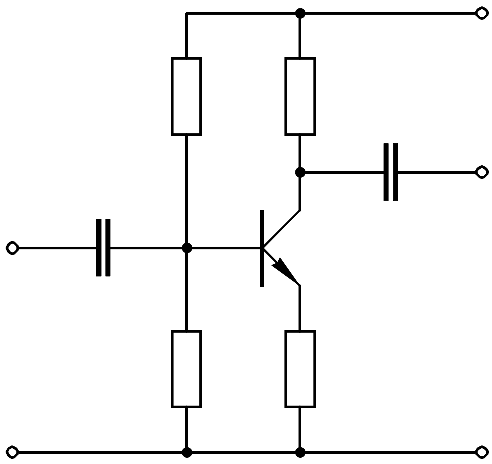
Vaja 1

Izračunajte pogostost odpovedi za podano vezje, če so pogostosti odpovedi elementov FR_R = 20 FIT, FR_C = 2 FIT in FR_T = 100 FIT. Izračunajte še povprečen čas do odpovedi za eno tako vezje in za sistem s 100 takimi vezji, kjer odpoved enega vezja povzroči odpoved celotnega sistema.



Sl. 1.1 Ojačevalnik v orientaciji skupni emitor

Rešitev:

Pogostost odpovedi celotnega sistema je enaka vsoti pogostosti odpovedi vseh elementov sistema, če odpoved kateregakoli elementa povzroči odpoved celotnega sistema:

$$FR_{CEL} = N_R \cdot FR_R + N_C \cdot FR_C + N_T \cdot FR_T \tag{1.1}$$

$$FR_{CEL} = 4 \cdot 20\ \mathrm{FIT} + 2 \cdot 2\ \mathrm{FIT} + 1 \cdot 100\ \mathrm{FIT} = 184\ \mathrm{FIT} \tag{1.2}$$

Povprečni čas do odpovedi sistema je inverzen pogostosti odpovedi sistema, če je ta časovno neodvisna:

$$MTTF = \frac{1}{FR_{CEL}} \tag{1.3}$$

$$MTTF_1 = \frac{1}{184 \cdot 10^{-9}\ \dfrac{\mathrm{odpovedi}}{\mathrm{sistem} \cdot \mathrm{h}}} = 5434782,6\ \mathrm{h}\,\frac{\mathrm{sistem}}{\mathrm{odpoved}} \tag{1.4}$$

$$MTTF_1 \cong 620\ \mathrm{let} \tag{1.5}$$

Za sistem s 100 takimi vezji je pogostost odpovedi ustrezno večja in povprečni čas med odpovedmi ustrezno krajši:

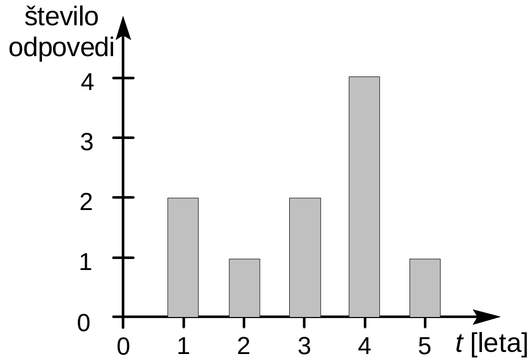
$$MTTF_{100} = \frac{1\ \mathrm{sistem} \cdot \mathrm{h}}{100 \cdot 184 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{odpovedi}} \cong \underline{6,2\ \mathrm{leta}} \tag{1.6}$$

Vaja 2

Iz podatkov v tabeli izračunajte povprečen čas do odpovedi izdelka (*MTTF*), če jih je bilo na začetku 10.

Tabela 2.1 Odpovedi izdelkov po letih

Čas	Število pokvarjenih izdelkov
1. leto	2
2. leto	1
3. leto	2
4. leto	4
5. leto	1



Sl. 2.1 Grafični prikaz podatkov iz tabele

Rešitev:

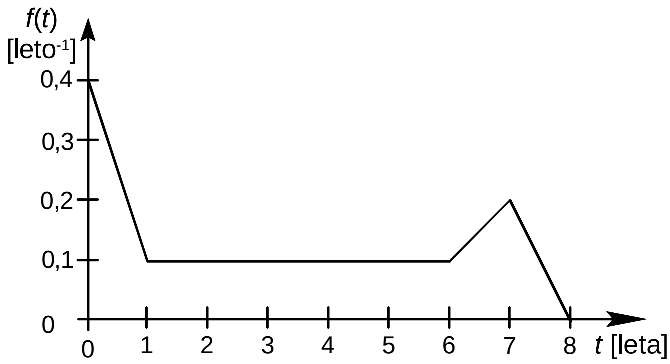
Povprečen čas do odpovedi izdelka je v bistvu povprečje vseh časov v katerih je odpovedal eden izmed opazovanih izdelkov. Če je v določenem časovnem obdobju odpovedalo več izdlkov, je tisto obdobje šteto večkrat:

$$MTTF = \int_0^\infty t f\left(t\right) dt = \sum_{i=0}^{\infty} t_i f\left(t_i\right) \tag{2.1}$$

$$MTTF = 1 \cdot \frac{2}{10} + 2 \cdot \frac{1}{10} + 3 \cdot \frac{2}{10} + 4 \cdot \frac{4}{10} + 5 \cdot \frac{1}{10} = \underline{3{,}1 \text{ leto}} \tag{2.2}$$

Vaja 3

Za podano funkcijo gostote verjetnosti odpovedi sistema $f(t)$ izračunajte povprečni čas do odpovedi izdelka *MTTF*.



Sl. 3.1 Grafični prikaz podatkov iz tabele

Rešitev:

Za znano časovno porazdelitev gostote verjetnosti odpovedi lahko izračunamo povprečni čas do odpovedi po definiciji:

$$MTTF = \int_0^{\infty} tf\left(t\right)dt \tag{3.1}$$

$$MTTF = \frac{1}{10}\left(\int_0^1 t\left(4-3t\right)dt + \int_1^6 tdt + \int_6^7 t(-5+t)dt + \int_7^8 t(16-2t)dt\right) \tag{3.2}$$

$$MTTF = \underline{3,567 \text{ leta}} \tag{3.3}$$

Vaja 4

Določite potrebni čas testiranja t_t pri pospešenem staranju, da bo meritev omogočila določitev odpovedi testiranih komponent za obdobje 10 let, če testiramo pri temperaturi 150°C, komponente pa bodo delovale pri temperaturi okolice 70°C! Za aktivacijsko energijo degradacijskega procesa upoštevajte E_a = 0,625 eV.

E_a = 0,625 eV	T_t = 150°C
$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K	T_a = 70°C
$q_0 = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As	

Rešitev:

Na osnovi podane zahteve izračunamo faktor pospešitve (akceleracije), ki je določen z razmerjem med obema hitrostima reakcije, oziroma tudi z razmerjem med obema časoma:

$$AF = \frac{t}{t_t} = \frac{RR_t}{RR} = e^{-\frac{E_a}{k}\cdot\left(\frac{1}{T_t}-\frac{1}{T_a}\right)} = 54,36 \tag{4.1}$$

Pri tem smo upoštevali, da je aktivacijska energija podana v elektron voltih (eV), in da jo moramo pretvoriti v joule preden jo vstavimo v enačbo (4.1):

$$E_a = 0,625\,\text{eV} = 0,625 \cdot q_0 \cdot 1\,\text{V} = 0,625 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\,\text{AsV} = 10^{-19}\,\text{J} \tag{4.2}$$

Iz enačbe (4.1) izpeljimo čas testiranja t_t:

$$t_t = \frac{t}{AF} = \frac{10 \cdot 365 \cdot 24\ \text{h}}{54,36} = \underline{1611\ \text{h}} \tag{4.3}$$

Vaja 5

Določite potrebni temperaturi testiranja Tt pri pospešenem staranju, da bo meritev pri 1000 urah omogočila določitev odpovedi testiranih komponent za obdobje 20 let, pri temperaturah okolice 20°C in 70°C! Za aktivacijsko energijo degradacijskega procesa upoštevajte E_a = 0,625 eV.

