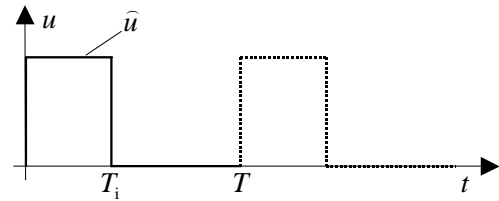


Rešitve nalog – MERITVE 1. del

1. Voltmetra sta priključena na napetost u . Voltmeter, ki se odziva na srednjo vrednost usmerjene napetosti, kaže $U_1 = 1\text{ V}$, voltmeter, ki se odziva na efektivno vrednosti, kaže pa $U_2 = 2\text{ V}$. Kolikšni so temenska vrednost napetosti \hat{u} , relativna širina pulza T_i/T in oblikovni faktor F ?



Rešitev:

- Srednja vrednost usmerjene napetosti: $|\overline{U}| = \frac{1}{T} \int_0^T |u(t)| dt = \frac{1}{T} (\hat{u} T_i) = \hat{u} \frac{T_i}{T}$

- Prvi voltmeter je umerjen za sinusno obliko signala in kaže:

$$U_1 = F_0 \cdot |\overline{U}| = F_0 \cdot \hat{u} \frac{T_i}{T}$$

- pri čemer je oblikovni faktor za sinusno obliko: $F_0 = \frac{U}{|\overline{U}|} = 1,111$

- Efektivna vrednost napetosti, ki jo kaže drugi voltmeter, je enaka:

$$U_2 = U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} = \sqrt{\hat{u}^2 \frac{T_i}{T} + 0 \frac{(T - T_i)}{T}} = \hat{u} \sqrt{\frac{T_i}{T}}$$

- Razmerje napetosti je odvisno od relativne širine pulza T_i/T :

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{\hat{u} \sqrt{\frac{T_i}{T}}}{F_0 \cdot \hat{u} \frac{T_i}{T}} = \frac{1}{F_0} \cdot \frac{\sqrt{\frac{T_i}{T}}}{\frac{T_i}{T}} = \frac{1}{F_0} \cdot \sqrt{\frac{T}{T_i}}$$

- Od tod sledi $\rightarrow \frac{T}{T_i} = \left(F_0 \cdot \frac{U_2}{U_1} \right)^2 = 4,938$

- Temenska vrednost napetosti je enaka: $\hat{u} = U_2 \sqrt{\frac{T}{T_i}} = 4,444\text{ V}$

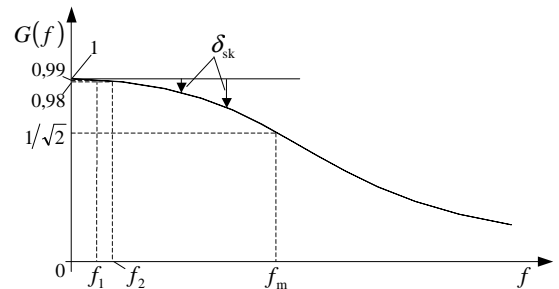
- Relativna širina impulza je: $\frac{T_i}{T} = 0,2025$

- in oblikovni faktor: $F = \frac{U}{|\overline{U}|} = F_0 \frac{U_2}{U_1} = 2,222$

2. Določite referenčno območje in nazivno območje uporabe voltmetra, ki meri temensko vrednost $M_U = \pm(0,5\%U + 0,5\%U_D)$, $U_D = 1V$, za vplivno veličino frekvenco, če upoštevamo samo dinamično obnašanje voltmetra. Voltmeter se odzove na napetostno stopnico kot člen 1. reda in doseže 95% končnega odklona v času $T_a = 5\mu s$. Skicirajte potek spremembe kazanja!

Rešitev:

- V našem primeru določa referenčno območje za vplivno veličino frekvenco dinamično obnašanje voltmetra in njegov mejni pogrešek. Ta bo najmanjši in s tem tudi najmanjše referenčno območje, če upoštevamo monotono povečanje spremembe kazanja (glej skico $\delta_{sk} = \Delta U_{sk}/U_{vh}$), kadar je merjena veličina blizu merilnega dosega.



$$m_{U,\min} = \frac{M_U}{U_D} = \pm \left(5 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-3} \frac{U_D}{U_D} \right) = 10^{-2}$$

- Ker je dinamično obnašanje voltmetra opisano s členom 1. reda, zapišemo za mejno frekvenco:

$$\bullet \quad 0,95U_0 = U_0(1 - e^{-T_a/\tau}) \rightarrow f_m = \frac{\ln 20}{2\pi T_a} = 95,357 \text{ kHz}$$

