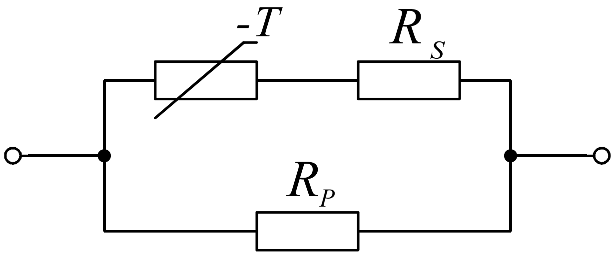
Vaja 20

Določite paralelno upornost R_P in serijsko upornost R_S v termistorskem vezju (slika 20.1) tako, da bo upornost tega dvopola pri temperaturi T = 20°C znašala 100 Ω, pri T = 80°C pa 50 Ω. Termistor v vezju ima hladno upornost R_{20} = 150 Ω in materialno konstanto B = 2500 K. Koliko znaša upornost prilagojenega termistorskega vezja na sredi danega temperaturnega intervala?
R_{20} = 150 Ω B = 2500 K R(20°C) = 100 Ω R(80°C) = 50 Ω



Sl. 20.1 Vezje za prilagoditev temperaturnega poteka upornosti

Rešitev:

Najprej izračunajmo upornost samega termistorja v drugi temperaturni točki, oz. pri T = 80°C. Iz osnovne enačbe za upornost termistorja izračunamo konstanto termistorja A, nato pa izrazimo upornost pri poljubni temperaturi.

$$R_T(T) = Ae^{\frac{B}{T}} \tag{20.1}$$

$$R_{20} = Ae^{\frac{B}{T_{20}}} \Rightarrow A = R_{20}e^{-\frac{B}{T_{20}}} \Rightarrow R_T(T) = R_{20}e^{B\left(\frac{1}{T}-\frac{1}{T_{20}}\right)} \tag{20.2}$$

V gornjem izrazu pomeni T_{20} temperaturo 20°C izraženo v K.

$$R_{T_{80}} = R_T(T_{80}) = 150\,\Omega\cdot e^{2500\,\mathrm{K}\left(\frac{1}{353\,\mathrm{K}}-\frac{1}{293\,\mathrm{K}}\right)} = 35{,}2\,\Omega \tag{20.3}$$

Skupno upornost izrazimo pri zahtevanih temperaturah, zaradi paralelne vezave računamo raje s prevodnostmi:

$$\frac{1}{R(80)} = \frac{1}{R_P} + \frac{1}{R_{T_{80}} + R_S} \tag{20.4}$$

$$\frac{1}{R(20)} = \frac{1}{R_P} + \frac{1}{R_{T_{20}} + R_S} \tag{20.5}$$

V gornjem sistemu (20.4), (20.5) enačb sta neznanki upornosti R_P in R_S. Iz sistema enačb izločimo R_P s tem, da enačbi med seboj odštejemo:

$$\frac{1}{R(80)} - \frac{1}{R(20)} = \Delta G = \frac{1}{R_{T_{80}} + R_S} - \frac{1}{R_{T_{20}} + R_S} \tag{20.6}$$

$$\Delta G(R_{T_{80}} + R_S)(R_{T_{20}} + R_S) = R_{T_{20}} - R_{T_{80}} \tag{20.7}$$

$$R_S^2 + (R_{T_{80}} + R_{T_{20}})R_S + R_{T_{20}} R_{T_{80}} + \frac{R_{T_{80}} - R_{T_{20}}}{\Delta G} = 0 \tag{20.8}$$

V gornjo kvadratno enačbo vstavimo številčne vrednosti in izračunamo iskano vrednost R_S. Upoštevamo pozitivni koren, ki je fizikalno smiseln. Dobljeno rešitev vstavimo v eno izmed obeh enačb (20.4), (20.5) in izračunamo še neznano upornost R_P.

$$R_S^2 + 185{,}2\Omega \cdot R_S - 6200\Omega^2 = 0 \tag{20.9}$$

$$R_S = \frac{-185{,}2\Omega + \sqrt{(185{,}2\Omega)^2 + 4 \cdot 6200\Omega^2}}{2} = 28{,}97\Omega \cong \underline{29\Omega} \tag{20.10}$$

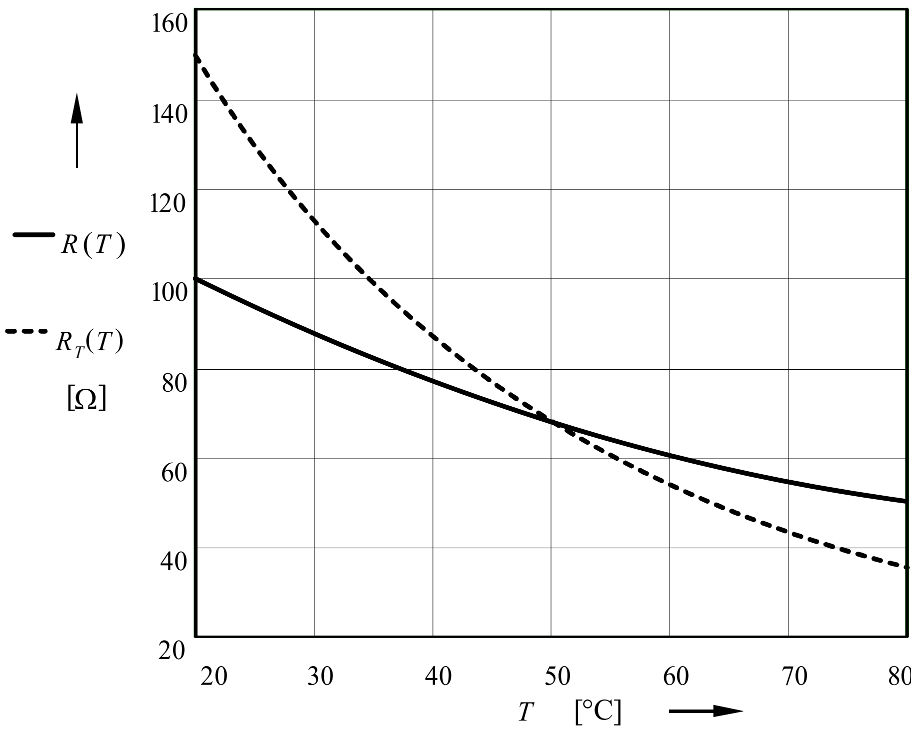
$$R_P = \left(\frac{1}{R(20^\circ\mathrm{C})} - \frac{1}{R_{T_{20}} + R_s} \right)^{-1} = \underline{226{,}6\Omega} \tag{20.11}$$

Sredina temperaturnega intervala je 50°C. Upornost samega termistorja pri tej temperaturi izračunamo po enačbi (20.2) (temperatura je absolutna v kelvinih !), nato pa izračunamo skupno upornost dvopola:

$$R_T(50^\circ\mathrm{C}) = 67{,}9\Omega \tag{20.12}$$

$$R(50^\circ\mathrm{C}) = \left(\frac{1}{R_P} + \frac{1}{R_{T_{50}} + R_S} \right)^{-1} = \underline{67{,}67\Omega} \tag{20.13}$$

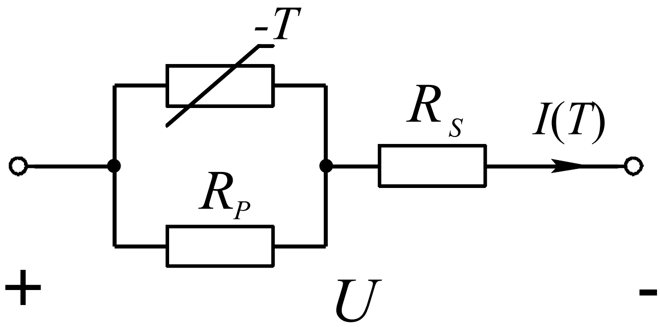
Temperaturni odvisnosti termistorjeve upornosti in termistorskega vezja z izračunanimi vrednostmi uporov sta prikazni na sliki 20.2.



