3. MINIMIZACIJA PREKLOPNIH FUNKCIJ

3. 1 Osnove minimizacijskih postopkov

PDNO	→	DNO	→	MDNO
PKNO	→	KNO	→	MKNO

Glavni vsebovalnik je najkrajša konjunkcija, ki je disjunktivno vsebovana v preklopni funkciji.

Dolžine teh konjunkcij so lahko različne: n, n -1, n – 2, n – 3,...

Glavni vsebovalniki dajo v splošnem le DNO!

Minimalno obliko funkcije pa dobimo, če upoštevamo samo tiste glavne vsebovalnike, ki vsebujejo kak minterm, ki ga nima noben drug glavni vsebovalnik.

Takšen glavni vsebovalnik je tudi potreben glavni vsebovalnik.

Brez kateregakoli potrebnega glavnega vsebovalnika ni izhodiščne funkcije – je torej neka druga funkcija.

"Potrebni glavni vsebovalnik" – essential prime implicant

Glavne in potrebne glavne vsebovalnike določamo na osnovi sosednosti.

Definicja sosednosti:

Dve konjunkcije sta sosedni, če imata enako število črk, razlikujeta pa se samo po eni negaciji.

K_1 in K_2 sta sosedni konjunkciji če velja:

$$K_1 = x_1^{w_{i1}} x_2^{w_{i2}} \bullet \;\bullet\; \bullet x_k^{w_{ik}} \bullet \;\bullet\; \bullet x_m^{w_{im}}$$

$$K_2 = x_1^{w_{i1}} x_2^{w_{i2}} \bullet \;\bullet\; \bullet x_k^{\overline{w}_{ik}} \bullet \;\bullet\; \bullet x_m^{w_{im}}$$

Če to ne velja za nobeno od preostalih nastopajočih konjunkcij, je opazovana konjunkcija <u>izolirana konjunkcija</u>.

<u>Izolirana konjunkcija</u> je vedno glavni vsebovalnik in tudi potrebni glavni vsebovalnik.

Sosednost konjunkcij vedno vnašamo ali opuščamo na osnovi postulatov p in p`.

