

Rešitve nalog – MERITVE 1. del

1. Koliko je največji informacijski pretok digitalnega voltmetra, ki ima merilno območje $-200\text{ V} \dots +200\text{ V}$, mejo pogreška $M_U = \pm(0,05\% U + 2 \text{ dig})$, ločljivost $\Delta U_q = 10\text{ mV}$ in naredi 15 meritev v sekundi?

$$m = 1 + \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \frac{dx}{2E(x)}$$

Rešitev:

- Kadar je pogrešek odvisen od izmerjene vrednosti v obliki $E(x) = \pm(ax + b)$ kot v našem primeru, se število neodvisnih amplitudnih stopenj v območju od x_{\min} do x_{\max} izračuna z integralom:

$$m_{\max} = 1 + \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \frac{dx}{2(ax + b)} \Rightarrow m_{\max} = 1 + \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{ax_{\max} + b}{ax_{\min} + b} \right|$$

- Če vzamemo za enoto informacije bit, ustreza številu amplitudnih stopenj m naslednja množina informacije kot dvojiški logaritem m :

$$S = \text{lb}(m) = \log_2(m)$$

- Ker za eno meritev potrebujemo čas $T_M = 1/f_M$, je hitrost prenosa ali **informacijski pretok** enak:

$$I = \frac{1}{T_M} \text{lb}(m) = \frac{S}{T_M} = f_M \cdot S$$

- Za dani voltmetr zapišemo mejni pogrešek v obliki:

$$M_U = \pm(0,05\% U + 2 \text{ dig}) = 0,5 \cdot 10^{-3} U + 20 \text{ mV}$$

- In maksimalno število neodvisnih amplitudnih stopenj na merilnem območju ($x_{\min} = -200\text{ V}$, $x_{\max} = +200\text{ V}$):

$$m_{\max} = 1 + \frac{1}{1 \cdot 10^{-3}} \ln \left| \frac{0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 200\text{ V} + 20\text{ mV}}{0,5 \cdot 10^{-3} \cdot (-200\text{ V}) + 20\text{ mV}} \right| = 406,5$$

- Največja množina informacije in maksimalni informacijski pretok sta:

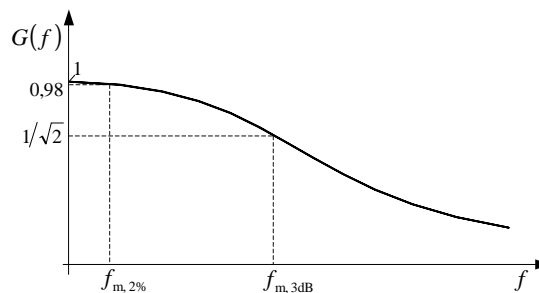
$$S = \text{lb}(m_{\max}) = 8,67 \text{ bit} \Rightarrow I_{\max} = f_M \cdot S = 130,0 \text{ bit/s}$$

2. Do katere frekvence signalna smemo uporabljati digitalni spominski osciloskop ($B = 100\text{MHz}$; člen 1. reda; $f_s = 10\text{MHz}$), da bo amplitudni pogrešek pri večkratnem proženju pod dvema odstotkoma? Do katere frekvence uporabljamo DSO pri enkratnem proženju (točkovno prikazovanje)? Skicirajte razmere!

Rešitev:

- Pri **večkratnem proženju**, kjer imamo dovolj vzorcev v opazovanem signalu, določa obnašanje osciloskopa karakteristika člena 1. reda.
- Amplitudni del frekvenčne karakteristike člena 1. reda oziroma razmerje amplitud vhodnega in izhodnega (prikazanega) signala pri sinusnem vzbujanju zapišemo z uporabo mejne frekvence:

$$\frac{U_{iz}}{U_{vh}} = G(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_m)^2}}$$



- Mejna frekvence je določena s pasovno širino:

$$B = f_{m,zg} - f_{m,sp} \doteq f_{m,zg} \Big|_{f_{m,sp} < 10\text{Hz}} = 100\text{MHz}$$

- Nas zanima, do katere frekvence upade amplituda za manj kot 2% .

$$G(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_m)^2}} = 0,98$$

- in od tod dobimo

$$f_{m,2\%} = f_m \sqrt{\left(\frac{1}{0,98}\right)^2 - 1} = 20,3\text{MHz}$$

- Pri **enkratnem proženju** in točkovni podaji moramo za dobro razpoznavanje sinusnega signala imeti dovolj veliko število vzorcev na periodo (25), zato je uporabna pasovna širina:

$$B_{pt} = \frac{f_s}{25} = \frac{10\text{MHz}}{25} = 400\text{kHz}$$

- Do te frekvence je priporočeno uporabljati DSO pri enkratnem proženju in točkovni podaji signala.

