

Naloga 1 (20 točk)

Dana so oglišča trikotnika v prostoru: $A(0, 0, 1)$, $B(1, 2, -1)$ in $C(1, 2, 0)$. Izračunajte:

- ploščino trikotnika ABC ,
- dolžino stranice AC ,
- obseg trikotnika ABC .

Naloga 2 (20 točk)

Dani sta premica $p: \frac{x+1}{2} = y = 3z$ in ravnina $\Pi: x + y = 5$.

- Zapišite parametrično obliko enačbe premice p .
- Določite točko P , v kateri premica p prebada ravnino Π .
- Izračunajte kot, pod katerim premica p prebada ravnino Π .

Naloga 3 (20 točk)

Izračunajte neznanu matriko X , ki zadošča enačbi $A \cdot B = 2X - I$, kjer sta

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 4 \\ 11 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ali je matrika X obrnljiva? Odgovor utemeljite.

Naloga 4 (20 točk)

Poiščite rešitve sistema enačb, če obstajajo:

$$\begin{aligned} x + y + z &= 2, \\ 2x - 3y - z &= 5, \\ x - 2y - 3z &= -4, \\ 5x + y - 2z &= -3, \\ 3x + 2y + 2z &= 3. \end{aligned}$$

Naloga 5 (20 točk)

Matrika A slika realne vektorje, kot je opisano spodaj.

- Vektor $v_1 = (1, 0, 1)$ preslika v $w_1 = (3, 0, 3)$.
- Vektor $v_2 = (2, -1, 2)$ preslika v $w_2 = (6, -1, 6)$.
- Vektor $v_3 = (1, 2, 2)$ preslika v $w_3 = (4, 2, 5)$.
- Vektor $v_4 = (0, 2, 0)$ preslika v $w_4 = (0, 2, 0)$.

Kateri izmed vektorjev v_1 , v_2 , v_3 in v_4 so lastni vektorji matrike A ? Poiščite tudi tem vektorjem pripadajoče lastne vrednosti matrike A .