E_a = 0,625 eV
$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K
$q_0 = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As

$T_{a\,1}$ = 20°C
$T_{a\,2}$ = 70°C

Rešitev:

Na osnovi podane zahteve izračunamo faktor pospešitve (akceleracije), ki je določen z razmerjem med obema časoma:

$$AF = \frac{t_{T_a}}{t_{T_t}} = \frac{20 \cdot 365 \cdot 24\ \mathrm{h}}{1000\ \mathrm{h}} = 175{,}2 \tag{5.1}$$

Na osnovi enačbe (5.2), ki podaja razmerje hitrosti degradacije pri dveh različnih temperaturah, izračunamo ustrezno temperaturo testiranja T_t

$$AF = \exp\left(\frac{E_a}{k}\left(\frac{1}{T_a} - \frac{1}{T_t}\right)\right) \tag{5.2}$$

$$\frac{k}{E_a} \ln AF = \frac{1}{T_a} - \frac{1}{T_t} \tag{5.3}$$

Aktivacijska energija je podana v elektron voltih (eV), in jo moramo pretvoriti v navadno enoto za energijo t.j. joule.

$$E_a = 0{,}625\,\mathrm{eV} = 0{,}625 \cdot q_0 \cdot 1\,\mathrm{V} = 0{,}625 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{AsV} = 10^{-19}\,\mathrm{J} \tag{5.4}$$

$$\begin{aligned} T_{t1} &= \left(\frac{1}{T_{a1}} - \frac{k}{E_a}\ln AF\right)^{-1} = \\ &= \left(\frac{1}{(273+20)\mathrm{K}} - \frac{1{,}38 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J}}{10^{-19}\,\mathrm{J/K}}\ln 175{,}2\right)^{-1} = \underline{370\ \mathrm{K}} \end{aligned} \tag{5.5}$$

$$T_{t2} = \left(\frac{1}{(273+70)\mathrm{K}} - \frac{1{,}38 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J}}{10^{-19}\,\mathrm{J/K}}\ln 175{,}2\right)^{-1} = \underline{454\ \mathrm{K}} \tag{5.6}$$

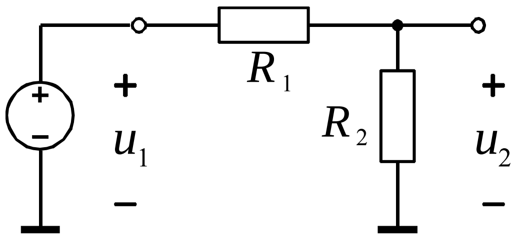
Gornja rezultata lahko izrazimo tudi v °C, ki smo jih bolj vajeni. Odšteti je potrebno temperaturo izhodišča Celzijeve skale t.j. 273 K.

$$T_{t1} = (370 - 273)°\mathrm{C} = \underline{97°\mathrm{C}} \tag{5.7}$$

$$T_{t2} = (454 - 273)°\mathrm{C} = \underline{181°\mathrm{C}} \tag{5.8}$$

Vaja 6

Dimenzionirajte napetostni delilnik s slabljenjem -12 dB! Upornost delilnika mora biti med 5 in 6 kΩ. Za realizacijo uporabite vrednosti uporov iz lestvice E24!



Sl. 6.1 Shema napetostnega delilnika

Rešitev:

Iz zahtevanega slabljenja izračunamo razmerje uporov R_1 in R_2. Iz skupne upornosti, ki predstavlja obremenitev vira, ter vrednosti v lestvici, pa izberemo konkretne vrednosti. Napetostno ojačenje, izraženo v dB, je enako negativni vrednosti slabljenja.

$$A_{U\,(\mathrm{dB})} = 20\log A_U = 20\log\frac{u_2}{u_1} = -12\,\mathrm{dB} \tag{6.1}$$

$$A_U = \frac{u_2}{u_1} = 10^{\frac{A_{U(\mathrm{dB})}}{20}} = 10^{-0,6} = 0,25 \tag{6.2}$$

Gornji rezultat, bi lahko izračunali tudi iz dejstva, da pomeni ojačenje -3dB faktor 0,71. Seštevanje v logaritmičnem merilu pomeni množenje v absolutnem, zato lahko od tod izračunamo rezultat (6.2) brez posebnega računa. Ojačenje delilnika je dano z izrazom

$$A_U = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad \Rightarrow \quad R_1 = \left(\frac{1}{A_U} - 1\right) R_2 = 3R_2 \tag{6.3}$$

$$5\,\mathrm{k\Omega} < R_1 + R_2 < 6\,\mathrm{k\Omega} \tag{6.4}$$

$$5\,\mathrm{k\Omega} < 4R_2 < 6\,\mathrm{k\Omega} \tag{6.5}$$

$$1,25\,\mathrm{k\Omega} < R_2 < 1,5\,\mathrm{k\Omega} \tag{6.6}$$

V lestvici E24 so sledeče vrednosti, ki se ponavljajo vsako dekado:

Tabela 6.1 Uporovna lestvica E24

1,0	1,1	1,2	1,3	1,5	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,7	3,0
3,3	3,6	3,9	4,3	4,7	5,1	5,6	6,2	6,8	7,5	8,2	9,1

Iz gornje tabele in pogojev (6.3) in (6.6) dobimo rešitev

$$R_2 = \underline{1,3\ \mathrm{k\Omega}} \qquad R_1 = \underline{3,9\ \mathrm{k\Omega}} \tag{6.7}$$

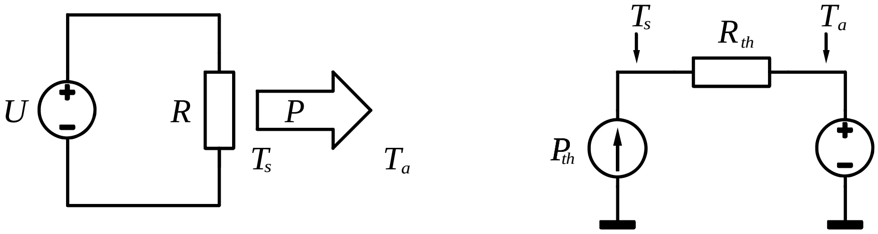
V kolikor ne bi imeli omejitve glede skupne upornost, bi v lestvici E24 našli kar štiri pare uporov, katerih razmerje upornosti je 1 : 3.

Vaja 7

Kolikšna je temperatura površine ogljenoplastnega upora T_S, če je upor z nazivno upornostjo 100Ω priključen na napetostni generator z napetostjo 10V? Temperatura okolice je T_a = 70°C. Toplotna upornost površine upora do okolice je $R_{th\,sa}$ = 70°C/W. Temperaturni koeficient upornosti je TK_R = -500 ppm/°C. Upoštevajte referenčno temperaturo T_0= 20°C!

Rešitev:

Zaradi lastnega segrevanja, ki je posledica dovajane električne moči, se upornost upora z naraščajočo temperaturo spreminja. Prevajanje toplote modeliramo s pomočjo analogije z električnimi vezji, kjer temperaturo predstavimo z napetostjo, toplotni tok pa z električnim tokom (slika 7.1).



Sl. 7.1 Priključitev upora in električni model prevajanja toplote

Temperaturo površine (7.1) izračunamo na podlagi dovajane električne moči (7.2), ki se troši na uporu $P = U\,I$. Pri tem upoštevamo spremembo upornosti zaradi povišane temperature upora (7.3).

$$T_s = T_a + R_{th\,sa} P \tag{7.1}$$

$$P = \frac{U^2}{R(T)} \tag{7.2}$$

$$R(T) = R_0\left(1 + TK_R(T_s - T_0)\right) \tag{7.3}$$

Enačbe (7.1) do (7.3) združimo in izračunamo temperaturo površine T_s

$$T_s = T_a + \frac{U^2 R_{th\,sa}}{R_0\left(1 + TK_R(T_s - T_0)\right)} \tag{7.4}$$

$$T_s^2 + \left(\frac{1}{TK_R} - T_a - T_0\right)T_s + T_a T_0 - \frac{T_a}{TK_R} - \frac{U^2 R_{th\,sa}}{R_0 TK_R} = 0 \tag{7.5}$$

V kvadratno enačbo (7.5) vstavimo vrednosti, saj nadaljnje splošno reševanje zaradi nepreglednosti izrazov ni smiselno. Od obeh rešitev upoštevamo le tisto, ki je fizikalno smiselna.

$$T_s^2 - 2090\,°\mathrm{C} \cdot T_s + 281400(°\mathrm{C})^2 = 0 \tag{7.6}$$

$$T_s = \underline{144{,}65\,°\mathrm{C}} \tag{7.7}$$

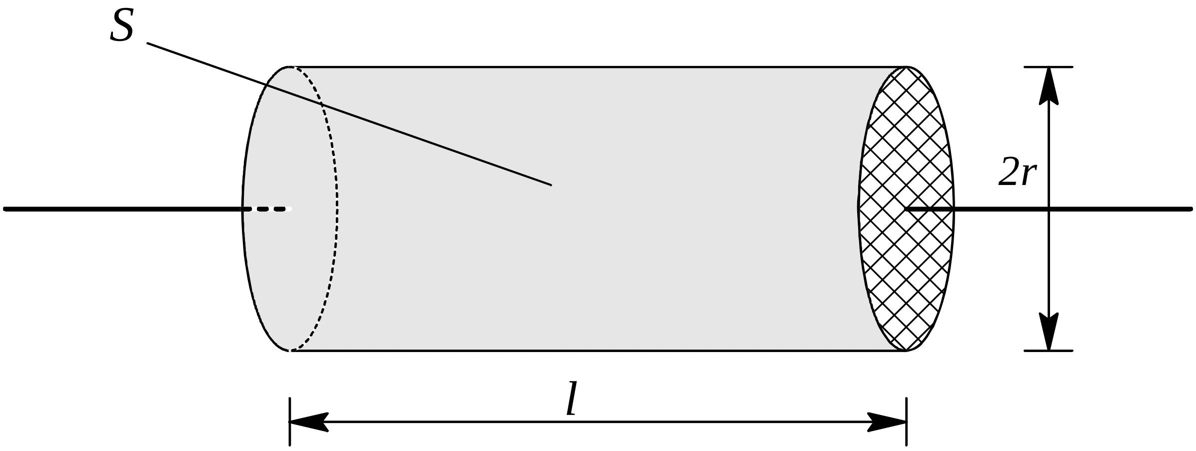
Približno rešitev lahko dobimo mnogo hitreje, če ne upoštevamo spremembe upornosti zaradi segrevanja upora. V tem primeru izračunamo temperaturo površine T_S le iz enačb (7.1) in (7.2). Ta poenostavitev nam da rešitev T_S = 140°C. Relativna napaka glede na temperaturo po točnem izračunu (7.7) je v tem primeru - 3,3%, kar je v večini praktičnih primerov zadostna točnost.

