

Rešitve nalog – MERITVE 1. del

1. V kakšnem razmerju so si mejne vrednosti pogreškov, če imamo enakomerno, trikotno, trapezno ($\beta = 0,66$) in Gaussovo ($z = 3$) porazdelitev gostote verjetnosti pogreška z enakimi standardnimi odkloni (negotovostmi) $\sigma_e = \sigma_{tri} = \sigma_{tra} = \sigma_G = \sigma$? Skicirajte!

Rešitev:

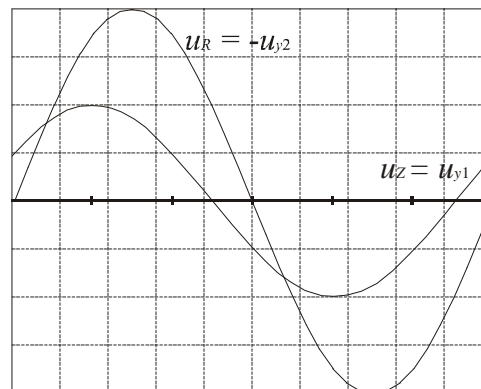
- Razmerja mejnih vrednosti pogreškov proti standardnim odklonom za različne porazdelitve:
 - Enakomerna porazdelitev: $M_e = \sqrt{3} \cdot \sigma$
 - Trikotna porazdelitev: $M_{tri} = \sqrt{6} \cdot \sigma$
 - Trapezna porazdelitev: $M_{tra} = \sqrt{6} / \sqrt{1 + \beta^2} \cdot \sigma = \sqrt{6} / \sqrt{1 + 0,66^2} \cdot \sigma$
 - Gaussova porazdelitev: $M_G = z \cdot \sigma = 3 \cdot \sigma$

Razmerja mejnih pogreškov:

$$M_e : M_{tri} : M_{tra} : M_G = \sqrt{3} \cdot \sigma : \sqrt{6} \cdot \sigma : \sqrt{6} / \sqrt{1 + 0,66^2} \cdot \sigma : 3 \cdot \sigma$$

$$M_e : M_{tri} : M_{tra} : M_G = 1 : \sqrt{2} : \sqrt{2}/1,2 : \sqrt{3}$$

2. Dvokanalni osciloskop ima na zaslonu prikazano sliko. Časovno bazo proži kanal-1. Frekvenca je $f = 50\text{kHz}$, $k_{y1} = k_{y2}$. Kakšen je nivo proženja N ? Kakšna je strmina proženja S ? Koliko je odklonski koeficient časovne baze k_t ? Podajte enačbo, ki kaže odvisnost \underline{Z} od R ?



Rešitev:

- Nivo proženja je: $N = \frac{\hat{u}_{y1}}{2} = \frac{\hat{u}_R}{4}$
- Strmina proženja je naraščajoča, ker je referenčna točka začetka odklanjanja na levem robu zaslona osciloskopa in v tej točki signal u_{y1} narašča: $S > 0$
- Odklonski koeficient časovne baze je: $k_t = \frac{1}{50\text{ kHz} \cdot 10\text{ d}} = 2\ \mu\text{s/d}$
- Funkcijska odvisnost impedance in upornosti je: $\underline{Z} = \frac{1}{2} \cdot R \cdot e^{j30^\circ}$

3. Narišite vezje za merjenje upornosti $R_x \approx 100\Omega$ ($P_{\max} = 1\text{W}$) z U-I metodo in izberite merilna območja tako, da bo merilna negotovost najmanjša. Slednjo izračunajte! Izberite varianto z manjšim sistematičnim pogreškom.

- voltmeter: $U_D = (1, 10, 100)\text{V}$, $R_{V_0} = 10\text{k}\Omega/\text{V}$, $r = 0,2$
- ampermeter: $I_D = (50, 100, 500)\text{mA}$, $U_{A_0} = 0,2\text{V}$, $r = 0,2$

Rešitev:

- Maksimalni dopustni vrednosti U in I na upor omejujeta izbor merilnih območij:

$$R = 100\Omega, P_{\max} = 1\text{W} \Rightarrow I_{\max} = \sqrt{\frac{P_{\max}}{R}} = 100\text{mA} \text{ oz. } U_{\max} = \sqrt{P_{\max} \cdot R} = 10\text{V}$$

- Skupno negotovost upornosti določata negotovosti merjenja napetosti in toka $w(R) = \sqrt{w^2(U) + w^2(I)}$:

$$w(U) = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{r}{100} \frac{U_D}{U} \quad \text{in} \quad w(I) = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{r}{100} \frac{I_D}{I}$$

- Relativna oblika negotovosti je v obeh primerih najmanjša, kadar je odčitek blizu merilnega dosega:

$$U \approx U_D \Rightarrow w(U)_{\min} \approx \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{r}{100} \quad \text{in} \quad I \approx I_D \Rightarrow w(I)_{\min} \approx \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{r}{100}$$