Sl. 20.2 Temperaturna karakteristika termistorja *R*T(*T*) in dvopola *R*(*T*)

Vaja 21

Nalogo iz prejšnje vaje rešite z alternativnim vezjem (slika 21.1). Določite tudi temperaturni potek toka $I(T)$ skozi termistorsko vezje pri konstantni napetosti $U = 1$ V in ga narišite.
$U = 1$ V $R(20°C) = 100\ \Omega$ $R(80°C) = 50\ \Omega$



Sl. 21.1 Termistorsko vezje za prilagoditev temperaturne karakteristike

Rešitev:

Za upornost termistorja pri T = 80°C upoštevamo delni rezultat vaje 20: RT(80°C) = 35,2 Ω. Skupno upornost termistorskega vezja izrazimo pri dveh temperaturah in iz sistema enačb (21.1), (21.2) izračunamo R_P in nato še R_S.

$$R(20) = R_S + \left(\frac{1}{R_P} + \frac{1}{R_{T_{20}}}\right)^{-1} \tag{21.1}$$

$$R(80) = R_S + \left(\frac{1}{R_P} + \frac{1}{R_{T_{80}}}\right)^{-1} \tag{21.2}$$

$$R(20) - R(80) = \Delta R = \left(\frac{1}{R_P} + \frac{1}{R_{T_{20}}}\right)^{-1} - \left(\frac{1}{R_P} + \frac{1}{R_{T_{80}}}\right)^{-1} \tag{21.3}$$

Enačbo (21.3) krajše zapišemo s prevodnostmi

$$\frac{1}{R_P} = G_P \quad \text{in} \quad \frac{1}{R_T} = G_T \tag{21.4}$$

dobimo

$$\Delta R(G_P + G_{T_{20}})(G_P + G_{T_{80}}) = (G_P + G_{T_{80}}) - (G_P + G_{T_{20}}) \tag{21.5}$$

$$G_P^2 + (G_{T_{20}} + G_{T_{80}})G_P + G_{T_{20}}G_{T_{80}} + \frac{G_{T_{20}} - G_{T_{80}}}{\Delta R} = 0 \tag{21.6}$$

$$G_P^2 + 3{,}5 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{S} \cdot G_P - 2{,}45 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{S}^2 = 0 \tag{21.7}$$

$$G_P = 5.98\ \mathrm{mS} \quad \text{ali} \quad R_P = \underline{167{,}2\ \Omega} \tag{21.8}$$

Gornji rezultat vstavimo še v enačbo (21.1) in izračunamo upornost R_S

$$R_S = R(20) - \left(\frac{1}{R_P} + \frac{1}{R_{T_{20}}} \right)^{-1} = \\ = 100\Omega - \left(\frac{1}{167,2\,\Omega} + \frac{1}{150\,\Omega} \right)^{-1} = \underline{20,93\,\Omega} \tag{21.9}$$

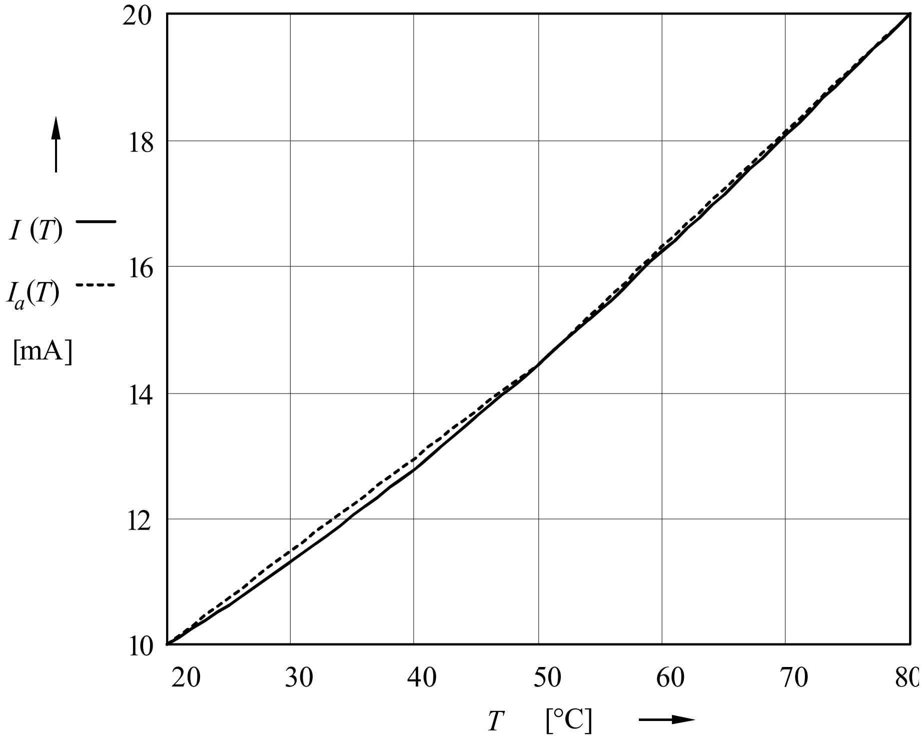
Tok preko termistorskega vezja je določen z izrazom:

$$I(T) = \frac{U}{R(T)} = \frac{1\,\text{V}}{R(T)} \tag{21.10}$$

Ker je upornost na mejah temperaturnega intervala določena (100 Ω in 50 Ω), saj smo potek celotne upornosti prilagodili tema vrednostima, izračunamo le še upornost in tok na sredini intervala in upoštevamo upornost termistorja, ki smo ga že izračunali v prejšnji vaji (20.12)

$$R(50°\text{C}) = 20,9\,\Omega + \left(\frac{1}{167,2\,\Omega} + \frac{1}{67,9\,\Omega} \right)^{-1} = 69,2\,\Omega \tag{21.11}$$

$$I(20°\text{C}) = 10\text{ mA},\ I(50°\text{C}) = 14,4\text{ mA},\ I(80°\text{C}) = 20\text{ mA} \tag{21.12}$$



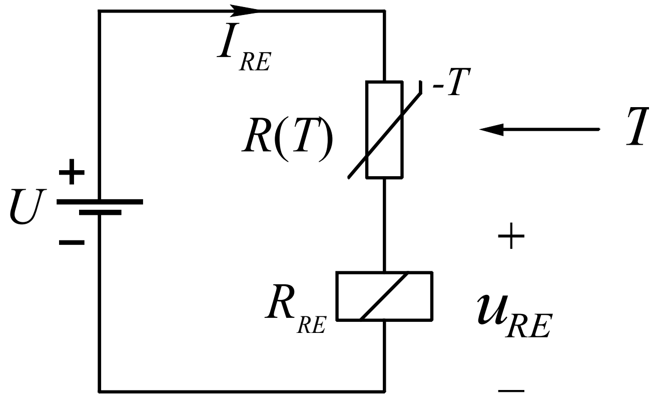
Sl. 21.2 Odvisnost toka od temperature $I(T)$ in približni potek $I_a(T)$ (linearna interpolacija med mejama in sredino intervala)

Iz gornje slike lahko ugotovimo, da je tok skozi termistorsko vezje skoraj linearno sorazmeren s temperaturo na obravnavanem območju. Tako vezje lahko uporabimo za izdelavo termometra, če vežemo zaporedno še instrument za merjenje toka, npr. instrument z vrtljivo tuljavo. Upornost samega instrumenta lahko upoštevamo tako, da zmanjšamo R_S za vrednost notranje upornosti. Pri vezju iz vaje 20 (slika 20.1) je upoštevanje te upornosti nekoliko težje, čeprav potek toka manj odstopa od linearne odvisnosti.

Vaja 22

Kolikšna mora biti nazivna upornost hladnega NTC termistorja R_{25}, da rele v vezju (slika 22.1) preklopi pri temperaturi termistorja T_P = 80°C? Materialna konstanta termistorja je B = 4200 K. Izračunajte tudi maksimalno in minimalno temperaturo preklopa (T_{max}, T_{min}) z upoštevanjem tolerance upornosti hladnega termistorja $\Delta R_{25}/R_{25} = \pm 10$ % in vrednosti R_{25}, ki jo izberete iz lestvice E6. Upornost navitja releja je R_{RE} = 200 Ω, minimalna pritezna napetost pa je U_{min} = 8,5 V.