Vaja 8

Kolikšna mora biti dolžina *l* keramičnega telesa ogljenoplastnega upora, da bo njegova nazivna moč 5 W pri temperaturi okolice 70°C. Dimenzije upora so podane na sliki 8.1. Parameter α_{th} je specifična toplotna prestopnost površine upora na okoliški zrak. Pri izračunu upoštevajte odvajanje toplote na okolico le s površine, kjer se toplota generira, t.j. s plašča valja.

$2r$ = 16 mm
$T_{s\,max}$ = 150°C

α_{th} = 35W m^{-2}K^{-1}
T_a = 70°C



Sl. 8.1 Dimenzije in oblika plastnega upora

Rešitev:

Efektivna površina, ki se greje in s katere se toplota odvaja, je le uporovna plast na plašču valja. Osnovni ploskvi sta hladnejši, ker sta okovinjeni. Toplotni tok P_{th} s površine upora izračunamo z izrazom za prestop toplote.

$$P_{th} = \alpha_{th}\, S\, \Delta T \tag{8.1}$$

Nazivna moč upora P_N je enaka toplotnemu toku pri maksimalni dopustni temperaturni razliki, zato velja

$$P_N = P_{th} = \alpha_{th} 2\pi r\, l (T_{S\max} - T_a) \tag{8.2}$$

Od tod izračunamo iskano dolžino keramičnega telesa *l*

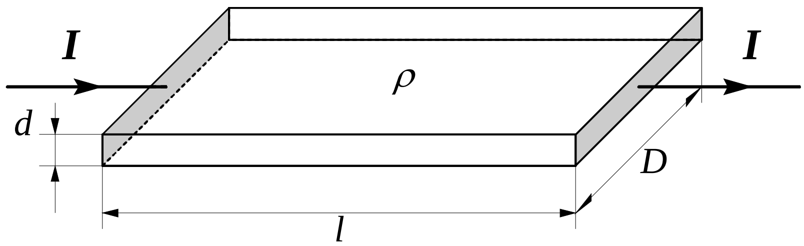
$$\begin{aligned} l &= \frac{P_N}{(T_{S\max} - T_a)\alpha_{\mathrm{th}} 2\pi r} = \\ &= \frac{5\ \mathrm{W}\cdot \mathrm{m}^2\mathrm{K}}{80\ \mathrm{K}\cdot 35\ \mathrm{W}\cdot \pi \cdot 16\cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}} = 0{,}0355\ \mathrm{m} = \underline{35{,}5\ \mathrm{mm}} \end{aligned} \tag{8.3}$$

Vaja 9

Z metodo štirih konic za merjenje plastne upornosti izmerimo napetost $U = 9$ mV pri toku $I = 2$ mA. Izračunajte plastno upornost R_{sh} difundirane plasti in določite dolžino integriranega upora z upornostjo $R = 500\ \Omega$ izdelanega s takšno difuzijo. Najmanjša dopustna širina uporovne proge je $D = 10\ \mu$m.

$U = 9$ mV $I = 2$ mA
$R = 500\ \Omega$ $D = 10\ \mu$m

Rešitev:



Sl. 9. 1 Razmere v uporovni plasti

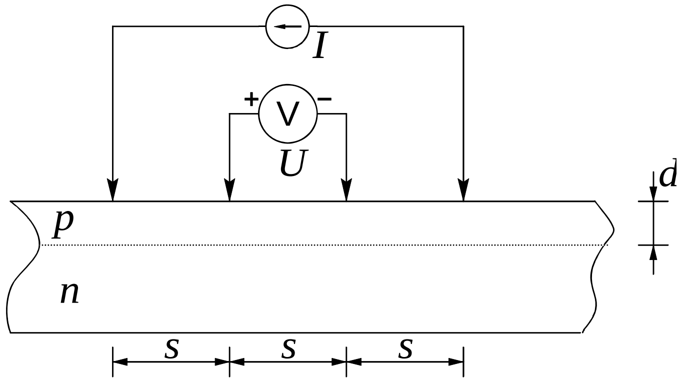
Upornost tanke plasti debeline d s specifično upornostjo ρ izračunamo z izrazom

$$R = \rho \frac{l}{A} = \frac{\rho l}{d D} = R_{\mathrm{sh}} \frac{l}{D} \quad , \tag{9.1}$$

kjer je plastna upornost R_{sh}, ki je definirana kot

$$R_{sh} = \frac{\rho}{d} = \frac{1}{\sigma d} \tag{9.2}$$

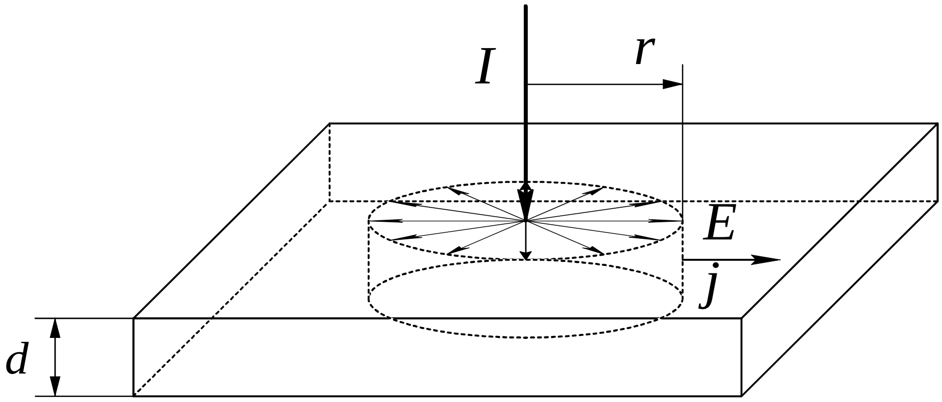
enaka tudi upornosti enega kvadratka uporovne plasti. Razmerje l/D predstavlja pa število kvadratkov v uporovni progi. Plastna upornost je primerna za računanje plastnih uporov, izdelanih iz uporovnega materiala v obliki plasti konstantne debeline. Plastno upornost merimo z metodo štirih konic. Meritev je prikazana na sliki 0.2 za primer difundiranega upora.



Sl. 9.2 Meritev plastne upornosti difundirane plasti

Obravnavo meritve pričnemo z analizo razmer pri levem kontaktu. Na sliki 9.3 je narisana porazdelitev toka v plasti debeline *d* v okolici koničastega kontakta, pri čemer je drugi kontakt na robovih substrata v neskončnosti. Zaradi osne simetrije se tok kontakta *I* enakomerno porazdeli, zato teče skozi plašč valja z osjo v konici in z radijem *r* tokova gostota

$$j(r) = \frac{I}{S} = \frac{I}{2\pi r d} \tag{9.3}$$



Sl. 9.3 Porazdelitev vrinjenega toka v bližini koničastega kontakta

Z uporabo dobro znanega Ohmovega zakona dobimo odvisnost velikosti električnega polja od oddaljenosti *r* (smer polja je radialna)

$$j = \sigma E = \frac{E}{\rho} \quad \Rightarrow \quad E(r) = \rho j(r) = \frac{\rho I}{2\pi d\, r} \tag{9.4}$$

Iz električnega polja izračunamo električni potencial (9.5), ter iz njega napetost med točkama na razdalji *s* in 2*s*.

$$V(r) = -\int_{\infty}^{r} E(r)dr = -\frac{\rho I}{2\pi d}\int_{\infty}^{r}\frac{dr}{r} = -\frac{\rho I}{2\pi d}\ln r + V_0 \tag{9.5}$$

$$\begin{aligned} U^{+} &= V(s) - V(2s) = -\frac{\rho I}{2\pi d}\ln s + \frac{\rho I}{2\pi d}\ln 2s = \\ &= \frac{\rho I}{2\pi d}\ln\frac{2s}{s} = \frac{\rho I}{2\pi d}\ln 2 \end{aligned} \tag{9.6}$$