- Za dani upor in merilne dosege instrumentov je to možno doseči z $U_D = 10\text{V}$ in $I_D = 100\text{mA}$.
- Skupna minimalna standardna negotovost je tako:

$$w(R) = \sqrt{w^2(U) + w^2(I)} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \sqrt{1^2 + 1^2} = 1,633 \cdot 10^{-3}$$

- Za izbor variante z manjšim sistematičnim pogreškom potrebujemo še upornosti instrumentov:

$$U_D = 10\text{V} \Rightarrow R_V = R_{V_0} \cdot U_D = 10\text{k}\Omega/\text{V} \cdot 10\text{V} = 100\text{k}\Omega$$

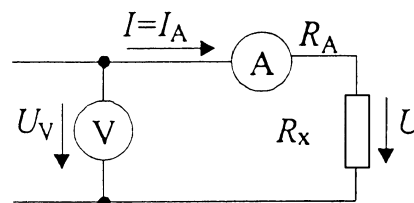
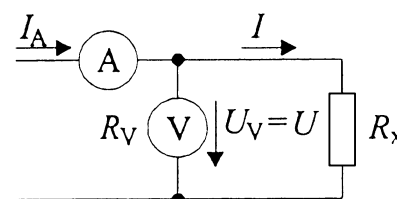
$$I_D = 100\text{mA} \Rightarrow R_A = \frac{U_{A_0}}{I_D} = \frac{0,2\text{V}}{100\text{mA}} = 2\Omega$$

- Kadar priključimo voltmeter neposredno na upor, je tok ampermetra prevelik za tok skozi končno upornost voltmetra. Sistematični pogrešek je sorazmeren razmerju R_x/R_V :

$$e_1 = -\frac{R_x}{R_x + R_V} \doteq -\frac{R_x}{R_V} \doteq -10^{-3}$$

- Če priključimo ampermeter neposredno pred upor, je napetost voltmetra prevelika za padec na upornosti ampermetra. Sistematični pogrešek je sorazmeren kvocientu:

$$e_2 = -\frac{R_A}{R_x} = -2 \cdot 10^{-2}$$



- Izberemo prvo varianto z manjšim sistematičnim pogreškom $|e_1| < |e_2|$

4. Do katere frekvence smemo uporabljati uporovni etalon (člen 1. reda), s časovno konstanto $\tau = 20\text{ ns}$, da ne bo fazni zamik večji od 1° . Za koliko odstotkov pri tej frekvenci odstopa Z od R_N ?

Rešitev:

- Frekvenčna karakteristika člena 1. reda je:

$$G(j\omega) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)} = \frac{1}{1 + j\omega\tau} = \frac{1 - j\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2}$$

- Od tod dobimo iz razmerja imaginarnega in realnega dela karakteristike $\text{tg}\varphi = \frac{\Im(G)}{\Re(G)}$ fazno karakteristiko $\varphi = -\text{atg}(\omega\tau)$.

- Iskana frekvenca za fazni zamik 1° je:

$$\text{tg}\varphi = \omega\tau \quad \rightarrow \quad f = \frac{\text{tg}\varphi}{2\pi\tau} = 138,9\text{ kHz}$$

- Odstopanje impedance Z od vrednosti pri enosmernem vzbujanju R_N določa amplitudna karakteristika člena 1. reda:

$$\frac{Z}{R_N} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}} = 0,9998477$$

- Pri frekvenci $f = 138,9\text{ kHz}$ odstopa Z od R_N za:

$$\Delta Z = 1 - 0,999848 = 1,52 \cdot 10^{-4}$$

5. Kot je znano, znaša permeabilnost vakuuma (magnetna konstanta) točno $4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/Am hitrost svetlobe pa točno 299 792 458 m/s . Razložite zakaj! Ali poznate še kakšno veličino, katere vrednost je znana absolutno točno?

Rešitev:

- Absolutna točnost magnetne konstante za permeabilnost vakuuma $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/Am je posledica definicije ampera:
 - Amper je nespremenljiv električni tok, ki pri prehodu skozi dva premočrtna, vzporedna, neskončno dolga vodnika zanemarljivega krožnega prereza, postavljena v vakuumu v medsebojni razdalji 1 metra, povzroča med njima silo $2 \cdot 10^{-7}$ newtna na meter dolžine.

$$F = lIB = l\mu_0 \frac{I^2}{2\pi d} \quad \Rightarrow \quad \mu_0 = \frac{F}{l} \frac{2\pi d}{I^2} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{m}} \frac{2\pi \cdot 1\text{m}}{(1\text{A})^2} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

- Svetlobna hitrost je določena preko definicije za meter:
 - Meter je dolžina poti, ki jo v vakuumu napravi svetloba v $1/299\,792\,458$ sekunde.
- Tudi električna konstanta ϵ_0 je preko svetlobne hitrosti v vakuumu $c = 299\,792\,458$ m/s absolutno točno določena z enačbo:

$$c^2 \mu_0 \epsilon_0 = 1 \quad \Rightarrow \quad \epsilon_0 = \frac{1}{c^2 \mu_0}$$