B = 4200 K	$\Delta R_{25}/R_{25} = \pm 10$ %	T_P = 80°C
R_{RE} = 200 Ω	U_{min} = 8,5 V	U = 15 V



Sl. 22.1 Shema preprostega temperaturnega stikala z relejem in termistorjem

Rešitev:

Termistorjeva upornost se z rastočo temperaturo niža, zato se napetost na releju viša. Potrebno upornost termistorja pri temperaturi preklopa T_P izračunamo s pomočjo izraza za napetost na navitju releja:

$$u_{RE} = U \frac{R_{RE}}{R_{RE} + R(T)} \tag{22.1}$$

$$R(T_P) = R_{RE} \frac{U - U_{min}}{U_{min}} = 200\,\Omega \frac{15\text{ V} - 8{,}5\text{ V}}{8{,}5\text{ V}} = 153\,\Omega \tag{22.2}$$

Upornost termistorja je matematično podana z dimenzijsko konstanto A in z materialno konstanto B, medtem ko proizvajalci podajajo v katalogih nazivno upornost, oz. upornost hladnega termistorja. Ta je ponavadi podana pri temperaturi 25°C (R_{25}), včasih tudi pri 20°C (R_{20}). Zato uporabimo enačbo:

$$R(T_P) = R_{25} \cdot e^{B\left(\frac{1}{T_P} - \frac{1}{T_{25}}\right)} \tag{22.3}$$

$$\begin{aligned} R_{25} &= R(T_P) \cdot e^{-B\left(\frac{1}{T_P} - \frac{1}{T_{25}}\right)} = \\ &= 153\,\Omega \cdot e^{\left(\frac{4200\text{ K}}{273\text{ K}+25\text{ K}} - \frac{4200\text{ K}}{273\text{ K}+80\text{ K}}\right)} = 1375\,\Omega \end{aligned} \tag{22.4}$$

Ker zgoraj izračunane vrednosti R_{25} ni v lestvici E6 (100, 150, 220, 330, 470, 680), izberemo njej najbližjo vrednost, ki je 1500 Ω. Novo temperaturo preklopa T_P, ki upošteva dejansko upornost termistorja, moramo ponovno izračunati iz enačbe (22.3):

$$\frac{R(T_P)}{R_{25}} = e^{B\left(\frac{1}{T_P}-\frac{1}{T_{25}}\right)} \tag{22.5}$$

$$\frac{1}{T_P} - \frac{1}{T_{25}} = \frac{1}{B}\ln\frac{R(T_P)}{R_{25}} \tag{22.6}$$

$$\begin{aligned} T_P &= \left(\frac{1}{T_{25}} + \frac{1}{B}\ln\frac{R(T_P)}{R_{25}}\right)^{-1} = \\ &= \left(\frac{1}{273\text{ K} + 25\text{ K}} + \frac{1}{4200\text{ K}}\ln\frac{153\,\Omega}{1500\,\Omega}\right)^{-1} = \underline{82,6°\text{C}} \end{aligned} \tag{22.7}$$

Izračun minimalne in maksimalne temperature preklopa zaradi tolerance upornosti hladnega termistorja izpeljemo iz gornje enačbe ali iz implicitnega zapisa (22.3). Izračun občutljivosti iz implicitne enačbe je zanimiv tudi pri številnih drugih primerih, zato je tu podana ta varianta. Temperaturo preklopa opazujemo kot funkcijo upornosti hladnega termistorja.

$$T_P = f(R_{25}) \tag{22.8}$$

Enačbo (22.3) najprej logaritmiramo, za tem pa jo odvajamo glede na R_{25}

$$\ln R_{25} + B\left(\frac{1}{T_P} - \frac{1}{T_{25}}\right) = \ln R_P \tag{22.9}$$

$$\frac{1}{R_{25}} - \frac{B}{T_P^2}\frac{dT_P}{dR_{25}} = \frac{1}{R_P}\frac{dR_P}{dR_{25}} \tag{22.10}$$

Desna stran enačbe (22.10) je enaka nič, saj rele preklopi vedno pri isti vrednosti R_P, zato iz nje lahko izračunamo iskano občutljivost:

$$\frac{dT_P}{dR_{25}} = \frac{T_P^2}{R_{25}B} \tag{22.11}$$

Maksimalno spremembo preklopne temperature ΔT_P dobimo, če toleranco upornosti hladnega termistorja ΔR_{25} pomnožimo z odvodom (22.11) izračunanim pri temperaturi T_P (22.7).

$$\Delta T_P = \frac{dT_P}{dR_{25}}\Delta R_{25} = \frac{T_P^2}{B}\cdot\frac{\Delta R_{25}}{R_{25}} \tag{22.12}$$

$$\Delta T_P = \frac{(273\text{ K} + 82,6\text{ K})^2}{4200\text{ K}}\cdot(\pm 0,1) = \pm 3\text{ K} \tag{22.13}$$

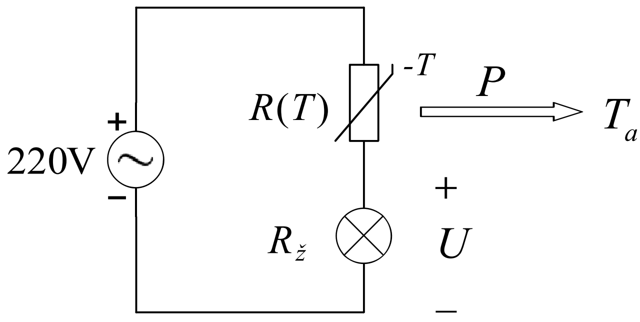
Za gornjo in spodnjo mejno vrednost temperature preklopa dobimo

$$T_{max} = \underline{85,6°\text{C}} \quad \text{in} \quad T_{min} = \underline{79,6°\text{C}}. \tag{22.14}$$

Vaja 23

Določite termistor (R_{25}, B, R_{th}) za zaščito žarnice z žarilno nitko. Upornost hladne žarnice z nazivno močjo 100 W/220 V je 30 Ω. Ko se prehodni pojav ustali, naj bo napetost na žarnici 210 V. Maksimalna dopustna temperatura termistorja je T_{max} = 120°C. Vklopni tok I_V naj bo enak končnemu I_K.

$R_H = 30\ \Omega$ $P_N = 100$ W $U_N = 220$ V
$T_a = 25$°C $T_{max} = 120$°C $U = 210$ V



Sl. 23.1 Žarnica z zaščitnim termistorjem

Rešitev:

Ob vklopu sta žarnica in termistor hladna. Napetost na termistorju je zaradi večje upornosti višja kot na žarnici. Zaradi lastnega gretja termistorjeva upornost naglo pada, s tem pa se veča tok skozi žarnico. Vrednost upornosti R_{25} hladnega termistorja izračunamo iz zahteve, da je vklopni tok I_V enak končnemu I_K. Upornost vroče žarnice R_V izračunamo iz moči pri dani nazivni napetosti. Spremembo upornosti žarnice zaradi nekoliko nižje (10V ≈ 4,5%) obratovalne napetosti zanemarimo.

$$P_N = \frac{U_N^2}{R_V} \Rightarrow R_V = \frac{U_N^2}{P_N} = \frac{220^2\ \text{V}^2}{100\ \text{W}} = 484\ \Omega \tag{23.1}$$

$$I_K = \frac{U}{R_V} = \frac{210\ \text{V}}{484\ \Omega} = 0,433\ \text{A} \tag{23.2}$$

$$I_V = \frac{U_N}{R_H + R_{25}} = I_K \tag{23.3}$$

$$R_{25} = R(25°\text{C}) = \frac{U_N}{U} R_V - R_H = \frac{220\ \text{V}}{210\ \text{V}} 484\ \Omega - 30\ \Omega = \underline{477\ \Omega} \tag{23.4}$$

Upornost vročega termistorja izračunamo iz napetosti na termistorju in končnega toka žarnice:

$$R_T(T_{max}) = \frac{U_N - U}{I_K} = \frac{10\ \text{V}}{0,433\ \text{A}} = 23\ \Omega \tag{23.5}$$

Maksimalno dopustno temperaturo izberemo zato, da bo vrednost konstante B čim manjša in tako v realnih mejah. V kolikor se kasneje izkaže, da lahko izberemo termistor z večjim B, je lahko končna temperatura termistorja tudi nižja.

$$R(T_{max}) = R_{25} \cdot e^{B\left(\frac{1}{T_{max}} - \frac{1}{T_{25}}\right)} \tag{23.6}$$

$$B = \ln\frac{R(T_{max})}{R_{25}} \cdot \left(\frac{1}{T_{max}} - \frac{1}{T_{25}}\right)^{-1} \tag{23.7}$$

$$B = \ln\frac{23\,\Omega}{477\,\Omega}\left(\frac{1}{393\text{ K}} - \frac{1}{298\text{ K}}\right)^{-1} = \underline{3738\text{ K}} \tag{23.8}$$

Obliko in velikost termistorja določimo še s tretjim podatkom, termično upornostjo R_{th} (nekateri proizvajalci v katalogih podajajo raje disipacijsko konstanto K, ki je njena inverzna vrednost).