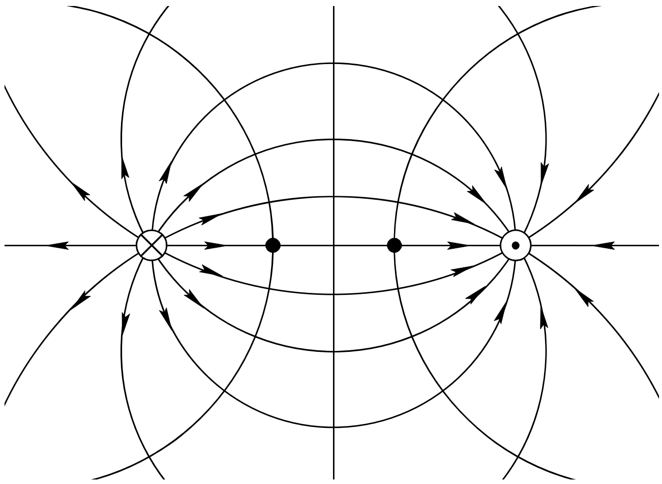
V kolikor sedaj približamo drugi kontakt iz neskončnosti na razdaljo 3*s*, potem moramo upoštevati še električni potencial polja okoli druge konice. Ker je električni potencial skalar, je celoten potencial vsota obeh, napetost med notranjima konicama, pa je razlika skupnega potenciala, oziroma vsota napetosti.

$$\begin{aligned} U &= U^{+} + U^{-} = \frac{\rho I}{2\pi d}\ln 2 + \frac{\rho(-I)}{2\pi d}\ln\frac{1}{2} = \frac{\rho I}{\pi d}\ln 2 = \\ &= \frac{\ln 2}{\pi} R_{sh} I = 4{,}532 \cdot R_{sh} I \end{aligned} \tag{9.7}$$

Iz gornje enačbe sledi končni rezultat za meritev plastne upornosti

$$R_{sh} = \frac{\pi}{\ln 2}\frac{U}{I} = 4.53\frac{U}{I} \tag{9.8}$$

Električno polje in potek gostote toka v področju pod merilnimi konicami je prikazan na sliki 9.4. Prikazana slika polja tanki prevodni plasti je enaka elektrostatičnemu polju med dvema dolgima ravnima vodnikoma. V obeh primerih obravnavamo polje le v dveh dimenzijah.



Sl. 9.4 Tokovnice in ekvipotencialne ploskve med merilnimi konicami

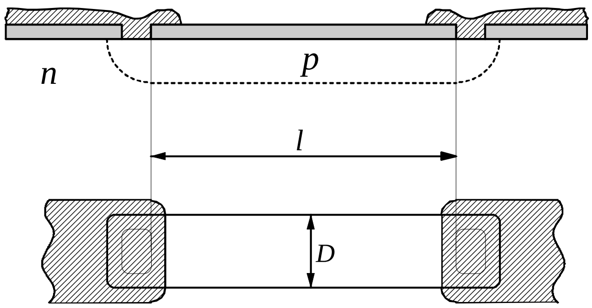
Z upoštevanjem enačbe (9.7) in podatkov izračunamo plastno upornost

$$R_{\mathrm{sh}} = \frac{\pi}{\ln 2}\cdot\frac{U}{I} = \frac{\pi}{\ln 2}\cdot\frac{9\,\mathrm{mV}}{2\,\mathrm{mA}} = 20{,}39\,\Omega/\square \approx \underline{20{,}4\ \Omega/\square} \tag{9.9}$$

Za izračun dolžine *l* difundiranega upora uporabimo izraz (0.1) in upoštevamo najmanjšo dovoljeno širino uporovne proge *D*

$$l = \frac{R\cdot D}{R_{\mathrm{sh}}} = \frac{500\,\Omega\cdot 10\,\mu\mathrm{m}}{20{,}39\,\Omega} = \underline{245{,}1\ \mu\mathrm{m}} \tag{9.10}$$

Na sliki 9.5 je prikazana geometrija takega difundiranega upora. V kolikor je dolžina upora prevelika, ga lahko skrajšamo z uporabo meandrov, kar pa poveča površino, ki jo tak upor zaseda na integriranem vezju.

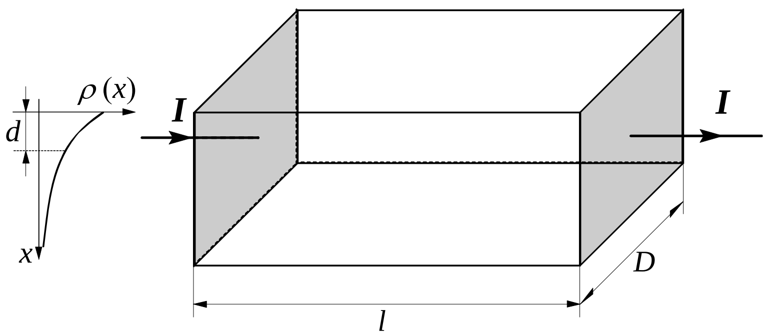


Sl. 9.5 Prerez in tloris integriranega upora

Vaja 10

Za plastni upor imamo podano specifično prevodnost v odvisnosti od globine $\sigma(x) = \sigma_0 e^{-\frac{x}{d}}$, $\sigma_0 = 10\ \mathrm{kS/m}$, $d = 1\ \mu\mathrm{m}$. Izračunajte plastno upornost R_{sh} difundirane plasti in določite dolžino integriranega upora z upornostjo $R = 500\ \Omega$ izdelanega s takšno difuzijo. Najmanjša dopustna širina uporovne proge je $D = 10\ \mu\mathrm{m}$.

$\sigma(x) = \sigma_0 e^{-\frac{x}{d}}$ $\sigma_0 = 10\ \mathrm{kS/m}$ $d = 1\ \mu\mathrm{m}$
$R = 500\ \Omega$ $D = 10\ \mu\mathrm{m}$



Sl. 10.1 Razmere v uporovni plasti

Rešitev:

Zapišimo prevodnost diferencialno tanke plasti, za katero lahko smatramo, da je specifična prevodnost konstantna

$$dG = \sigma(x)\frac{D \cdot dx}{l} \tag{10.1}$$

Debelina substrata je zelo velika v primerjavi z globino, do katere specifična prevodnost upora še ni zanmearljiva. Zato lahko smatramo, da je debelina substrata neskončna. Celotna prevodnost je tako

$$G = \frac{D}{l}\int_0^\infty \sigma(x)\,dx = \frac{D}{l}\cdot\frac{1}{R_{sh}} \tag{10.2}$$

Iz (10.2) lahko izrazimo R_{sh}

$$R_{sh} = \frac{1}{\int_0^\infty \sigma(x)\,dx} \tag{10.3}$$

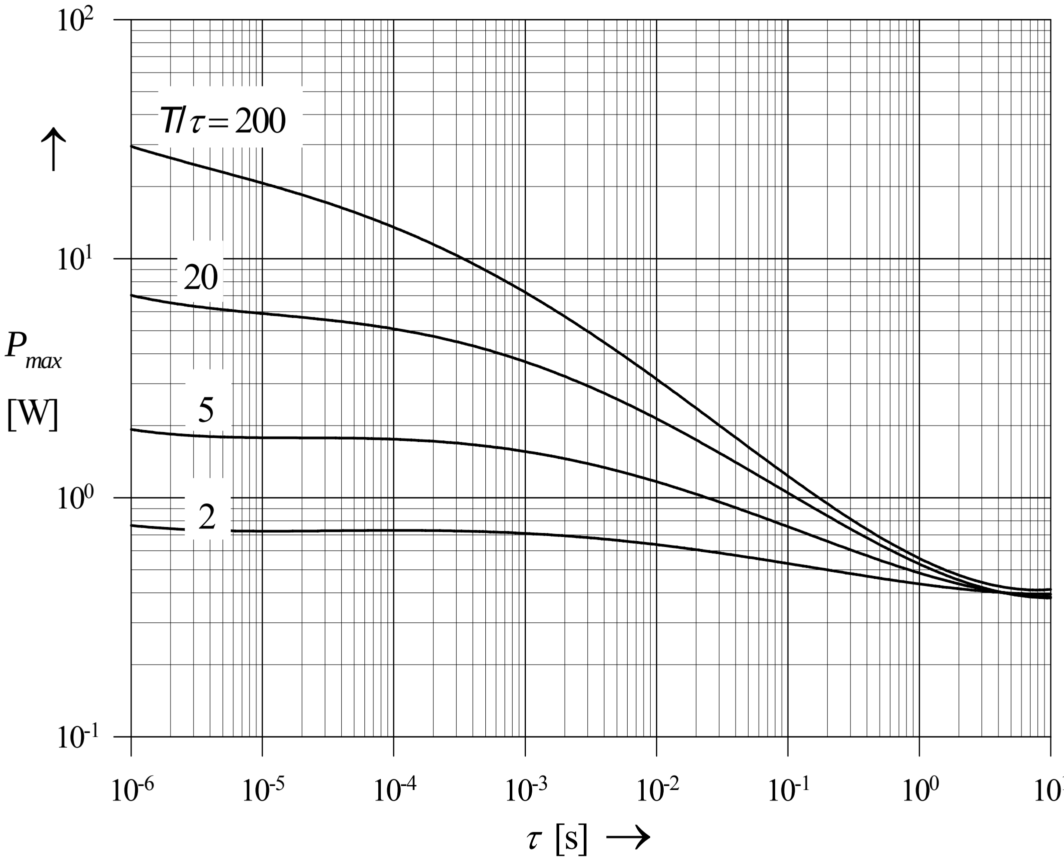
$$R_{sh} = \frac{1}{\int_0^\infty \sigma_0 e^{-\frac{x}{d}}dx} = \frac{1}{-\sigma_0 d \cdot e^{-\frac{x}{d}}\Big|_0^\infty} = \frac{1}{\sigma_0 d} = \frac{1\ \mathrm{m}}{10\ \mathrm{kS}\cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}} = 100\ \Omega \tag{10.4}$$

$$l = \frac{R}{R_{sh}}\cdot D = \frac{500\ \Omega}{100\ \Omega}\cdot 10\ \mu\mathrm{m} = \underline{50\ \mu\mathrm{m}} \tag{10.5}$$

