorčenja je $f_s = 8KHz$.

Koliko vzorcev potrebujemo?

Napišite izraz v Matlabu, ki izračuna ustrezno sinusno krivuljo!

Narišite vzorčeno sinusoido s ukazom `stem` (levo) in z ukazom `plot` (desno).





Ovojnica signala postane bolj očitna. Linearna aproksimacija nam v resnici ne daje rezultatov, ki jih predvideva teorem o vzorčenju, vendar je pogosto zadosti uporabna.

Po navedenih napotkih z uporabo funkcije `plot` prikažite tudi nekaj primerov **čistih sinusnih signalov**, npr.

- $f = 100 - 475Hz$ v korakih po $125Hz$

- $f = 7525 - 7900Hz$ v korakih po $125Hz$

- $f = 32100 - 32475Hz$ v korakih po $125Hz$

Komentirajte!

_____

_____

Na eni sliki predstavite učinek uporabe vzorčne frekvence, ki ne ustreza Nyquistovem kriteriju. Narišite sliko vzorčene sinusoide s frekvenco $f_0 = 10kHz$, trajanje signala naj bo $2ms$. Fazni zamik naj bo enak $\Phi = 0$. Uporabite dve vzorčevalni frekvenci, $f_s1 = 40kHz$ in $f_s2 = 9500Hz$.

Koliko vzorcev potrebujemo glede na izbrano frekvenco vzorčenja?

`n1 = 0:`_____;

`n2 = 0:`_____;

Izračunajte vzorčena signala in narišite rezultat na eno sliko!

```
x1 = sin(n1*2*pi*f/fs1);
x2 = sin(n2*2*pi*f/fs2);
plot(n1/fs1,x1,'-',n2/fs2,x2,'o')
```