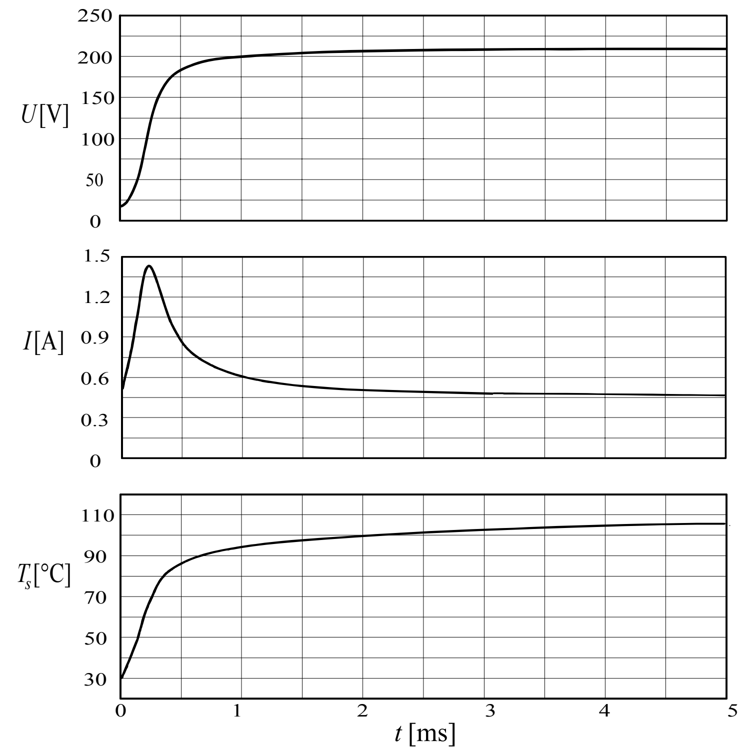
$$T_{max} = T_a + R_{th}P \tag{23.9}$$

$$R_{th} = \frac{T_{max} - T_a}{I_K \Delta U} = \frac{95°\text{C}}{0{,}433\text{ A} \cdot 10\text{ V}} = 21{,}94°\text{CW}^{-1} \approx \underline{22°\text{CW}^{-1}} \tag{23.10}$$

Na podlagi izračunov moramo za omejitev vklopnega toka uporabiti termistor s podatki: $R_{25} = 477\ \Omega$, $B = 3738$ K in $R_{th} = 22$ K/W.

Ker točno takega termistorja pri proizvajalcih ni moč dobiti, izberemo takega, ki se najbolj ujema z izračunanimi. V katalogih lahko najdemo termistor s podatki:
$R_{25} = 470\ \Omega$, $B = 4200$ K in $R_{th} = 20$ K/W.

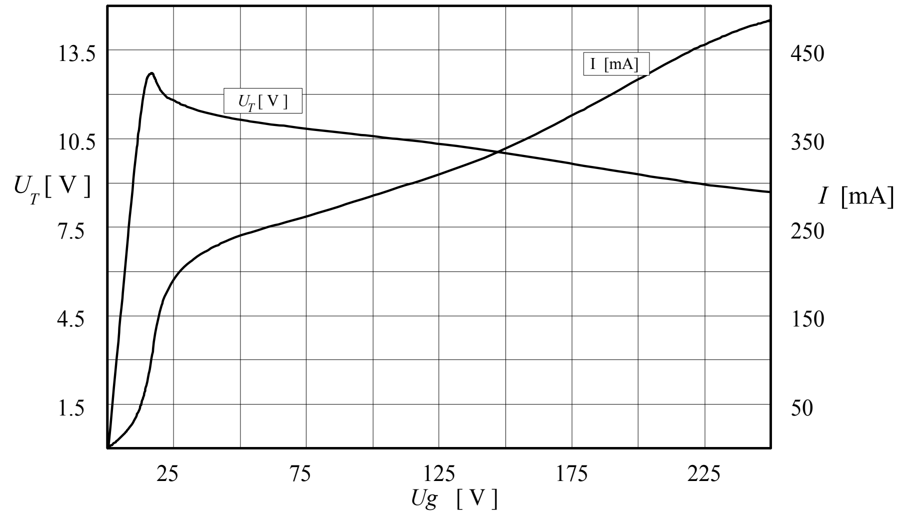
Končnega toka in stacionarne temperature ne moremo eksplicitno izraziti z algebraičnimi izrazi. Rešitev lahko poiščemo z numerično simulacijo vezja s programskim paketom Spice. Stacionarno stanje pri tranzientni analizi za zgoraj izbrane parametre termistorja je:
$T_T = 109{,}4°$C, $I_K = 0{,}435$ A in $U = 210{,}8$ V.



Sl. 23.2 Prehodni pojav pri vklopu žarnice in termistorja na enosmerno napetost 220 V, izračunan s SPICE

Potek prehodnega pojava je podan na sliki 23.2. Prikazani so poteki napetosti na žarnici, toka skozi termistor in žarnico ter temperature termistorja. Izmenični generator mrežne napetosti smo zaradi poenostavitve zamenjali z enosmernim, ki ga vklopimo ob času $t = 0$.

Porazdelitev napetosti med termistor in žarnico pri različnih vrednostih napetosti generatorja je prikazana na sliki 23.3. Diagram kaže rezultate enosmerne analize, z upoštevanjem temperaturnih odvisnosti žarnice in termistorja.



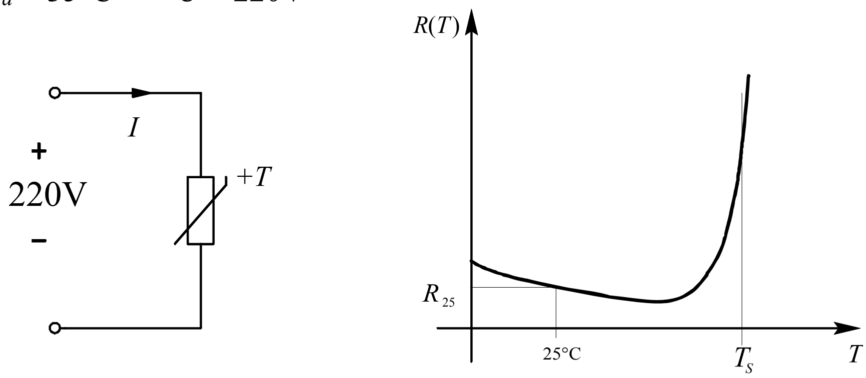
Sl. 23.3 Napetost termistorja in tok žarnice (sl. 23.1) v stacionarnem stanju v odvisnosti od napetosti generatorja

Vaja 24

PTC-termistor priklopimo na omrežno napetost. Kolikšna sta začetni in trajni tok (I_Z in I) termistorja? Kolikšna je končna moč na termistorju? Termistor ima na začetku sobno temperaturo (25°C), kasneje pa se temperatura okoliškega zraka segreje na 35°C. Skicirajte tudi načelni časovni potek moči na termistorju.

$R_{25} = 40\Omega$ $T_S = 75°C$ $R_{th} = 75°C/W$

$T_0 = 25°C$ $T_a = 35°C$ $U = 220V$



Sl. 24.1 Karakteristika PTC - termistorja

Rešitev:

PTC termistorji se pri temperaturah pod T_S obnašajo kot navadni termistorji z negativnim TK_R. Zaradi nizke upornosti se na njem troši velika moč. Zato se termistor hitro segreje do temperature T_S. V okolici preklopne temperature njegova upornost s temperaturo naglo raste in s tem se znižuje tok in tudi moč na termistorju. V stacionarnem stanju, ki se vzpostavi po določenem času, se izenačita dovajana električna moč, ter odvajani toplotni tok. Zaradi velike strmine dR/dT v okolici temperature T_S računamo, da je stacionarna temperatura termistorja kar T_S. Napaka, povzročena s to poenostavitvijo, je v velikostnem razredu tolerance preklopne temperature T_S ($\approx\pm5\%$).
Začetni tok I_Z je dan z izrazom:

$$I_Z = \frac{U}{R_{25}} = \frac{220\text{V}}{40\Omega} = 5{,}5\text{A} \tag{24.1}$$

Začetna električna moč P_Z , s katero se greje PTC termistor, je tedaj:

$$P_Z = I_Z U = 220\text{V}\cdot 5{,}5\text{A} = 1210\text{W} \tag{24.2}$$

Ta moč bi seveda zadoščala za hitro ogretje termistorja nad temperaturo T_S, v kolikor njegova upornost ne bi močno narasla. Iz ravnovesja moči sledi:

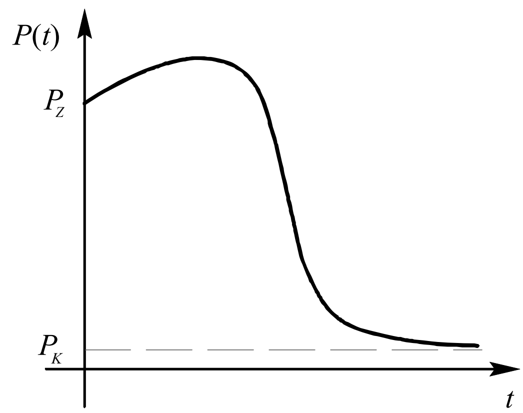
$$P = U.I_K = \frac{\Delta T}{R_{th}} = \frac{T_S - T_a}{R_{th}} \tag{24.3}$$

Zaradi oddajane moči (termistorja in drugih porabnikov v napravi) se temperatura okoliškega zraka v napravi poveča na 35°C, kar upoštevamo v spodnjem izračunu:

$$I_K = \frac{T_S - T_a}{R_{th}U} = \frac{75°\text{C} - 35°\text{C}}{75°\text{C}/\text{W}\cdot 220\text{V}} = \underline{2{,}4\text{mA}} \tag{24.4}$$

$$P_K = 220\text{V}\cdot 2{,}4\text{mA} = \underline{0{,}53\text{W}} \tag{24.5}$$

Na sliki 24.2 je podan približni časovni potek moči $P(t)$. Časovno merilo je odvisno od termične časovne konstante τ, ki je določena termično kapaciteto in termično upornostjo R_{th}. Večji elementi z večjo maso imajo in zato večji τ.

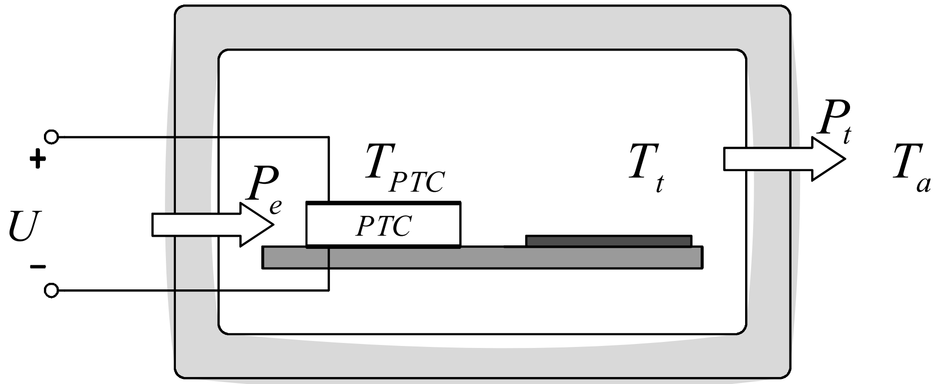


Sl. 24.2 Načelni časovni potek moči PTC-termistorja

Vaja 25

Termostat je sestavljen iz toplotno izoliranega ohišja, ki ga greje PTC termistor, pritrjen na toplotno prevoden substrat. Na tem substratu se nahaja elektronsko vezje, ki ga želimo termostatirati (slika 25.1). Temperaturni koeficient termistorja ($R_{25} = 500\Omega$, $T_S = 70°C$) znaša pri temperaturi preklopa 20 %/°C. Izračunajte temperaturo substrata T_t, dovajano električno moč in tok pri napajalni napetosti 48V, če je termična upornost prevodne podlage glede na okolico $R_{th\,ta} = 20$ K/W! Kolikšni sta občutljivosti temperature T_t glede na napetost U in na temperaturo okolice T_a? Termična upornost med termistorjem in substratom ($R_{th\,pt}$) je 1 K/W.

$R_{25} = 500\ \Omega$	$T_S = 70°C$	$TK_R = 20$ %/°C	$U = 48$ V
$T_a = 25°C$	$R_{th\,ta} = 20$ K/W	$R_{th\,pt} = 1$ K/W	

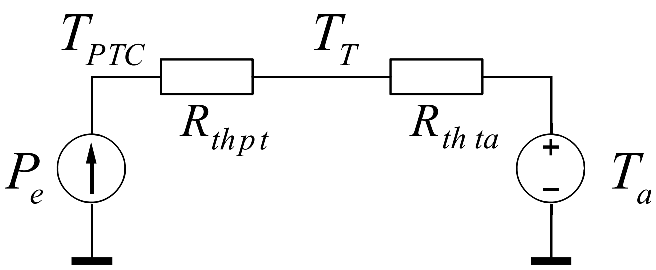


Sl. 25.1 Termostat s PTC-termistorjem

Rešitev:

Zaradi izdatne toplotne izolacije so temperaturni gradienti v notranjosti termostata majhni. Izračun temperature T_t poenostavimo s tem, da zanemarimo majhne spremembe temperature v različnih točkah substrata.

Termostat na sliki 25.1 je ogret na temperaturo T_S PTC grelca, saj nad to temperaturo njegova upornost naglo narašča, s tem pa upada dovajana električna moč. Zaradi dobrega termičnega sklopa med grelcem in ogrevano površino je temperaturna razlika relativno majhna, še bolj pa to velja za njeno nihanje zaradi različnih zunanjih vplivov. Na sliki 25.2 je narisano poenostavljeno ekvivalentno termično nadomestno vezje za stacionarno stanje.



Sl. 25.2 Termično nadomestno vezje termostata

Poenostavitve, ki jih gornja shema ne zajema ne vplivajo bistveno na izračun občutljivosti in električne obratovalne parametre termostata. Električna moč P_e se pretvarja na termistorju v toplotno P_T, ki teče preko prevodne kovinske plošče v notranjosti termostata in preko izoliranih sten v okolico s temperaturo *T*a. Zaradi lastnosti termistorja predpostavimo, da je njegova temperatura, kar enaka temperaturi T_S.

$$P_e = \frac{\Delta T}{R_{th}} = \frac{T_s - T_a}{R_{thpt} + R_{thta}} = \frac{70°\text{C} - 25°\text{C}}{1°\text{C/W}+20°\text{C/W}} = 2{,}14\ \text{W} \tag{25.1}$$

$$I = \frac{P_e}{U} = \frac{2{,}14\ \text{W}}{48\ \text{V}} = 44{,}6\ \text{mA} \tag{25.2}$$

$$R_{PTC} = \frac{U^2}{P_e} = \frac{(48\ \text{V})^2}{2{,}14\ \text{W}} = 1076{,}6\ \Omega \tag{25.3}$$

Temperaturo termostata T_t izračunamo na podlagi temperaturne razlike na termični upornosti $R_{th\,pt}$

$$T_t = T_S - P_e R_{thta} = 70°\text{C} - 2{,}14\ \text{W} \cdot 1°\text{C/W}=67{,}9°\text{C} \tag{25.4}$$

Temperaturna razlika med termistorjem in termostatiranim področjem je zelo majhna, posebej še ob upoštevanju tolerance temperature T_S in upornosti R_{25}. Bolj kot absolutna vrednost temperature je pomembna njena stabilnost. Zaradi majhne in skoraj konstantne temperaturne razlike med PTC-termistorjem in T_t izračunamo le občutljivost temperature termistorja T kot funkcijo dveh spremenljivk:

$$T = T(U, T_a) \tag{25.5}$$

Občutljivost glede na temperaturo okolice T_a in napajalno napetost U predstavljata parcialna odvoda gornje funkcije glede na navedeni neodvisni spremenljivki, s katerima je določen totalni diferencial $dT(U,T\text{a})$.

$$dT = \frac{\partial T}{\partial U} dU + \frac{\partial T}{\partial T_a} dT_a \quad \text{od tod} \quad S_U^T = \frac{\partial T}{\partial U} \quad \text{in} \quad S_{T_a}^T = \frac{\partial T}{\partial T_a} \tag{25.6}$$

Eksplicitne funkcijske odvisnosti $T(U,T\text{a})$ ne poznamo, niti nimamo analitičnega izraza za $R(T)$ temveč le TK_R v okolici temperature T_S, zato gornji občutljivosti izračunamo iz (25.1), kjer električno moč izrazimo z napetostjo in upornostjo termistorja.

$$\frac{U^2}{R(T)} = \frac{T - T_a}{R_{th}} \tag{25.7}$$

Zaradi enostavnejšega računa gornjo enačbo logaritmiramo nato pa diferenciramo

$$2\ln U - \ln R(T) = \ln(T - T_a) - \ln R_{th} \tag{25.8}$$

$$2\frac{dU}{U} - \frac{1}{R(T)}\frac{dR}{dT}dT = \frac{1}{T - T_a}(dT - dT_a) \tag{25.9}$$