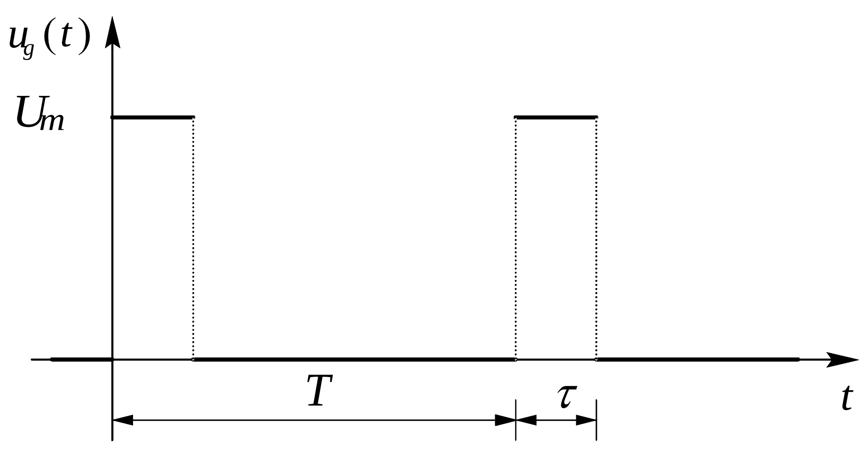
Vaja 11

Na osnovi diagrama za maksimalno impulzno obremenitev upora določite najvišjo dopustno amplitudo napetosti U_m na uporu R = 1 kΩ. Časovna oblika napetosti je podana na sliki 11.2. Kolikšna je povprečna moč na uporu?

T = 2 ms τ = 0,1 ms



Sl. 11.1 Diagram maksimalne impulzne moči v odvisnosti od širine impulza τ in periode *T*



Sl. 11.2 Impulzna napetost

Rešitev:

Na osnovi podatkov izračunamo razmerje med periodo T in trajanjem impulza τ

$$\frac{T}{\tau}=\frac{2\,\mathrm{ms}}{0,1\,\mathrm{ms}}=20 \tag{11.1}$$

Iz grafa (sl.11.1) odčitamo za gornje razmerje in trajanje impulza τ = 0,1 ms = 10^{-4} s impulzno moč P_{max} = 5 W.

$$P_{max}=\frac{U_m^2}{R}\Rightarrow U_m=\sqrt{P_{max}R}=\sqrt{5\ \mathrm{W}\cdot 1000\ \Omega}=\underline{70,7\ \mathrm{V}} \tag{11.2}$$

$$P=\frac{P_{max}\tau}{T}=\frac{5\ \mathrm{W}}{20}=\underline{0,25\ \mathrm{W}} \tag{11.3}$$

Povprečna izgubna moč P = 0,25 W je manjša od nazivne moči P_N pri enosmerni obremenitvi, ki jo lahko razberemo iz grafa pri vrednostih za dolge napetostne impulze τ (P_N = 0,4 W).

Vaja 12

Izračunajte upornost meter dolge okrogle bakrene žice s premerom 1 mm za enosmerni signal in signal s frekvenco 1 MHz. Specifična upornost bakra je $\rho_{Cu} = 1,682 \cdot 10^{-8}\,\Omega\mathrm{m}$.

Rešitev:

Upornost telesa izračunamo z enačbo (12.1). Za enosmerne signale je površina S enaka kar preseku vodnika.

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} \tag{12.1}$$

$$R_{DC} = \rho_{Cu} \cdot \frac{l}{\pi r^2} = 1,682 \cdot 10^{-8}\ \Omega\mathrm{m} \cdot \frac{1\ \mathrm{m}}{\pi \cdot \left(0,5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}\right)^2} = \underline{21\ \mathrm{m}\Omega} \tag{12.2}$$

Pri višjih vrekvencah začne gostota toka z globino upadati. Globina, pri kateri upade gostota toka na 36 % gostote na površini (1/e), pravimo vdorna globina. Izračunamo jo lahko z enačbo (12.3).

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho}{\pi f \mu}} = \sqrt{\frac{1,682 \cdot 10^{-8}\ \Omega\mathrm{m\ Am}}{\pi \cdot 10^{6}\ \mathrm{Hz} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{Vs}}} = 65\ \mu\mathrm{m} \tag{12.3}$$

Ker gostota toka pojema z globino po enačbi (12.4),

$$j(x) = j_0 e^{-\frac{x}{\delta}} \tag{12.4}$$

lahko to porazdelitev poenostavimo v zapis (12.5).

$$j(x) = \begin{cases} j_0 & \text{za: } x < \delta \\ 0 & \text{za: } x > \delta \end{cases} \tag{12.5}$$

To pomeni, da lahko izračunamo ekvivalentni presek, po katerem teče tok in ga uporabimo pri izračunu upornosti za dani primer.

$$S = \pi r^2 - \pi\left(r - \delta\right)^2 = \pi\left(2r - \delta\right)\delta \tag{12.6}$$

Iskano upornost dobimo, ko vstavimo (12.6) v (12.1).

$$R = \rho \cdot \frac{l}{\pi\left(2r - \delta\right)\delta} \tag{12.7}$$

$$R = 1,682 \cdot 10^{-8}\ \Omega\mathrm{m} \cdot \frac{1\ \mathrm{m}}{\pi \cdot \left(1 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} - 65 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}\right) \cdot 65 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}} \tag{12.8}$$

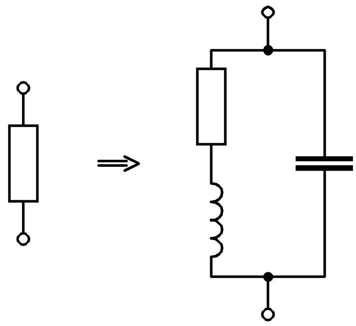
$$R = \underline{88\ \mathrm{m}\Omega} \tag{12.9}$$

Vaja 13

Kolikšna je impedanca realnega upora z upornostjo 1 kΩ, parazitno kapacitivnostjo 50 fF in parazitno induktivnostjo 3 nH oziroma 30 nH pri frekvencah 100 MHz, 2,5 GHz in 10GHz?

Rešitev:

Realni upor lahko nadomestimo z idealnim uporom, parazitno induktivnostjo in parazitno kapacitivnostjo.



Sl. 13.1 Realni upor in njegov model s parazitnimi elementi

Zapišimo impedanco modela realnega upora.

$$\frac{1}{\hat{Z}} = \frac{1}{R + j\omega L} + j\omega C \tag{13.1}$$

$$\hat{Z} = \frac{R + j\omega L}{1 - \omega^2 LC + j\omega RC} \tag{13.2}$$

Iz (13.2) lahko izrazimo absolutno vrednost impedance.

$$\left|\hat{Z}\right| = \sqrt{\hat{Z}\hat{Z}^*} = \sqrt{\frac{\omega^2 L^2 + R^2}{(1 - \omega^2 LC)^2 + \left(\omega RC\right)^2}} \tag{13.3}$$

Sedaj le še vstavimo številke v (13.3).

$$\left|\hat{Z}\right|_{3\,\mathrm{nH},100\,\mathrm{MHz}} = \underline{1000\ \Omega} \tag{13.4}$$

$$\left|\hat{Z}\right|_{3\,\mathrm{nH},2{,}5\,\mathrm{GHz}} = \underline{806\ \Omega} \tag{13.5}$$