<u>Med pomembnimi so:</u>

$x + \overline{x} = 1$

$x \, \overline{x} = 0$

$x + x + ...+ x = x$

$x_1 + x_1 x_2 = x_1$

Digitalna tehnika

$$x_1 (x_1 + x_2) = x_1$$

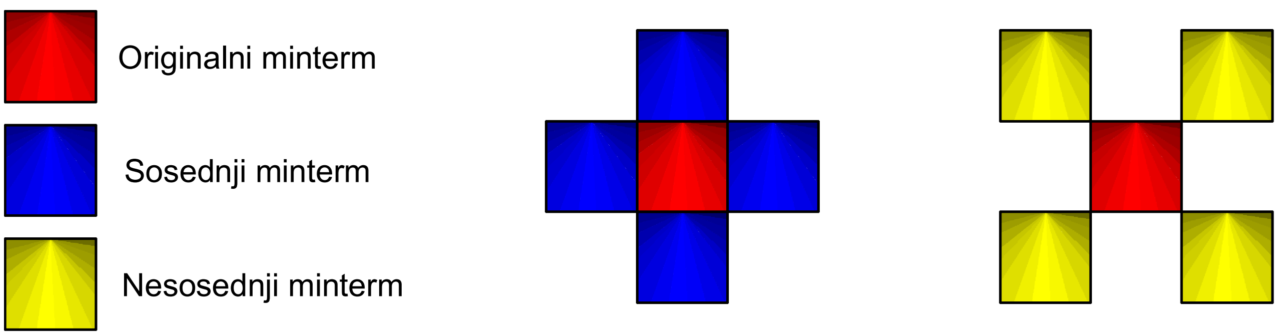
$$x_1 + \bar{x}_1 x_2 = x_1 + x_2$$

$$x_1(\bar{x}_1 + x_2) = x_1 x_2$$

$$\sum_{i=0}^{2^n-1} m_i = 1$$

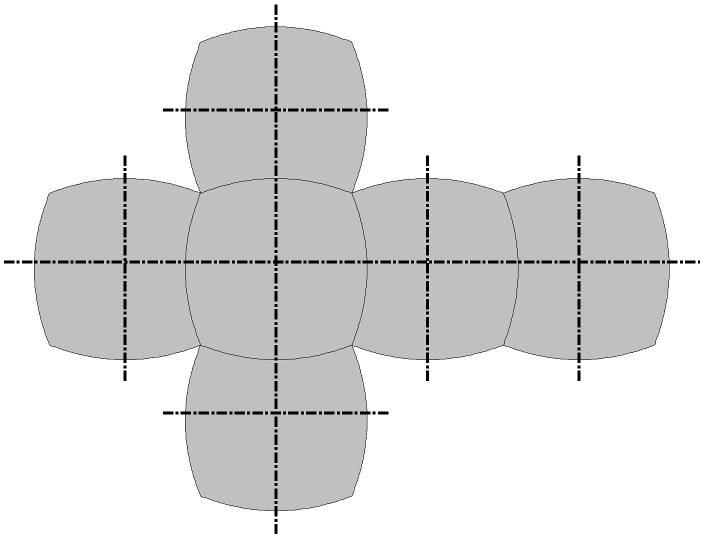
$$\prod_{i=0}^{2^n-1} (M_i) = 0$$

3. 2 Postopek minimizacije v Veitchevem diagramu



Združitev dveh sosednih mintermov nam do konjunkcije dolžine $n - 1$.

Združitev dveh konjunkcij dolžine $n - 1$ da novo konjunkcijo dolžine $n - 2$ itd.

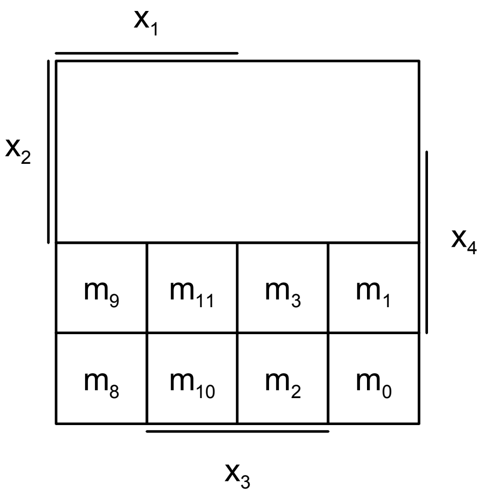


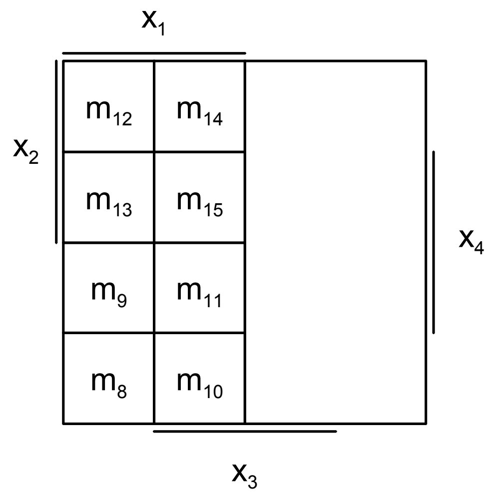
	x_1	x_1			
x_2	m_{12}	m_{14}	m_6		
x_2			m_7		x_4
	m_9	m_{11}	m_3	m_1	x_4
			m_2	m_0	
		x_3	x_3		

	x_1	x_1			
x_2	m_{12}		m_6		
x_2	m_{13}		m_7		x_4
	m_9		m_3		x_4
	m_8		m_2		
		x_3	x_3		