Upoštevamo definicijo temperaturnega koeficienta upornosti in po preureditvi dobimo izraz za totalni diferencial temperature termistorja dT

$$\left(\frac{1}{T - T_a} + TK_R\right)dT = \frac{2}{U}dU + \frac{1}{T - T_a}dT_a \tag{25.10}$$

$$dT = \frac{2}{U(\frac{1}{T - T_a} + TK_R)} dU + \frac{1}{1 + TK_R(T - T_a)} dT_a \tag{25.11}$$

Iz (25.6) in (25.11) sledita obe občutljivosti:

$$S_U^T = \frac{\partial T}{\partial U} = \frac{2}{U(\frac{1}{T - T_a} + TK_R)} =$$

$$= \frac{2}{48\ \text{V}(\frac{1}{45°\text{C}} + 0,2/°\text{C})} = \underline{0,187°\text{C/V}} \tag{25.12}$$

$$S_{T_a}^T = \frac{\partial T}{\partial T_a} = \frac{1}{1 + TK_R \cdot (T - T_a)} = \frac{1}{1 + 0,2/°C \cdot 45°C} = \underline{0,1} \tag{25.13}$$

Vaja 26

Kolikšna sta tok in diferencialna upornost varistorja pri napetosti 50 V? Podatki varistorja so: $U_N = 40$ V, $I_N = 1$ mA in $\alpha = 18$.

Rešitev:

Iz enačbe za tok varistorja in danih podatkov sledi:

$$I = k \cdot U^{\alpha} \tag{26.1}$$

$$I_N = k \cdot U_N^{\alpha} \tag{26.2}$$

$$\frac{I}{I_N} = \left(\frac{U}{U_N}\right)^{\alpha} \Rightarrow I = I_N \left(\frac{U}{U_N}\right)^{\alpha} \tag{26.3}$$

$$I(50\ \text{V}) = 1\ \text{mA} \left(\frac{50}{40}\right)^{18} = \underline{55,5\ \text{mA}} \tag{26.4}$$

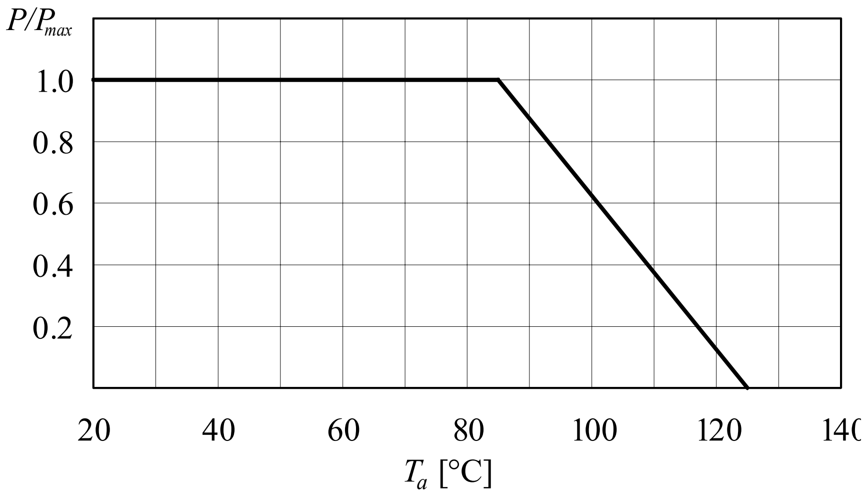
Diferencialno upornost dobimo preko diferencialne prevodnosti, to pa z odvajanjem enačbe za tok varistorja (26.1)

$$g = \frac{dI}{dU} = k\alpha U^{\alpha - 1} = kU^{\alpha} \frac{\alpha}{U} = \alpha \frac{I}{U} \tag{26.5}$$

$$r = \frac{1}{g} = \frac{U}{\alpha I} = \frac{50\ \text{V}}{18 \cdot 55,5 \cdot 10^{-3}\ \text{A}} = \underline{50\ \Omega} \tag{26.6}$$

Vaja 27

Koliko znaša maksimalna efektivna napetost varistorja iz prejšnje naloge, če je maksimalna dopustna obremenitev varistorja P_{max} = 0,5 W? Temperatura okolice je 30°C.



Sl. 27.1 Dopustna moč varistorja v odvisnosti od temperature okolice

Rešitev:

Zaradi nelinearne karakteristike varistorja je oblika toka močno popačena. Pri napetostih pod U_N je tok zanemarljivo majhen, nad napetostjo U_N pa naglo narašča. Nekaj podobnega velja tudi za trenutno moč varistorja $P(t)$. Zaradi nekoliko lažjega računa uporabimo za napetost kosinusni zapis:

$$u(t) = U_m \cos \omega t \tag{27.1}$$

Časovno odvisnost toka določimo preko enačbe varistorja, ki povezuje tok in napetost

$$i(t) = k.u(t)^\alpha = k(U_m \cos \omega t)^\alpha = kU_m^\alpha \cos^\alpha \omega t \tag{27.2}$$

Izgubna moč, ki se troši na varistorju, je enaka povprečni vrednosti produkta trenutnih vrednosti toka in napetosti v eni periodi (27.3).

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T P(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)i(t)dt \tag{27.3}$$

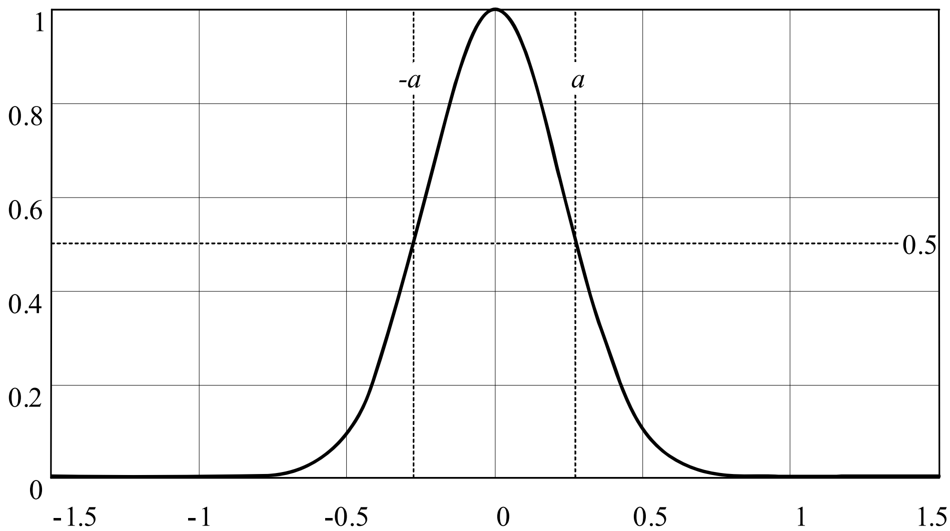
Povprečno moč v (27.3) raje izračunamo z integracijo glede na fazni kot ωt, ker sta tako tok kot tudi napetost podana s kotno funkcijo. Interval integracije premaknemo tako, da sta spodnja in zgornja meja simetrični glede na izhodišče. V (27.3) vstavimo izraza za tok (27.2) in napetost (27.1).

$$P = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} kU_m^{\alpha+1} \cos^{\alpha+1} \omega t \, d\omega t = \frac{kU_m^{\alpha+1}}{\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^{\alpha+1} \omega t \, d\omega t \tag{27.4}$$

Koeficient k varistorja lahko izrazimo z nazivno napetostjo U_N in nazivnim tokom I_N (ponavadi 1 mA, vendar je to lahko odvisno tudi od velikosti varistorja in od posameznega proizvajalca) iz (27.2). Povprečna moč v odvisnosti od amplitude izmenične napetosti je tedaj

$$P = I_N U_N \left(\frac{U_m}{U_N}\right)^{\alpha+1} \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^{\alpha+1} \omega t \, d\omega t \tag{27.5}$$

Nedoločeni integral v gornjem izrazu predstavlja zaradi visoke vrednosti eksponenta α+1 težavo, ki pa jo bomo preskočili z izračunom približne vrednosti določenega integrala. Integriranje celoštevilčne potence (ko)sinusne funkcije ne predstavlja bistvene težave, vendar je analitični izraz dolg in zapleten. Za rešitev dane naloge, je treba v izrazu (27.5) poiskati zvezo med P in U_m, določeni integral pa je le faktor, ki je odvisen le od koeficienta nelinearnosti α. Na sliki 27.2 je narisan graf funkcije $\cos^{15}x$. Za višje vrednosti eksponenta α je krivulja podobne oblike, le da je še bolj stisnjena proti ordinatni osi.