- in od tod razmerje izhodne izmerjene napetosti proti vhodni merjeni

$$\text{napetosti: } \frac{U_{iz}}{U_{vh}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_m)^2}}$$

- Kljub ohranjanju vrednosti vhodne merjene napetosti, dobimo z večanjem frekvence spremembo kazanja $\Delta U_{sk} = U_{iz} - U_{vh}$. Referenčno območje za vplivno veličino frekvenco je v našem primeru od frekvence 0Hz do frekvence, ko se sprememba kazanja izenači z mejnim pogreškom in upade amplituda na izhodu za $m_{U,\min}$.

$$\frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_m)^2}} = 1 - m_{U,\min} = 0,99 \rightarrow f_1 = f_m \sqrt{\left(\frac{1}{0,99}\right)^2 - 1} = 0,1425 \cdot f_m = 13,59 \text{ kHz}$$

- Referenčno območje je tako od 0Hz do 13,6kHz.

- V nazivnem območju uporabe je dopustno odstopanje spremembe kazanja povečano še za vrednost mejnega pogreška $\Delta U_{sk,\max} \leq 2M_U$:

$$\frac{1}{\sqrt{1 + (f_2/f_m)^2}} = 1 - 2m_{U,\min} = 0,98 \rightarrow f_2 = f_m \sqrt{\left(\frac{1}{0,98}\right)^2 - 1} = 0,203 \cdot f_m = 19,36 \text{ kHz}$$

- Nazivno območje uporabe je tako od 13,6kHz do 19,4kHz.

3. Koliko znaša merilni rezultat za faktor popačenja ($THD_{IEC} = \sqrt{X^2 - X_1^2} / X_1$) napetostnega signala oblike $u = 100(\sin \omega t + 1/3 \sin 3\omega t + 1/50 \sin 50\omega t) \text{ V}$, če ima spektralni analizator standardno negotovost določanja amplitude $w(\hat{u}) = 10^{-2}$?

Rešitev:

- Faktor popačenja je razmerje efektivne vrednosti harmonskih komponent proti efektivni vrednosti osnovne komponente:

$$THD_{IEC} = \frac{\sqrt{U^2 - U_1^2}}{U_1} = \frac{\sqrt{U_3^2 + U_{50}^2}}{U_1}$$

- Naš signal ima tri komponente, katerih efektivne vrednosti so:

$$U_1 = \frac{\hat{u}_1}{\sqrt{2}} = \frac{100 \text{ V}}{\sqrt{2}} = 70,71 \text{ V}; \quad U_3 = \frac{\hat{u}_3}{3\sqrt{2}} = 23,57 \text{ V}; \quad U_{50} = \frac{\hat{u}_{50}}{50\sqrt{2}} = 1,4142 \text{ V}$$

- Faktor popačenja je: $THD_{IEC} = \frac{\sqrt{U_3^2 + U_{50}^2}}{U_1} = 0,33393$

- Ker petdeseta harmonska komponenta zelo malo prispeva k faktorju popačenja

$$THD_{IEC} \approx \frac{U_3}{U_1} = 0,3333 \text{ in je zato njen vpliv na skupno negotovost zanemarljiv,}$$

lahko zapišemo za relativno obliko standardne negotovosti za faktor popačenja

$$THD_{IEC} = U_3 / U_1 :$$

$$w(THD) = \sqrt{w^2(\hat{u}_1) + w^2(\hat{u}_3)} = 1,414 \cdot 10^{-2}$$

- Pri tem smo upoštevali, da sta relativni negotovosti določanja amplitude in efektivne vrednosti enaki $w(\hat{u}) = w(U)$.
- V absolutni obliki je standardna negotovost: $u(THD) = w(THD) \cdot THD = 4,722 \cdot 10^{-3}$

- Merilni rezultat je tako:

$$THD_{IEC} = 0,3339, \quad u(THD) = 0,0048, \quad n = 1$$

4. Trem kondenzatorjem z enako nazivno vrednostjo, smo izmerili kapacitivnost z istim instrumentom. Standardna negotovost je bila $0,2\mu\text{F}$. Kondenzatorje vežemo vzporedno. Koliko je standardna negotovost kapacitivnosti te vezave? $r(x_i, x_j) = 1$

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N [c_i u(x_i)]^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N c_i c_j r(x_i, x_j) u(x_i) u(x_j)}$$

Rešitev:

- Kapacitivnost vzporedne vezave kondenzatorjev je:

$$C = C_1 + C_2 + C_3$$

- Skupno standardno negotovost zapišemo z upoštevanjem faktorjev korelacije:

$$u_c(y) = \sqrt{[c_1 u(C_1)]^2 + [c_2 u(C_2)]^2 + [c_3 u(C_3)]^2 + 2[c_1 c_2 r(C_1, C_2) u(C_1) u(C_2)] + \dots}$$

- Faktorji občutljivosti so:

$$c_1 = \frac{\partial C}{\partial C_1} = 1, \quad c_2 = \frac{\partial C}{\partial C_2} = 1, \quad c_3 = \frac{\partial C}{\partial C_3} = 1$$

- posamezne negotovosti pa: $u(C_1) = u(C_2) = u(C_3) = u(C)$

- Standardna negotovost kapacitivnosti vzporedne vezave je:

$$u_c(C) = \sqrt{3 \cdot u^2(C) + 2[3 \cdot u(C)u(C)]} = u(C)\sqrt{9} = 3u(C) = 0,6\mu\text{F}$$

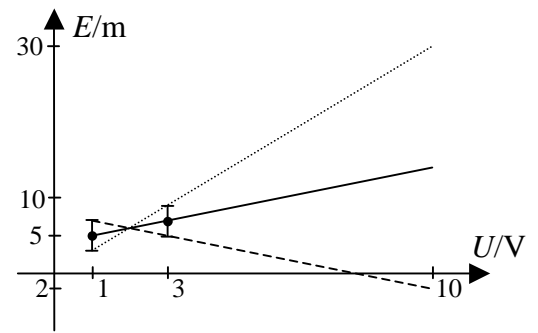
5. Ker smo omejeni z območjem referenčnega voltmetra, umerimo naš voltmeter v dveh točkah, in sicer pri 1 V ter 3 V. Izmerjeni odstopanji od referenčnega voltmetra sta v teh dveh točkah 5 mV oz. 7 mV. Kolikšno bo največje možno odstopanje, ki ga napovemo pri 10 V, če smo zgornji odstopanji izmerili z mejnim pogreškom 2 mV in če predpostavimo, da je karakteristika umerjanega voltmetra linearna?

Rešitev:

- Z umerjanjem ali kalibracijo pri $U_1 = 1\text{ V}$ smo ugotovili odstopanje $E_1 = 5\text{ mV}$.
 - Ker to odstopanje določimo z mejnim pogreškom $m_E = 2\text{ mV}$, to pomeni, da dejansko odstopanje leži v intervalu $5\text{ mV} \pm 2\text{ mV}$ oz. med $E_{1,\min} = 3\text{ mV}$ in $E_{1,\max} = 7\text{ mV}$.

- Podobno velja tudi za drugo točko U_2 , kjer dejansko odstopanje E_2 leži v intervalu med $E_{2,\min} = 5\text{ mV}$ in $E_{2,\max} = 9\text{ mV}$.

- Ob predpostavki linearne karakteristike umerjanega voltmetra lahko grafično prikažemo ti dve kalibracijski točki, kot kaže skica:



- Če predpostavimo, da sta izmerjeni odstopanji pravi vrednosti, bi odstopanje pri 10 V lahko izračunali z naslednjo enačbo:

$$E_{10\text{V}} = \frac{E_2 - E_1}{U_2 - U_1} \cdot (10\text{ V} - U_1) + E_1 = \frac{7\text{ mV} - 5\text{ mV}}{3\text{ V} - 1\text{ V}} \cdot (10\text{ V} - 1\text{ V}) + 5\text{ mV} = 14\text{ mV}$$

- Ker je odstopanje izmerjeno z mejnim pogreškom, bo v najbolj neugodnem primeru odstopanje pri 10 V znašalo:

$$E'_{10\text{V}} = \frac{E_{2,\max} - E_{1,\min}}{U_2 - U_1} \cdot (10\text{ V} - U_1) + E_{1,\min} = \frac{9\text{ mV} - 3\text{ mV}}{3\text{ V} - 1\text{ V}} \cdot (10\text{ V} - 1\text{ V}) + 3\text{ mV} = 30\text{ mV}$$

oz.

$$E''_{10\text{V}} = \frac{E_{2,\min} - E_{1,\max}}{U_2 - U_1} \cdot (10\text{ V} - U_1) + E_{1,\max} = \frac{5\text{ mV} - 7\text{ mV}}{3\text{ V} - 1\text{ V}} \cdot (10\text{ V} - 1\text{ V}) + 7\text{ mV} = -2\text{ mV}$$

- Največje odstopanje, ki bi ga lahko pri 10 V napovedali na podlagi izmerjenih odstopanj, je torej 30 mV.