3. Digitalni ampermeter kaže $I = 17,24 \text{ mA}$. Izračunajte merilni rezultat, če smo instrument uporabili pri temperaturi $t = 46 \text{ }^\circ\text{C}$!

- meja pogreška: $M_I = \pm(0,15\% I + 2 \text{ dig})$
- referenčno območje: $23 \text{ }^\circ\text{C} \pm 5 \text{ }^\circ\text{C}$
- nazivno območje: $0 \text{ }^\circ\text{C} \div 55 \text{ }^\circ\text{C}$
- temperaturni koeficient: $\pm(0,015\% I + 1 \text{ dig})/^\circ\text{C}$

Rešitev:

- Če bi uporabili instrument pri referenčnih pogojih, bi bila meja lastnega pogreška:

$$M_I = \pm \left(\frac{0,15}{100} 17,24 \text{ mA} + 0,02 \text{ mA} \right) = \pm 45,86 \mu\text{A}$$

- Ker smo instrument uporabili izven referenčnega območja v nazivnem območju uporabe za vplivno veličino temperaturo, se meja pogreška poveča za mejo spremembe kazanja $M_{I,s} = M_I + M_I^0$. V našem primeru smo izstopili iz referenčnega območja na zgornji meji pri $23 \text{ }^\circ\text{C} + 5 \text{ }^\circ\text{C} = 28 \text{ }^\circ\text{C}$, zato moramo upoštevati razliko temperature od te vrednosti:

$$M_I^0 = \pm \left(\left(\frac{0,015}{100} 17,24 \text{ mA} + 0,01 \text{ mA} \right) / ^\circ\text{C} \right) \cdot (46 \text{ }^\circ\text{C} - 28 \text{ }^\circ\text{C}) = \pm 226,5 \mu\text{A}$$

- Skupna meja pogreška (lastnega in spremembe kazanja) je:

$$M_{I,s} = M_I + M_I^0 = \pm 0,2724 \text{ mA}$$

- in standardna negotovost pri privzeti pravokotni porazdelitvi gostote verjetnosti pogreška:

$$u(I) = \frac{M_{I,s}}{\sqrt{3}} = 0,157 \text{ mA} = 0,16 \text{ mA}$$

- Merilni rezultat podamo v obliki:

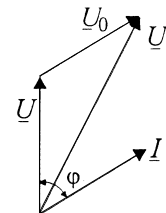
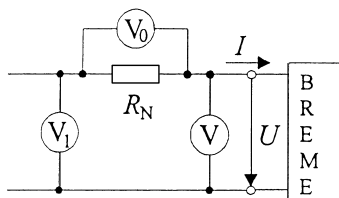
$$I = 17,24 \text{ mA}, \quad u(I) = 0,16 \text{ mA}, \quad n = 1$$

4. Izrazite merilni rezultat za delovno moč $P = (U_1^2 - U^2 - U_0^2)/(2R_N)$ s standardno negotovostjo, če je $U_1 = 170 \text{ V}$, $U = U_0 = 100 \text{ V}$, $M_{U_1} = M_U = M_{U_0} = \pm 1 \text{ V}$, $R_N = 10 \text{ k}\Omega$, $M_{R_N} = \pm 50 \Omega$!

Rešitev:

- Delovna moč za dane podatke je

$$P = \frac{(170 \text{ V})^2 - 2 \cdot (100 \text{ V})^2}{2 \cdot 10 \text{ k}\Omega} = 445 \text{ mW}$$



- Celotno standardno negotovost sestavljajo deleži neposredno merjenih veličin:

$$u_c(P) = \sqrt{u_1^2(P) + u_2^2(P) + u_3^2(P) + u_4^2(P)}$$

- Deleži neposredno merjenih veličin tvorijo faktorji občutljivosti in ustrezne negotovosti:

$$u_1(P) = |c_1| u(U_1) = \left| \frac{\partial P}{\partial U_1} \right| u(U_1) = \frac{U_1}{R_N} u(U_1),$$

$$u_2(P) = |c_2| u(U) = \left| \frac{\partial P}{\partial U} \right| u(U) = \frac{U}{R_N} u(U)$$

$$u_3(P) = |c_3| u(U_0) = \left| \frac{\partial P}{\partial U_0} \right| u(U_0) = \frac{U_0}{R_N} u(U_0)$$

$$u_4(P) = |c_4| u(R_N) = \left| \frac{\partial P}{\partial R_N} \right| u(R_N) = \frac{P}{R_N} u(R_N)$$