Sl. 27.2 Graf funkcije $\cos^{15}x$

Površino lika pod krivuljo lahko aproksimiramo s ploščino pravokotnika, ki ga omejujeta črtkani vertikalni črti, ki sekata funkcijo pri vrednosti 0,5. Polovico osnovnice a za funkcijo $\cos^n x$ izračunamo:

$$0,5 = \cos^n a \Rightarrow \cos a = 2^{-\frac{1}{n}} \Rightarrow a = \arccos\left(2^{-\frac{1}{n}}\right) \tag{27.6}$$

Ker je višina pravokotnika 1, je njegova ploščina kar enaka osnovnici $2a$. Določeni integral funkcije $\cos^n x$ na intervalu [-π/2,π/2] lahko po tem izračunamo s približnim izrazom:

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^n x dx \approx 2a = 2\mathrm{arc}\cos\left(2^{-\frac{1}{n}}\right) \tag{27.7}$$

Povprečna izgubna moč varistorja (27.5) na osnovi (27.7) postane

$$P = I_N U_N \left(\frac{U_m}{U_N}\right)^{\alpha+1} \frac{2}{\pi} \arccos\left(2^{-\frac{1}{\alpha+1}}\right) \tag{27.8}$$

Temperatura okolice T_a je nižja od mejne (85°C), nad katero moramo zniževati disipacijo varistorja, kar lahko odčitamo iz odvisnosti podane z diagramom (slika 27.1). Amplitudo maksimalne sinusne napetosti U_m izračunamo iz (27.8)

$$\left(\frac{U_m}{U_N}\right)^{\alpha+1} = \frac{\pi \quad P}{2 I_N U_N \arccos\left(2^{-\frac{1}{\alpha+1}}\right)} \tag{27.9}$$

$$U_m = \left(\frac{\pi \quad P}{2 I_N U_N \arccos\left(2^{-\frac{1}{\alpha+1}}\right)}\right)^{\frac{1}{\alpha+1}} U_N \tag{27.10}$$

$$U_m = \left(\frac{\pi \cdot 0{,}5\ \mathrm{W}}{2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{A} \cdot 40\ \mathrm{V} \cdot \arccos\left(2^{-\frac{1}{19}}\right)}\right)^{\frac{1}{19}} \cdot 40\ \mathrm{V} = 50{,}1\ \mathrm{V} \tag{27.11}$$

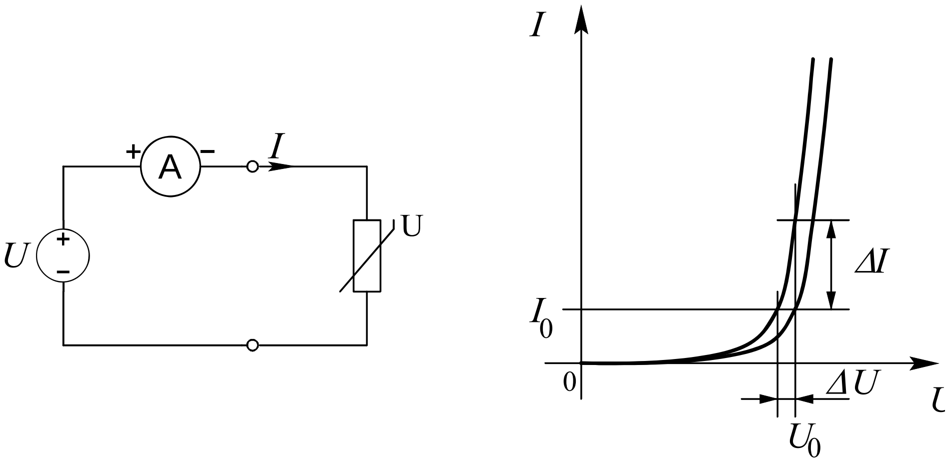
$$U_{ef} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 35{,}45\ \mathrm{V} \approx \underline{35{,}5\ \mathrm{V}} \tag{27.12}$$

Napaka približnega izračuna določenega integrala (27.5) je približno 5 %, vendar je njen vpliv na končno vrednost *U*ef popolnoma zanemarljiv ≈0,25 %, saj znaša toleranca napetosti U_N običajnih varistorjev ±10 %.

Vaja 28

Varistor z nazivno napetostjo U_N = 100 V ima temperaturni koeficient napetosti TK_U = -0,1 %/°C. Tok varistorja pri napetosti 140 V je 0,85 A. Kolikšen je temperaturni koeficient toka TK_I pri konstantni napetosti?

Rešitev:



Sl. 28.1 Vezje za merjenje toka pri konstantni napetosti in karakteristika varistorja pri dveh temperaturah ($T1 < T2$)

Temperaturni koeficient varistorja TK_U izmerimo pri konstantnem toku kot spremembo napetosti ΔU. Oba temperaturna koeficienta sta predvsem posledica spremembe prevodnosti, ki se odraža v konstanti k v (28.1).

$$I = k \cdot U^{\alpha} \tag{28.1}$$

Zvezo med obema temperaturnima koeficientoma poiščemo tako, da gornji izraz najprej logaritmiramo, nato pa ga odvajamo po temperaturi T.

$$\ln I = \ln k + \alpha \ln U \tag{28.2}$$

$$\frac{1}{I}\frac{dI}{dT} = \frac{1}{k}\frac{dk}{dT} + \alpha \frac{1}{U}\frac{dU}{dT} \tag{28.3}$$

Pri konstantnem toku je $dI = 0$, zato velja

$$\frac{1}{k}\frac{dk}{dT} = -\alpha \frac{1}{U}\frac{dU}{dT} = -\alpha TK_U \tag{28.4}$$

Kadar je termistor priključen na napetostni generator, je napetost konstantna ($dU = 0$), zato tedaj iz (28.3) ter (28.4) izračunamo temperaturni koeficient toka TK_I.

$$TK_I = \frac{1}{I}\frac{dI}{dT} = \frac{1}{k}\frac{dk}{dT} = -\alpha TK_U \tag{28.5}$$

Koeficient nelinearnosti α izračunamo iz podatkov z upoštevanjem (28.1), ki jo zapišemo za podani vrednosti toka in napetosti ter pri nazivnem toku I_N = 1 mA. Enačbi delimo in izračunamo eksponent α:

$$\frac{I}{I_N} = \left(\frac{U}{U_N}\right)^{\alpha} \tag{28.6}$$

$$\alpha = \frac{\ln\dfrac{I}{I_N}}{\ln\dfrac{U}{U_N}} = \frac{\ln\dfrac{850\ \text{mA}}{1\ \text{mA}}}{\ln\dfrac{140\ \text{V}}{100\ \text{V}}} = \underline{20} \tag{28.7}$$

Iskani temperaturni koeficient pri konstantni napetosti sedaj izračunamo iz (28.5)

$$TK_I = -\alpha TK_U = -20 \cdot (-0{,}1\ \%/\,^\circ\text{C}) = \underline{2\ \%/\,^\circ\text{C}} \tag{28.8}$$

Razmerje med obema temperaturnima koeficientoma je lepo razvidno tudi na sliki 28.1.

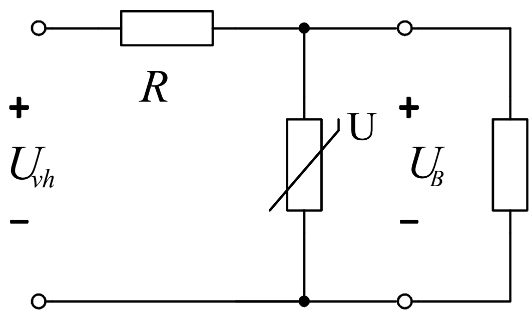
Vaja 29

Za prenapetostno zaščitno vezje z ZnO varistorjem (slika 29.1) določite upornost serijskega upora R in nazivno napetost varistorja U_N pri I_N = 1 mA, da bo ustrezalo naslednjim zahtevam:

- napajanje potrošnika (R_B) z močjo P_B = 200 W/220 V
- maksimalna napetost na bremenu $U_{B\,max}$ = 400 V
- trajna izgubna moč serijskega upora P_R = 2 W

Na voljo so ZnO varistorji z indeksom nelinearnosti α = 17, trajno izgubno močjo P_N = 10 W in maksimalno energijo absorpcije enkratnega impulza W_{max} = 1200 J. Nazivno napetost U_N varistorja izračunajte tako, da znaša toplotna obremenitev med normalnim delovanjem 30 % trajne izgubne moči P_N. Kolikšna je maksimalna amplituda napetostnega impulza $U_{vh\,max}$, ki še ne poškoduje porabnika niti varistor? Kolikšna je njegova širina τ?