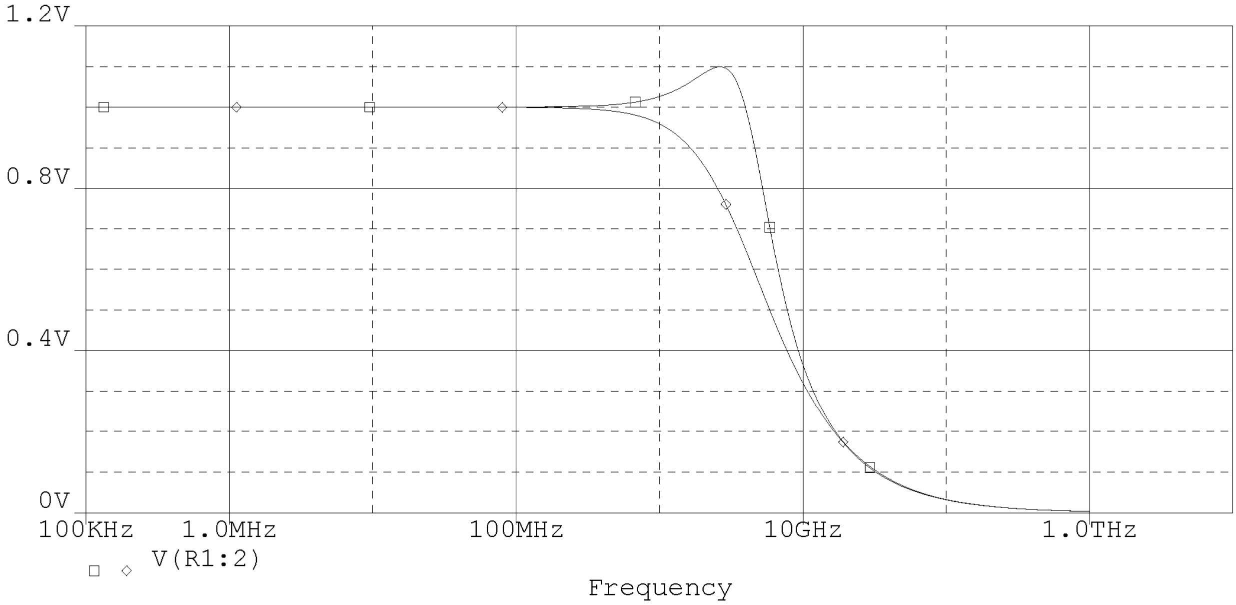
$$\left|\hat{Z}\right|_{3\,\mathrm{nH},10\,\mathrm{GHz}} = \underline{321\ \Omega} \tag{13.6}$$

$$\left|\hat{Z}\right|_{30\,\mathrm{nH},100\,\mathrm{MHz}} = \underline{1000\ \Omega} \tag{13.7}$$

$$\left|\hat{Z}\right|_{30\,\mathrm{nH},2{,}5\,\mathrm{GHz}} = \underline{1098\ \Omega} \tag{13.8}$$

$$\left|\hat{Z}\right|_{30\,\mathrm{nH},10\,\mathrm{GHz}} = \underline{365\ \Omega} \tag{13.9}$$

Celotni frekvenčni potek impedance za parazitni induktivnosti 3 nH in 30 nH je prikazan na sliki 13.2



Sl. 13.2 Frekvenčna poteka napetosti za model realnega upora s parazitnima induktivnostma 3 nH in 30 nH za vzbujanje z izmeničnim tokom 1 mA.

Vaja 14

Izračunajte efektivno napetost tokovnega in termičnega šuma za ogljenoplastni upor z upornostjo R = 100 kΩ na frekvenčnih intervalih:

a) $B_1 = 1 \div 10$ Hz
b) $B_2 = 100\text{kHz} \div 1$ MHz.

Efektivna vrednost fluktuacije upornosti na frekvenčno dekado danega ogljenoplastnega upora je 2 μΩ/Ω! Tok preko upora je 1mA. Temperatura upora je 27°C.

R = 100 kΩ	$\Delta R/R$ = 2 μΩ/Ω	I = 1 mA
$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K	T = 27°C	

Rešitev:

Absolutna vrednost fluktuacije upornosti v dekadi znaša

$$\Delta R = \Delta R / R \cdot R = 2\ \mu\Omega / \Omega \cdot 100\ \text{k}\Omega = 0,2\ \Omega \qquad (14.1)$$

Šumna napetost tokovnega šuma v eni dekadi je

$$U_{Nef} = \Delta R I = 0,2\ \Omega \cdot 1\ \text{mA} = 0,2\ \text{mV} \qquad (14.2)$$

Rezultat (14.2) velja za frekvenčno območje B_1 in B_2 zato, ker obe območji zavzemata eno dekado, saj je razmerje med $f_{zg} : f_{sp} = 10$. Napetost termičnega šuma upora je dana z Nyquistovo enačbo

$$U_N = \sqrt{4kTRB} \qquad (14.3)$$

Za konkretni frekvenčni območji in dano temperaturo dobimo

$$\begin{aligned} U_{N1} &= \sqrt{4 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}\ \text{JK}^{-1} \cdot 300\ \text{K} \cdot 10^5\ \Omega \cdot 9\ \text{Hz}} = \\ &= 0,12 \cdot 10^{-6}\ \text{V} = \underline{0,12\ \mu\text{V}} \end{aligned} \qquad (14.4)$$

$$\begin{aligned} U_{N2} &= \sqrt{4 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}\ \text{JK}^{-1} \cdot 300\ \text{K} \cdot 10^5\ \Omega \cdot 9 \cdot 10^5\ \text{Hz}} = \\ &= 38 \cdot 10^{-6}\ \text{V} = \underline{38\ \mu\text{V}} \end{aligned} \qquad (14.5)$$

Tokovni šum je veliko večji le na prvi pogled. Šumno napetost (14.2) 200 μV je treba primerjati z visoko enosmerno napetostjo U_R = 100 V na uporu R, saj mora preko upora teči tok 1 mA.

Vaja 15

Kolikšna je maksimalna upornost signalnega izvora pri sobni temperaturi, da bo razmerje $S/N_T \geq 20$ dB pri minimalni signalni napetosti $U_{S\,min} = 15\ \mu$V? Pasovna širina koristnega signala je 20 kHz.

$S/N_T > 20$ dB
$U_{S\,min} = 15\ \mu$V
B = 20 kHz
$k = 1{,}38\ .10^{-23}$ J/K

Rešitev:

Na podlagi občutljivosti in zahtevanega razmerja signal šum izračunamo dopustni kvadrat efektivne napetosti termičnega šuma

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{\mathrm{dB}} = \left(\frac{U_s^2}{U_n^2}\right)_{\mathrm{dB}} = 10\log\frac{U_s^2}{U_n^2} \geq 20\ \mathrm{dB} \tag{15.1}$$

$$\frac{U_s^2}{U_n^2} \geq 10^2 = 100 \;\Rightarrow\; U_n^2 \leq \frac{U_s^2}{100} \tag{15.2}$$

Za kvadrat šumne napetosti upoštevamo Nyquistovo formulo in izračunamo maksimalno upornost R

$$U_n^2 = 4kTRB \leq \frac{U_s^2}{100} \tag{15.3}$$

$$R \leq \frac{U_s^2}{100 \cdot 4kTB} \tag{15.4}$$

$$R \leq \frac{(15 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{V})^2\ \mathrm{K}}{100 \cdot 4 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J} \cdot 300\ \mathrm{K} \cdot 20\ \mathrm{kHz}} \tag{15.5}$$

$$R \leq \frac{225 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{V}^2}{1{,}38 \cdot 10^{-15} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2\ \mathrm{VA}} = 6{,}79\ \mathrm{k\Omega} \tag{15.6}$$

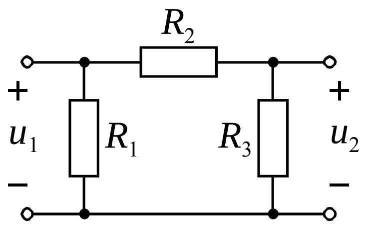
$$R \leq \underline{6{,}8\ \mathrm{k\Omega}} \tag{15.7}$$

Vaja 16

Za dani četveropol izračunajte šumno napetost na izhodnih sponkah, če so na vhodu odprte sponke. Zanima nas šum v frekvenčnem področju od 0 do 100 kHz.Vezje ima temperaturo 27°C.

$R_1 = R_2 = R_3 = 100\ \mathrm{k\Omega}$ $B = 100\ \mathrm{kHz}$

$T = 300\ \mathrm{K}$ $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J/K}$

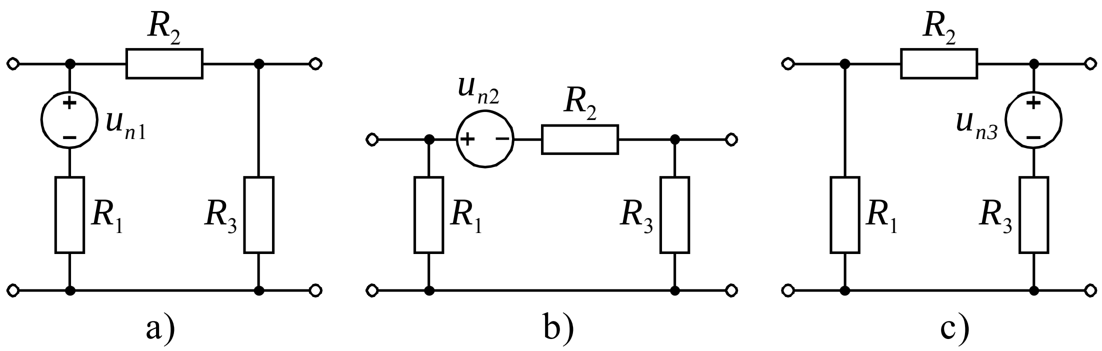


Sl. 16.1 Četveropol

Rešitev:

Šum v določeni točki vezja določimo v treh korakih:

1. V vezju vse elemente, ki generirajo šum nadomestimo s kombinacijami idealnega brezšumnega elementa in šumnega generatorja. Za preglednejši izračun naredimo to za vsak element posebej in na koncu prispevke seštejemo.