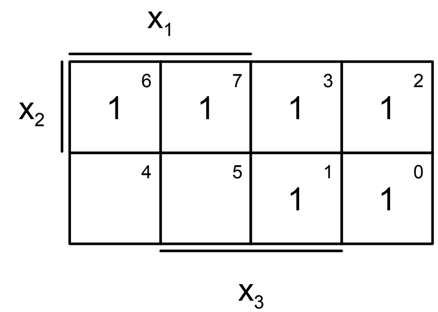
	x_1	x_1			
x_2					
x_2	m_{13}	m_{15}	m_7	m_5	x_4
					x_4
	m_8	m_{10}	m_2	m_0	
		x_3	x_3		

Konjunkciji reda 1:





$$f(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 + x_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 x_2 x_3$$



m_6: m_2, m_7

m_7: m_3, m_6

m_3: m_1, m_2, m_7

m_2 : m_o, m_3, m_6

m_1: m_o, m_3

m_o: m_1, m_2

Iz primerjav:

$(m_6 + m_7) : (m_2 + m_3)$

$(m_6 + m_2) : (m_7 + m_3)$

.

.

.

$(m_1 + m_o) : (m_2 + m_3)$,

vidimo torej, da imajo tudi vsi okrajšani izrazi (konjunkcije) svoje sosede.

Izolirane konjunkcije se pojavijo šele pri dolžini n – 2.

$m_2 + m_3 + m_6 + m_7 = x_2$

$m_0 + m_1 + m_2 + m_3 = \bar{x}_1$

$f(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 + x_2$

1. Obravnavano funkcijo vnesemo v Veitchev diagram

2. Vsak kvadratek s funkcijsko vrednostjo "1" primerjamo na sosednost z ostalimi kvadratki, ki imajo funkcijsko vrednost "1".

3. Kvadratki, ki nimajo sosedov so glavni vsebovalniki in hkrati tudi potrebni glavni vsebovalniki. Vsak tak kvadratek "1" vnese v MDNO en minterm.

4. Kvadratke, ki imajo sosede formiramo v pravokotnike, ki predstavljajo konjunkcije dolžine n – 1.

Če imajo tako formirani pravokotniki sosede, ni nobeden od njih glavni vsebovalnik

Pravokotnik, ki nima soseda je glavni vsebovalnik; potreben pa je samo, če vsebuje enega ali več mintermov, ki niso vsebovani v nobenem drugem glavnem vsebovalniku.

5. Pravokotnike sestavimo v kvadrate, ki predstavljajo konjunkcije dolžine n – 2. Za vse kvadrate, ki imajo sosede se postopek združevanja nadaljuje v smeri n – 3, n – 4 ....

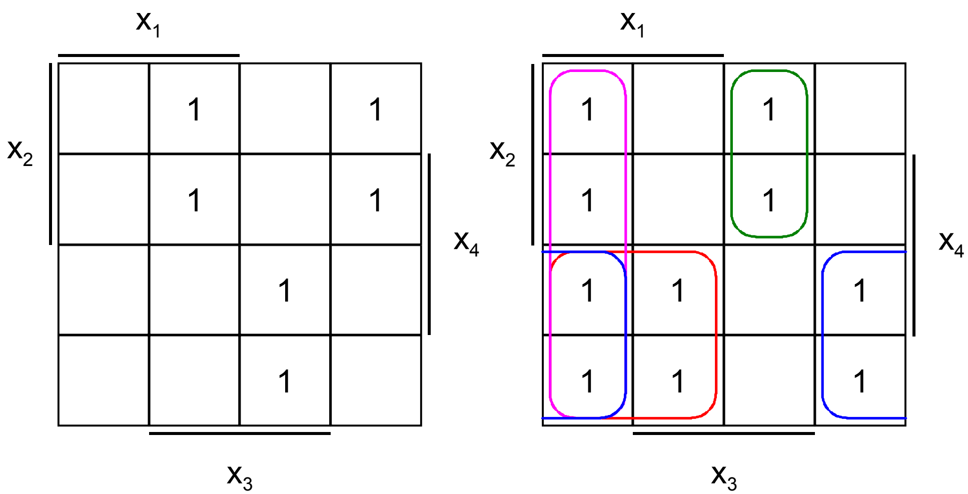
Kvadrati, ki nimajo sosedov so glavni vsebovalniki in morda tudi potrebni glavni vsebovalniki.