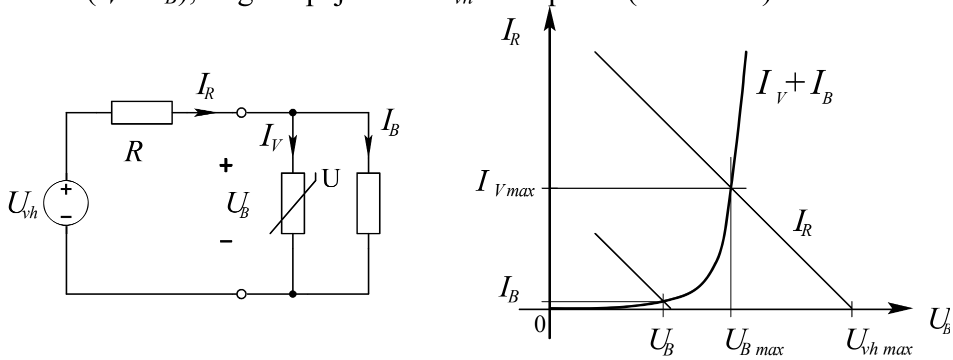
W_{max} = 1200 J	P_N = 10 W	α = 17
P_B = 200 W/220 V	$U_{B\,max}$ = 400 V	P_R = 2 W



Sl. 29.1 Zaščitno vezje z varistorjem

Rešitev:

Zaščitno vezje z varistorjem je podobno napetostnemu stabilizatorju z Zenerjevo (prebojno) diodo. Delovanje vezja najlaže opazujemo z modelom, v katerem združimo varistor in breme v en nelinearen element ($I_V + I_B$), ki ga napajamo z U_{vh} čez upor R (slika 29.2).



Sl. 29.2 Model in delovna točka varistorskega stabilizatorja

Bremenski tok I_B med trajnim delovanjem določimo iz nazivne moči bremena.

$$I_B = \frac{P_B}{U_B} = \frac{200\,\mathrm{W}}{220\,\mathrm{V}} = 0{,}91\,\mathrm{A} \tag{29.1}$$

Serijsko upornost R izračunamo iz izgubne moči P_R na uporu med normalnim delovanjem. V tem primeru računamo, da je I_R je kar enak toku I_B, ker je tok varistorja I_V med normalnim delovanjem zanemarljiv v primerjavi z I_B.

$$R = \frac{P_R}{I_R^2} = \frac{P_R}{I_B^2} = \frac{2\ \text{W}}{0{,}826\ \text{A}^2} = 2{,}42\ \Omega \approx \underline{2{,}4\ \Omega} \tag{29.2}$$

Nazivno napetost U_N varistorja določimo iz obratovalne napetosti in napotila o delitvi obremenitve med impulzno in trajno. Celoten izračun poenostavimo in računamo kot, da so napetosti enosmerne.

$$P_V = 0{,}3P_N = IU = kU^{\alpha}U = kU^{\alpha+1} \tag{29.3}$$

$$I_N = kU_N^{\alpha} \tag{29.4}$$

$$U_N^{\alpha} = \frac{I_N U^{\alpha+1}}{0{,}3P_N} \tag{29.5}$$

$$U_N = \left(\frac{I_N}{0{,}3P_{max}}\right)^{\frac{1}{\alpha}} U^{\frac{\alpha+1}{\alpha}} = \left(\frac{10^{-3}\ \text{A}}{0{,}3\cdot 10\ \text{W}}\right)^{\frac{1}{17}} (220\ \text{V})^{\frac{18}{17}} = \underline{188{,}6\ \text{V}} \tag{29.6}$$

Gornjo izračunano vrednost nazivne napetosti zaokrožimo na bližnjo zaokroženo vrednost: $U_N = 190$ V.

Najvišja dopustna vhodna napetost je določena z maksimalno napetostjo na bremenu $U_{B\ max}$ (slika 29.2) in sicer kot vsota napetosti na varistorju (porabniku) in na uporu R. Predpostavimo tudi linearno povečanje toka skozi vezje, ki ga predstavlja R_B. Tok varistorja I_V pri maksimalni napetosti $U_{B\ max} = 400$ V je tedaj

$$I_{V\ max} = I_N \left(\frac{U_{Bmax}}{U_N}\right)^{\alpha} = 313{,}5\ \text{A}\ , \tag{29.7}$$

kar pomeni, da je tok bremena zanemarljiv ob upoštevanju netočnosti toka I_V zaradi toleranc varistorja; za tok $I_{B\ max}$ namreč velja ocena

$$U_{Bmax} < 2U_B \Rightarrow I_{Bmax} < 2I_B = 1{,}82\ \text{A} \tag{29.8}$$

$$\begin{aligned} U_{vh\ max} &= U_{B\ max} + R\left(I_{V\ max} + I_{B\ max}\right) \cong U_{B\ max} + RI_{V\ max} = \\ &= 400\ \text{V} + 2{,}4\ \Omega\cdot 313{,}5\ \text{A} = \underline{1152\ \text{V}} \end{aligned} \tag{29.9}$$

Trajanje vhodnega impulza τ je omejeno z maksimalno impulzno energijo, ki jo lahko varistor absorbira. Ta podatek velja za kratke enkratne impulze.

$$W = P\tau = U_{B\ max} I_{V\ max}\,\tau \tag{29.10}$$

$$\tau = \frac{W}{P} = \frac{1200\ \text{J}}{400\ \text{V}\cdot 313\ \text{A}} = \underline{9{,}5\ \text{ms}} \tag{29.11}$$

Obremenitev upora R je še nekoliko večja saj znaša absorbirana energija $W_R = 2290$ J, kar pomeni, da mora uporabljeni upor prenesti visoko enkratno impulzno moč.

Vaja 30

Kolikšna je lahko najvišja trajna vhodna napetost v zaščitnem vezju iz vaje 29? Kolikšni sta tedaj napetost bremena U_B in izgubna moč serijskega upora P_R ?

Rešitev:

Najvišjo trajno vhodno napetost določa nazivna moč varistorja P_N, iz katere izračunamo napetost U_V, ki je hkrati tudi napetost bremena U_B. Moč varistorja izrazimo z napetostjo U_V s pomočjo izraza za tok varistorja (26.3)

$$P_N = I_V U_V = I_N \left(\frac{U_V}{U_N} \right)^{\alpha} U_V = \frac{I_N U_V^{\alpha+1}}{U_N^{\alpha}}, \tag{30.1}$$

iz nje pa izrazimo iskano napetost U_V (U_B)

$$U_V = U_B = \left(\frac{P_N}{I_N} \right)^{\frac{1}{\alpha+1}} U_N^{\frac{\alpha}{\alpha+1}} = \left(\frac{10\ \text{W}}{1\text{m A}} \right)^{\frac{1}{18}} \left(190\ \text{V}\right)^{\frac{17}{18}} = \underline{236{,}8\ \text{V}} \tag{30.2}$$

Tok varistorja pri tej napetosti najlaže izračunamo iz (30.1)

$$I_V = \frac{P_N}{U_V} = \frac{10\ \text{W}}{236{,}8\ \text{V}} = 0{,}042\ \text{A} \tag{30.3}$$

Pri tej napetosti izračunamo še povečani bremenski tok

$$I_B = \frac{U_V}{R_B} = \frac{U_V P_B}{U^2} = \frac{236{,}8\ \text{V} \cdot 200\ \text{W}}{(220\ \text{V})^2} = 0{,}978\ \text{A} \tag{30.4}$$

Vhodno napetost U_{vh} izračunamo na enak način kot v vaji 29 (29.9)

$$\begin{aligned} U_{vh} &= U_V + R\left(I_V + I_B\right) = \\ &= 236{,}8\ \text{V} + 2{,}4\ \Omega\left(0{,}042\ \text{A} + 0{,}978\ \text{A}\right) = \underline{239{,}2\ \text{V}} \end{aligned} \tag{30.5}$$

$$P_R = R(I_V + I_B)^2 = 2{,}4\ \Omega \cdot 1{,}02^2\ \text{A}^2 = \underline{2{,}5\ \text{W}} \tag{30.6}$$