Sl. 16.2 Nadomestna vezja s šumnimi generatorji posameznih uporov

2. Iz nadomestnih vezij na sliki 16.2 zapišemo prispevke vseh šumnih generatorjev. Pri tem šumne generatorje obravnavamo, kot da so deterministični – tako kot navadni generatorji.

$$u_{21} = u_{n1} \cdot \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \tag{16.1}$$

$$u_{22} = -u_{n2} \cdot \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \tag{16.2}$$

$$u_{23} = u_{n3} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \tag{16.3}$$

$$u_2 = u_{21} + u_{22} + u_{23} \tag{16.4}$$

3. Sedaj le še kvadriramo, povprečimo in korenimo dobljeno enačbo. Ker so šumni generatorji med seboj nekorelirani, je produkt napetosti dveh šumnih generatorjev čez daljši čas enak nič. Zato lahko vse mešane člene (npr. $u_{21} \cdot u_{22}$) izpustimo. Vse kar ostane, tj. kvadratne člene (npr. u_{21}^2), povprečimo, kar nam da kvadrate efektivnih vrednosti. Zato lahko namesto povprečij kvadratov šumnih generatorjev v enačbo pišemo kvadrate efektivnih vrednosti šumnih generatorjev.

$$U_N = \sqrt{U_{NR1}^2 \cdot \left(\frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \right)^2 + U_{NR2}^2 \cdot \left(\frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \right)^2 + U_{NR3}^2 \cdot \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \right)^2} \tag{16.5}$$

Izračunajmo kolikšno šumno napetost generira vsak upor in to vstavimo v (16.5).

$$U_{NR_1} = U_{NR_2} = U_{NR_3} = U_{NR} = \sqrt{4kTRB} \tag{16.6}$$

$$U_{NR} = \sqrt{4 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J/K} \cdot 300\ \mathrm{K} \cdot 100 \cdot 10^3\ \Omega \cdot 100 \cdot 10^3\ \mathrm{Hz}} = 12{,}9\ \mu\mathrm{V} \tag{16.7}$$

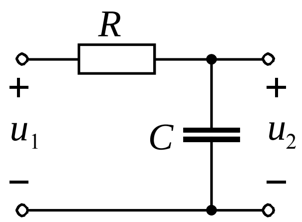
Ker so šumne napetosti za vse upore enake, lahko enačbo (16.5) še dodatno poenostavimo.

$$U_N = U_{NR} \cdot \sqrt{2 \cdot \left(\frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \right)^2 + \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \right)^2} \tag{16.8}$$

$$U_N = 12{,}9\ \mu\mathrm{V} \cdot \sqrt{2 \cdot \left(\frac{100\ \mathrm{k}\Omega}{300\ \mathrm{k}\Omega} \right)^2 + \left(\frac{200\ \mathrm{k}\Omega}{300\ \mathrm{k}\Omega} \right)^2} = \underline{10{,}5\ \mu\mathrm{V}} \tag{16.9}$$

Vaja 17

Za dani četveropol izrazite šumno napetost na izhodnih sponkah v celotnem frekvenčnem območju ($B = \infty$). Na vhodu ga zaključite z idelanim napetostnim generatorjem.

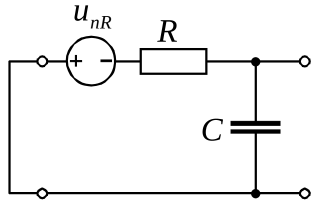


Sl. 17.1 Četveropol

Rešitev:

Ne glede na to, ali imamo v vezju opravka z realnimi upornostmi ali z reaktancami ali s polprevodniškimi elementi ali katerokoli kombinacijo, lahko šum v določeni točki vezja določimo v istih treh korakih. Razlika je le ta, da če imamo opravka z reaktancami, moramo upoštevati impedance namesto upornosti, če imamo opravka s polprevodniki, pa moramo upoštevati delovno točko, za katero nelinearno vezje nadomestimo z linearnim nadomestnim modelom.

1. Narišimo si nadomestno vezje, kjer realni upor nadomestimo z idealnim uporom in šumnim generatorjem. Ker nas prispevek napetostnega vira, s katerim je vhod četveropola zaključen, ne zanima ga nadomestimo s kratkim stikom (tokovni vir bi nadomestili z odprtimi sponkami). Kapacitivni in induktivni elementi sami po sebi ne povzročajo šuma.



Sl. 17.2 Nadomestno vezje

2. Iz nadomestnega vezja zapišimo izhodno napetost. Pri tem obravnavamo šumne generatorje kot, da so harmonični.

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}, \quad Z_R = R \tag{17.1}$$

$$\widehat{U}_N = \widehat{U}_{NR} \cdot \frac{Z_C}{Z_R + Z_C} = \widehat{U}_{NR} \cdot \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \widehat{U}_{NR} \cdot \frac{1}{1 + j\omega RC} \tag{17.2}$$

3. Amplitudo izhodnega signala kvadriramo povprečimo in korenimo. Pri tem upoštevamo, da je efektivna vrednost za $\sqrt{2}$ manjša od amplitude signala in da nas faza šuma ne zanima.

$$U_N^2 = \left| \frac{\widehat{U}_N}{\sqrt{2}} \right|^2 = \frac{\widehat{U}_N \cdot \widehat{U}_N^*}{2} = \frac{\widehat{U}_{NR} \cdot \widehat{U}_{NR}^*}{2} \cdot \frac{1}{1 + j\omega RC} \cdot \frac{1}{1 - j\omega RC} = U_{NR}^2 \cdot \frac{1}{1 + (\omega RC)^2} \tag{17.3}$$

Ker je enačba (17.3) frekvenčno odvisna, moramo za vsako frekvenco izračunati svoj prispevek in jih sešteti. Zato moramo tudi šumno napetost upora zapisati za vsak frekvenčni interval *df* posebej.

$$dU_{NR}^2 = 4kTRdf \tag{17.4}$$

Vstavimo(17.4) v (17.3) in seštejemo prispevke šumnih napetosti za vse frekvenčne intervale *df* – integriramo po frekvenci.

$$dU_N^2 = dU_{NR}^2 \cdot \frac{1}{1 + (\omega RC)^2} = \frac{4kTRdf}{1 + (2\pi fRC)} \tag{17.5}$$

$$U_N^2 = 4kTR \cdot \int_0^\infty \frac{df}{1 + (2\pi fRC)^2} = 4kTR \cdot \frac{1}{2\pi RC} \cdot \int_0^\infty \frac{d(2\pi fRC)}{1 + (2\pi fRC)^2} \tag{17.6}$$

$$U_N^2 = 4kTR \cdot \frac{1}{2\pi RC} \cdot \left(\arctan(2\pi fRC)\right)\Big|_0^\infty = 4kTR \cdot \frac{1}{2\pi RC} \cdot \frac{\pi}{2} \tag{17.7}$$

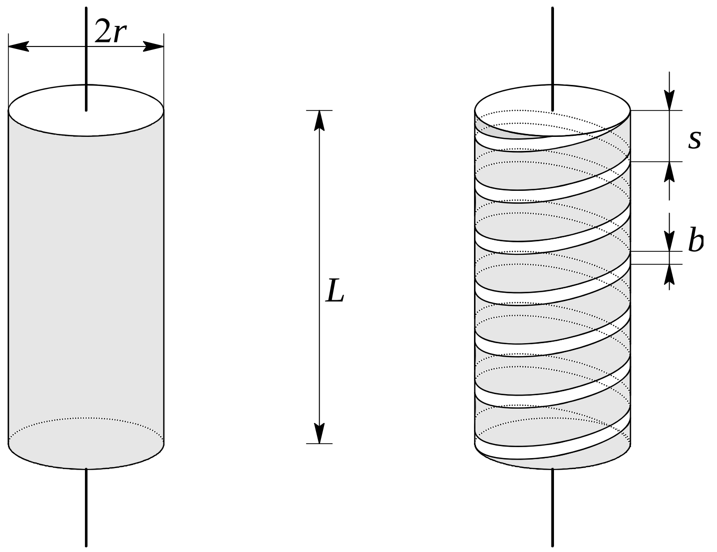
$$U_N^2 = \frac{kT}{C} \tag{17.8}$$

$$U_N = \sqrt{\frac{kT}{C}} \tag{17.9}$$

Vaja 18

Izpeljite izraz za upornost rezkanega cilindričnega upora! Na osnovi rezultata izračunajte potrebni korak s za izdelavo upora z upornostjo R = 100 kΩ. Upornost nerezkanega upora je R_N = 1 kΩ. Rezkanje naredi na uporu zarezo široko b = 0,1 mm.

