

## Rešitve nalog – MERILNA TEHNIKA

1. Pogrešek priključitve pri merjenju napetosti je bil  $e = -2\%$ . Koliko je kazal voltmeter in koliko je bila notranja upornost voltmetra, če ima napetostni vir  $U_0 = 3\text{ V}$ ,  $R_0 = 300\ \Omega$ ?

### Rešitev:

- Napetost, ki jo kaže voltmeter  $U_V$ , je zaradi napetostnega delilnika nekoliko manjša, kot je napetost praznega teka  $U_0$ . Dobimo jo s pomočjo Theveninovega nadomestnega vezja in jo izrazimo z

$$U_V = U_0 \frac{R_V}{R_V + R_0}$$

- Pri tem je bil sistematični pogrešek priključitve voltmetra enak

$$e = \frac{U_V - U_0}{U_0} = \frac{U_V}{U_0} - 1$$

- Upornost uporabljenega voltmetra se tako izračuna iz

$$e = \frac{U_V}{U_0} - 1 = \frac{U_0 \frac{R_V}{R_V + R_0}}{U_0} - 1 = \frac{-R_0}{R_0 + R_V}$$

- oziroma  $R_V = \frac{-R_0(1+e)}{e} = \frac{-300\ \Omega(1+(-0,02))}{-0,02} = 14700\ \Omega$

- Napetost, ki jo kaže voltmeter pa je

$$U_V = U_0 \frac{R_V}{R_V + R_0} = 3\text{ V} \cdot \frac{14700\ \Omega}{14700\ \Omega + 300\ \Omega} = 2,94\text{ V}$$

2. Podajte merilni rezultat za jalovo moč na kondenzatorju s standardno negotovostjo?

- V-meter:  $U = 230,00 \text{ V}$ ;  $U_D = 250 \text{ V}$ ;  $M_U = \pm(0,2\% U + 0,3\% U_D)$
- Hz-meter:  $f = 50,000 \text{ Hz}$ ;  $M_f = \pm(0,05\% f + 1 \text{ dig})$
- F-meter:  $C = 234,5 \mu\text{F}$ ;  $M_C = \pm(0,5\% C + 3 \text{ dig})$   $Q = U^2 \omega C$

### Rešitev:

- Jalovo moč izračunamo iz vrednosti, ki jih kažejo merilni instrumenti:

$$Q = U^2 \omega C = 3897,16 \text{ VAr}$$

- Za merilni rezultat potrebujemo še standardno merilno negotovost, ki jo sestavljajo prispevki vhodnih neodvisnih veličin:

$$u(Q) = \sqrt{\left(\frac{\partial Q}{\partial U} \cdot u(U)\right)^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial \omega} \cdot u(\omega)\right)^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial C} \cdot u(C)\right)^2}$$

$$u(Q) = \sqrt{(2U\omega C \cdot u(U))^2 + (U^2 C \cdot u(\omega))^2 + (U^2 \omega \cdot u(C))^2}$$

- Standardna merilna negotovost zapisana v relativni obliki se poenostavi v:

$$w(Q) = \frac{u(Q)}{Q} = \sqrt{\left(2 \frac{u(U)}{U}\right)^2 + \left(\frac{u(\omega)}{\omega}\right)^2 + \left(\frac{u(C)}{C}\right)^2} =$$

$$w(Q) = \sqrt{(2w(U))^2 + w^2(f) + w^2(C)}$$

- Negotovosti vhodnih veličin izračunamo iz mejnih vrednosti pogreškov instrumentov in pri predpostavki pravokotne porazdelitve gostote verjetnosti pogreškov, kjer je standardna negotovost za  $\sqrt{3}$  manjša od mejne vrednosti:

$$\blacksquare w(U) = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{M_U}{U} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( 2 \cdot 10^{-3} + 3 \cdot 10^{-3} \frac{U_D}{U} \right) = 3,037 \cdot 10^{-3}$$

$$\blacksquare w(f) = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{M_f}{f} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( 5 \cdot 10^{-4} + \frac{0,001 \text{ Hz}}{50,000 \text{ Hz}} \right) = 3,002 \cdot 10^{-4}$$

$$\blacksquare w(C) = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{M_C}{C} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( 5 \cdot 10^{-3} + \frac{0,3 \mu\text{F}}{234,5 \mu\text{F}} \right) = 3,625 \cdot 10^{-3}$$

- in skupna standardna negotovost izhodne veličine  $Q$  je tako:

$$w(Q) = 7,081 \cdot 10^{-3} \rightarrow u(Q) = 7,1 \cdot 10^{-3}$$

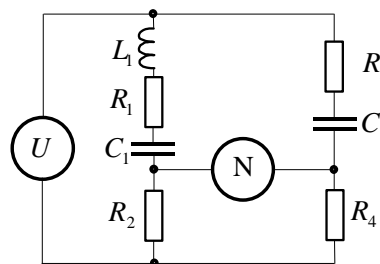
- Tudi standardno negotovost v absolutni obliki zaokrožimo na dve decimalni mesti

$$u(Q) = w(Q) \cdot Q = 27,59 \text{ VAr} \rightarrow u(Q) = 28 \text{ VAr}$$

- Zaokrožen merilni rezultat s standardno negotovostjo zapišemo v obliki:

$$Q = 3897 \text{ VAr} \quad u(Q) = 28 \text{ VAr} \quad n = 1$$

3. Pri katerih frekvencah mostiča ne moremo uravnovesiti, če spreminjamo  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  ali  $C_3$ ?



**Rešitev:**

- Za mostič zapišemo impedance posameznih vej:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} + j\omega L_1, \quad \underline{Z}_2 = R_2, \quad \underline{Z}_3 = R_3 + \frac{1}{j\omega C_3}, \quad \underline{Z}_4 = R_4$$

- Ravnovena enačba  $\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_4 = \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3$  nam da naslednjo povezavo,

$$\left( R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} + j\omega L_1 \right) \cdot R_4 = R_2 \cdot \left( R_3 + \frac{1}{j\omega C_3} \right)$$

- ki jo uredimo v obliko:

$$R_1 R_4 + \frac{R_4}{j\omega C} (1 - \omega^2 L_1 C_1) = R_2 R_3 + \frac{R_3}{j\omega C_3}$$

- Mostič ne moremo uravnovesiti, kadar je izraz  $(1 - \omega^2 L_1 C_1)$  negativen in ne moremo izravnati imaginarni del leve in desne strani ravnovesne enačbe.

$$1 - \omega^2 L_1 C_1 < 0 \quad \rightarrow \quad 1 < \omega^2 L_1 C_1 \quad \rightarrow \quad f > \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}}$$