

13. VAJA IZ MATEMATIKE 2 (VSS)

avtorica: Melita Hajdinjak

datum: Ljubljana, 2009

DIFERENCIALNE ENAČBE – NADALJEVANJE

METODE ZA ZNIŽEVANJE REDA DIFERENCIALNIH ENAČB

Nekaterim diferencialnim enačbam lahko znižamo red.

Če enačba ne vsebuje odvisne spremenljivke y , tj. je oblike $F(x, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$. Red dif. enačbe znižamo, tako da uvedemo novo odvisno spremenljivko

$$u = y'.$$

1. naloga: Reši diferencialno enačbo $(1 - x^2)y'' - xy' = 0$.

Rezultat: $y(x) = C \arcsin x + D$.

2. naloga: Reši diferencialno enačbo $\cos x \cdot y''' + \sin x \cdot y'' = \sin x$.

Rezultat: $y(x) = \frac{x^2}{2} - C \cos x + Dx + E$.

SISTEMI DIFERENCIALNIH ENAČB

Sisteme linearnih dif. enačb s konstantnimi koeficienti rešujemo s podobnimi nastavki kot linearne dif. enačbe s konst. koef.:

$$\begin{aligned}x(t) &= Ae^{\lambda t}, \\y(t) &= Be^{\lambda t}.\end{aligned}$$

Ko nastavka odvajamo in vstavimo v sistem, dobimo homogen sistem dveh enačb za dve neznanke, ki ima netrivialno rešitev, ko je determinanta koeficientov sistema enaka 0.

3. naloga: Reši sistem diferencialnih enačb

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 2x - y, \\ \dot{y} &= -x + 2y,\end{aligned}$$

kjer je $x = x(t)$, $y = y(t)$, skupaj z začetnim pogojem $x(0) = 1$, $y(0) = -3$.

Rezultat: $x(t) = -e^t + 2e^{3t}$, $y(t) = -e^t - 2e^{3t}$.

4. naloga: Reši sistem diferencialnih enačb

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -3x - y, \\ \dot{y} &= x - y,\end{aligned}$$

kjer je $x = x(t)$, $y = y(t)$.

Rezultat: $x(t) = (Ct + D)e^{-2t}$, $y(t) = (-Ct - C - D)e^{-2t}$.

PONAVLJANJE ZA KOLOKVIJ

Rešili smo:

- Kolokvij 2005 (1. in 3. naloga),
- Kolokvij 2006 (2. in 4. naloga),
- Kolokvij 2007 (1., 2. in 3. naloga),
- Kolokvij 2008 (1., 2. in 4. naloga).