L = 10 mm $\qquad$ $2r$ = 4 mm



Sl. 18.1 Dimenzije nerezkanega in rezkanega plastnega upora

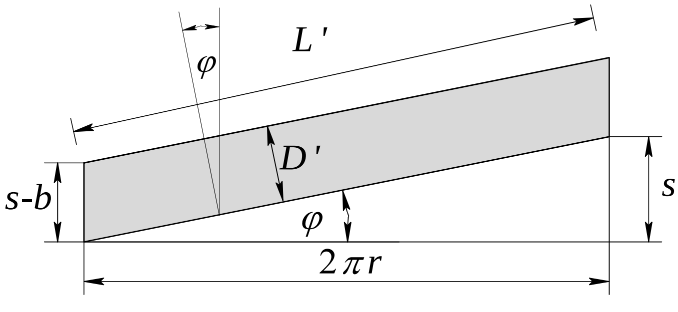
Rešitev:

Plastno upornost uporovnega sloja izračunamo iz upornosti nerezkanega upora $R_{N,}$, ki je :

$$R_N = R_{sh}\frac{L}{D} = R_{sh}\frac{L}{2\pi r} \qquad (18.1)$$

$$R_{sh} = R_N\frac{2\pi r}{L} \qquad (18.2)$$

Zaradi rezkanja je uporovna proga med priključkoma spremenjena v vijačnico. En ovoj te vijačnice je prikazan na sliki 18.2. Pri izračunu upornosti je potrebno upoštevati, da je takih ovojev mnogo, in le pri končnih dveh, bi morali upoštevati spremenjene razmere zaradi poševno zaključene uporovne proge, kar pa lahko brez večje napake zanemarimo.



Sl. 18.2 Dimenzije v ravnino razvitega ovoja rezkanega upora

Upornost ovoja rezkanega upora določimo na podlagi dimenzij, ki jih kaže slika 18.2. Upoštevati moramo spremembo dolžine in širine uporovne proge zaradi dvižnega kota φ:

$$L' = \frac{2\pi r}{\cos\varphi} \tag{18.3}$$

$$D' = (s-b)\cos\varphi \tag{18.4}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{s}{2\pi r} \tag{18.5}$$

$$N = \frac{L}{s} \tag{18.6}$$

N je število ovojev na plašču valjastega uporovnega telesa. Z upoštevanjem izrazov (18.3) do (18.6) dobimo upornost:

$$R = NR_{sh}\frac{L'}{D'} = \frac{L}{s}\cdot R_N\frac{2\pi r}{L}\cdot\frac{2\pi r}{\cos\varphi}\cdot\frac{1}{(s-b)\cos\varphi} = \frac{R_N(2\pi r)^2}{s(s-b)\cos^2\varphi} \tag{18.7}$$

Kvadrat kosinusa kota lahko na enostaven način izrazimo s kvadratom tangensa, kot je razvidno iz spodnje trigonometrične zveze

$$\frac{1}{\cos^2\varphi} = \frac{\sin^2\varphi+\cos^2\varphi}{\cos^2\varphi} = \operatorname{tg}^2\varphi + 1 = \left(\frac{s}{2\pi r}\right)^2 + 1 \tag{18.8}$$

Z upoštevanjem gornjega dobi izraz za upornost (18.7) naslednjo obliko

$$R = \frac{R_N(2\pi r)^2}{s(s-b)}\left(\frac{s^2}{(2\pi r)^2}+1\right) = \frac{R_N(s^2+(2\pi r)^2)}{s(s-b)} \tag{18.9}$$

Iskani korak rezkanja s izračunamo iz kvadratne enačbe, ki jo izpeljemo iz gornjega izraza

$$\left(\frac{R}{R_N}-1\right)s^2 - \frac{R}{R_N}b\cdot s - (2\pi r)^2 = 0 \tag{18.10}$$

$$s = \frac{\frac{R}{R_N}b \pm \sqrt{\left(\frac{R}{R_N}b\right)^2 + 4\left(\frac{R}{R_N}-1\right)(2\pi r)^2}}{2\left(\frac{R}{R_N}-1\right)} \tag{18.11}$$

Dane podatke vstavimo in izračunamo korak s, pri čemer je smiselna le pozitivna rešitev, zato v gornjem izrazu upoštevamo znak plus.

$$s = \frac{10+\sqrt{100+4\cdot 99\cdot 16\cdot\pi^2}}{2\cdot 99}\,\text{mm} = \underline{1{,}314\ \text{mm}} \tag{18.12}$$

Vaja 19

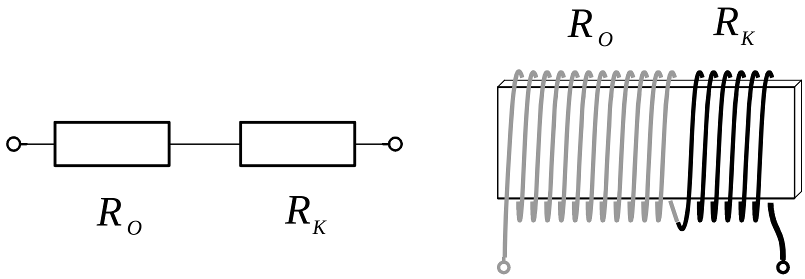
Določite pogoj za temperaturno kompenzacijo žičnega upora in dimenzionirajte tak upor z upornostjo 1 kΩ iz žic manganina in konstantana s presekom A = 0,01 mm^2!

Tabela 19.1 Specifična upornost in temperaturni koeficient materialov

Material	ρ [Ω mm^2/m]	TK_R [ppm/°C]
manganin	0,5	+20
konstantan	0,5	-5

Rešitev:

Temperaturno kompenzirani upor je sestavljen iz zaporedno vezanega osnovnega R_O in kompenzacijskega upora R_K.



Sl. 19.1 Temperaturno kompenzirani žični upor

Temperaturna odvisnost upornosti ob upoštevanju linearnega temperaturnega koeficienta upornosti podaja enačba:

$$R(T) = R(T_0)(1 + TK_R\,\Delta T) \tag{19.1}$$

Za kompenziran upor napišemo enako enačbo za vsak del posebej in upornosti seštejemo

$$\begin{aligned} R(T) &= R_O(T) + R_K(T) = \\ &= R_O(T_0)[1 + TK_{R_O}\,\Delta T] + R_K(T_0)[1 + TK_{R_K}\,\Delta T] = \\ &= R_O(T_0) + R_K(T_0) + [R_O(T_0)\,TK_{R_O} + R_K(T_0)\,TK_{R_K}]\Delta T \end{aligned} \tag{19.2}$$

Ker kompenziramo upornost za širše področje s konstantnima TK_R, mora biti vrednost izraza znotraj oglatega oklepaja v (19.2) enaka 0.

$$R_O\,TK_{R_O} + R_K\,TK_{R_K} = 0 \tag{19.3}$$

Od tod dobimo potrebni pogoj za razmerje posameznih upornosti

$$\frac{R_O}{R_K} = -\frac{TK_{R_K}}{TK_{R_O}} \tag{19.4}$$

Iz enačbe (19.4) je moč enostavno ugotoviti, da morata imeti uporabljena uporovna materiala temperaturna koeficienta nasprotnih predznakov, saj je leva stran enačbe vedno pozitivna. Osnovni material je tisti, ki ga je več in ima po absolutni vrednosti manjši TK_R, torej konstantan.

$$R = R_O + R_K = \left(1 - \frac{TK_{R_K}}{TK_{R_O}}\right) R_K \tag{19.5}$$

$$R_K = \frac{R}{\left(1 - \frac{TK_{R_K}}{TK_{R_O}}\right)} = \frac{1000\ \Omega}{1 - \frac{20}{(-5)}} = \frac{1000\ \Omega}{5} = \underline{200\ \Omega} \tag{19.6}$$

$$R_O = R - R_K = \underline{800\ \Omega} \tag{19.7}$$

Dolžini žic za izdelavo takega upora sta:

$$l_O = \frac{AR_O}{\rho_o} = \frac{0{,}01\ \text{mm}^2\, 800\ \Omega}{0{,}5\ \Omega\text{mm}^2/\text{m}} = \underline{16\ \text{m}}\ \ \text{(konstantan)} \tag{19.8}$$

$$l_K = \frac{AR_K}{\rho_K} = \frac{0{,}01\ \text{mm}^2\, 200\ \Omega}{0{,}5\Omega\ \text{mm}^2/\text{m}} = \underline{4\ \text{m}}\ \ \text{(manganin)} \tag{19.9}$$