- Negotovosti voltmetrov so enake: $u(U_1) = u(U) = u(U_0) = \frac{M_U}{\sqrt{3}} = 0,578 \text{ V}$

- Negotovost upora R_N , ki služi posredno za merjenje toka, je:

$$u(R_N) = \frac{M_{R_N}}{\sqrt{3}} = 28,9 \Omega$$

- Ovrednotena celotna standardna negotovost je tako:

$$u_c(P) = \sqrt{\frac{(U_1^2 + U^2 + U_0^2)}{R_N^2} u^2(U) + \left(\frac{P}{R_N}\right)^2 u^2(R_N)} = \sqrt{1,63 \cdot 10^{-4} \text{ W}^2 + 1,65 \cdot 10^{-6} \text{ W}^2} = 12,8 \text{ mW}$$

- Zaokrožen merilni rezultat je:

$$P = 445 \text{ mW}, \quad u_c(P) = 13 \text{ mW}, \quad n = 1$$

5. Izpeljite številsko enačbo za delovno moč (merjenje z elektronskim osciloskopom: $P = fCk_xk_yA$), če uporabljamo enote: $[P] = \mu\text{W}$, $[f] = \text{Hz}$, $[C] = \text{nF}$, $[k_x] = [k_y] = \text{V/d}$ ($1\text{d} = 0,5\text{in}$, $1\text{in} = 25,4\text{mm}$), $[A] = \text{cm}^2$ in jo uporabite za naslednje podatke: $f = 50\text{Hz}$, $C = 47,3\text{nF}$, $k_x = 5\text{V/d}$, $k_y = 2\text{V/d}$ in $A = 35,8\text{cm}^2$!

Rešitev:

- Izrazimo veličine kot produkt številске vrednosti in enot

$$\{P\}[P] = \{f\}[f]\{C\}[C]\{k_x\}[k_x]\{k_y\}[k_y]\{A\}[A]$$

- in preoblikujemo v

$$\{P\} = \{f\}[C][k_x][k_y][A] \frac{[f][C][k_x][k_y][A]}{[P]}$$

- Vstavimo za splošne enote posameznih veličin enote, katere želimo uporabljati

$$\frac{[f][C][k_x][k_y][A]}{[P]} = \frac{\text{Hz nF} \frac{\text{V}}{12,7\text{mm}} \frac{\text{V}}{12,7\text{mm}} \text{cm}^2}{\mu\text{W}} = \frac{\text{Hz } 10^{-9}\text{F} \left(\frac{\text{V}}{12,7 \cdot 10^{-3}\text{m}}\right)^2 10^{-4}\text{m}^2}{10^{-6}\text{W}} = 6,2 \cdot 10^{-4}$$

- kjer smo uporabili enoto za $[k_x] = [k_y] = \frac{\text{V}}{\text{d}} = \frac{\text{V}}{0,5 \cdot 25,4\text{mm}} = \frac{\text{V}}{12,7\text{mm}}$

- Želena številška enačba se tako glasi:

$$\{P\} = 6,2 \cdot 10^{-4} \{f\}[C][k_x][k_y][A]$$

- Izračunajmo delovno moč za dane vrednosti:

$$\{P\} = 6,2 \cdot 10^{-4} \cdot 50 \cdot 47,3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 35,8 = 524,9354 \quad (\text{v } \mu\text{W})$$

- Za rezultat dobimo le številsko vrednost. Zato moramo pri uporabi številskih enačb vedno navesti, za kakšne enote veljajo.

- Za naš primer:

$$\{P\} = 6,2 \cdot 10^{-4} \{f\}[C][k_x][k_y][A] \left(\frac{P}{\mu\text{W}}, \frac{f}{\text{Hz}}, \frac{C}{\text{nF}}, \frac{k_x}{\text{V/d}}, \frac{k_y}{\text{V/d}}, \frac{A}{\text{cm}^2} \right)$$