6. Vse potrebne glavne vsebovalnike iz točk 2, 3, 4 in 5 povežemo disjunktivno, kar nam da MDNO obravnavane funkcije.

3. 3 Minimalne konjunktivne oblike preklopnih funkcij

$f(x_1, x_2, \dots x_n)$; $\bar{f}(x_1, x_2, \dots x_n)$ dopolnilna funkcija

$f(x_1, x_2, \dots x_n) + \bar{f}(x_1, x_2, \dots x_n) = 1$



$$\bar{f}_{min} = x_1 \bar{x}_3 + \bar{x}_2 \bar{x}_3 + x_1 \bar{x}_2 + \bar{x}_1 x_2 x_3$$

$$f_{min} = \overline{(x_1 \bar{x}_3) + (\bar{x}_2 \bar{x}_3) + (x_1 \bar{x}_2) + (\bar{x}_1 x_2 x_3)}$$

$$f_{min} = (\bar{x}_1 + x_3)(x_2 + x_3)(\bar{x}_1 + x_2)(x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)$$

3 .4 Minimizacija nepopolno opredeljenih preklopnih funkcij

3. 4. 1 Nepopolnost preklopnih funkcij

$f(x_1, x_2, \ldots x_n) = f(w_i)$

število možnih vhodnih vektorjev je 2^n

w_i ne more nastopiti $\rightarrow$ $m_i = 0$

w_i z pogojem $m_i=0$ je pogojni vektor (don't cary condition)

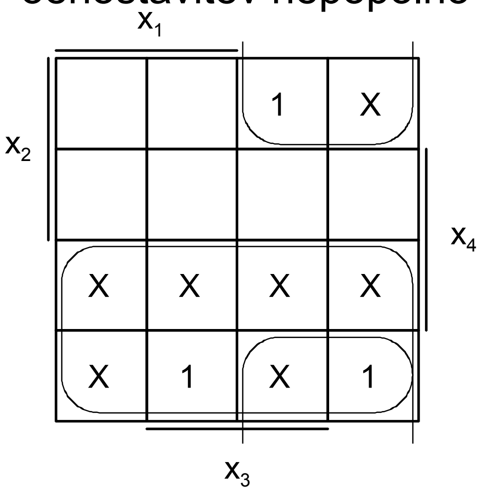
3.4.2 Poenostavljanje nepopolno opredeljenih preklopnih funkcij

Poenostavljanje takšnih funkcij upošteva tudi pogojne vektorje.

$w_i=0$ sledi da je tudi $m_i f_i = 0$

MDNO je tista, ki upošteva kar največ pogojev $w_i=0$.

Poenostavitev nepopolno opredeljene preklopne funkcije:

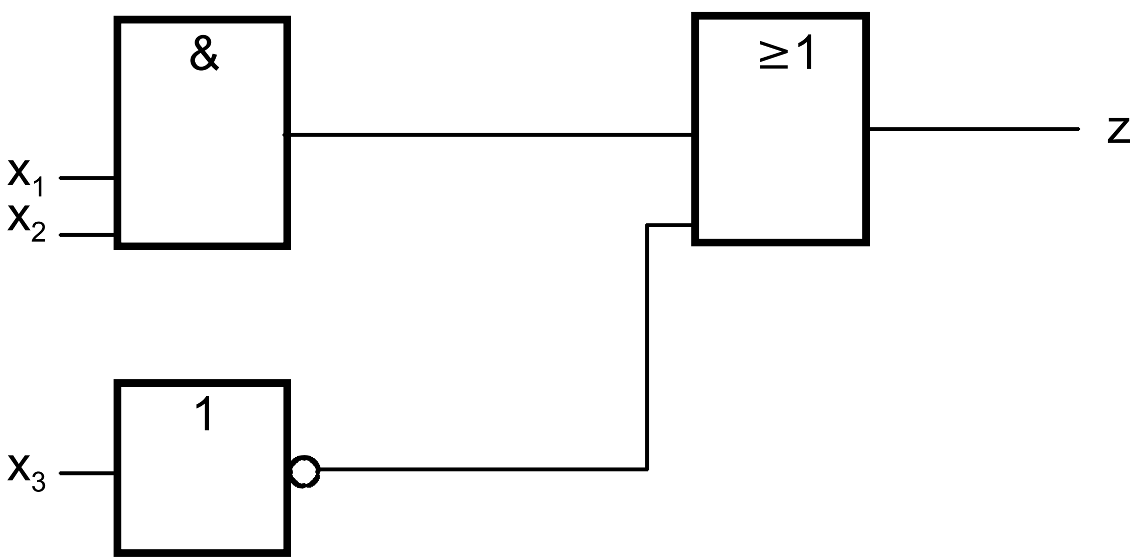


$f_{min} = \bar{x}_2 + \bar{x}_1\ \bar{x}_4$; realizacijski par (2,4) oziroma (5,7)

$f_{minizh} = \bar{x}_1\ x_2\ x_3\ \bar{x}_4 + x_1\ x_2\ \bar{x}_3\ x_4 + \bar{x}_1\ \bar{x}_2\ \bar{x}_3\ \bar{x}_4$; realizacijski par (4,15) oziroma (8,19)

<u>Zgled</u>:

Pretvorite spodnje vezje, izraženo z disjunkcijo, konjunkcijo in negacijo, v vezje, sestavljeno iz NAND elementov.

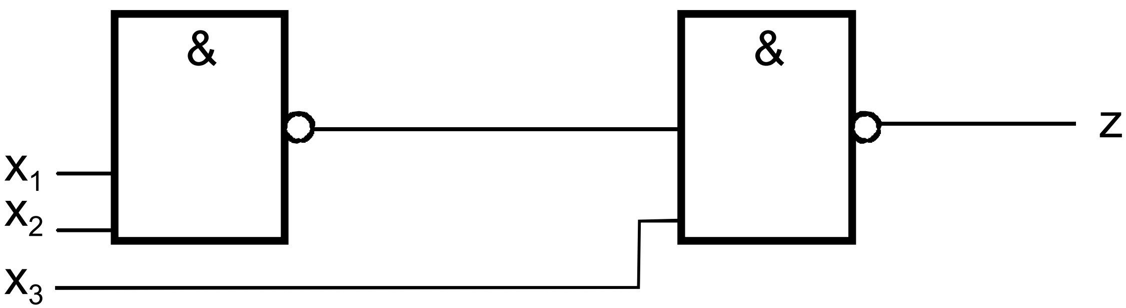


Vezje opravlja logično operacijo:

$$z = x_1x_2 + \overline{x}_3$$

$$z = x_1x_2 + \overline{x}_3 = \overline{\overline{x_1x_2}} + \overline{x}_3 = \overline{\overline{(x_1x_2)}x_3}$$

Ta oblika nam omogoča neposredno risanje vezja z NAND elementi, ki ga vidimo na spodnji skici:



Gornji zgled je preprost, zato je tudi pretvorba v ustrezno obliko enostavna. Če pa moramo pretvarjati kompleksnejše izraze, rajši uporabljamo grafične metode, ki ne zahtevajo toliko spretnosti in so tudi bolj pregledne.