



7.2 Merjenje moči

Trenutna moč kot produkt napetosti u in toka i **na dostopu** vezja:

$$p = u \cdot i$$

Delovna moč je enaka **srednji vrednosti**:

$$P = \lim_{T_i \rightarrow \infty} \frac{1}{T_i} \int_0^{T_i} ui \, dt = \overline{ui}$$

- Če sta veličini **periodični** je dovolj integral v **eni periodi**:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T ui \, dt$$





- Če sta veličini **sinusni**:

$$u = \hat{u} \sin(\omega t + \varphi_u),$$

$$i = \hat{i} \sin(\omega t + \varphi_i), \quad \varphi_u - \varphi_i = \varphi$$

- **trenutna moč**:

$$p = \hat{u}\hat{i} \sin(\omega t + \varphi_u) \sin(\omega t + \varphi_i) =$$

$$p = UI \cos \varphi - UI \cos \varphi (2\omega t + \varphi_u + \varphi_i)$$

- **delovna moč** je srednja vrednost –
enosmerna komponenta:

$$P = UI \cos \varphi$$

Delovna moč s **kompleksnimi veličinami**:

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\underline{U} \underline{I}^*\}$$

- $\underline{U} = \hat{u} e^{j\varphi_u}$; $\underline{I} = \hat{i} e^{j\varphi_i}$; $\underline{I}^* = \hat{i} e^{-j\varphi_i}$





Navidezna moč je produkt efektivnih vrednosti U in I :

$$S = U \cdot I$$

- neodvisno od oblike

Celotna jalova moč (fiktivna moč P_f):

$$P_f = \sqrt{S^2 - P^2}$$

- pri **sinusni obliki** se skrči v **jalovo moč**:

$$Q = UI \sin \varphi \quad \text{ali} \quad Q = \frac{1}{2} \text{Im}\{\underline{U} \underline{I}^*\}$$

- $UI \sin \varphi = UI \sqrt{1^2 - \cos^2 \varphi}$

Faktor moči je razmerje delovne in navidezne moči:

$$\lambda = \frac{P}{S}$$

- za sinusno obliko: $\lambda = \cos \varphi$





P - merimo z vatmetri,

Q - merimo z varmetri,

S - merimo posredno preko efektivne vrednosti toka in napetosti.

Merjenje moči pri enosmernem toku in napetosti

Izmenična komponenta je zanemarljiva.

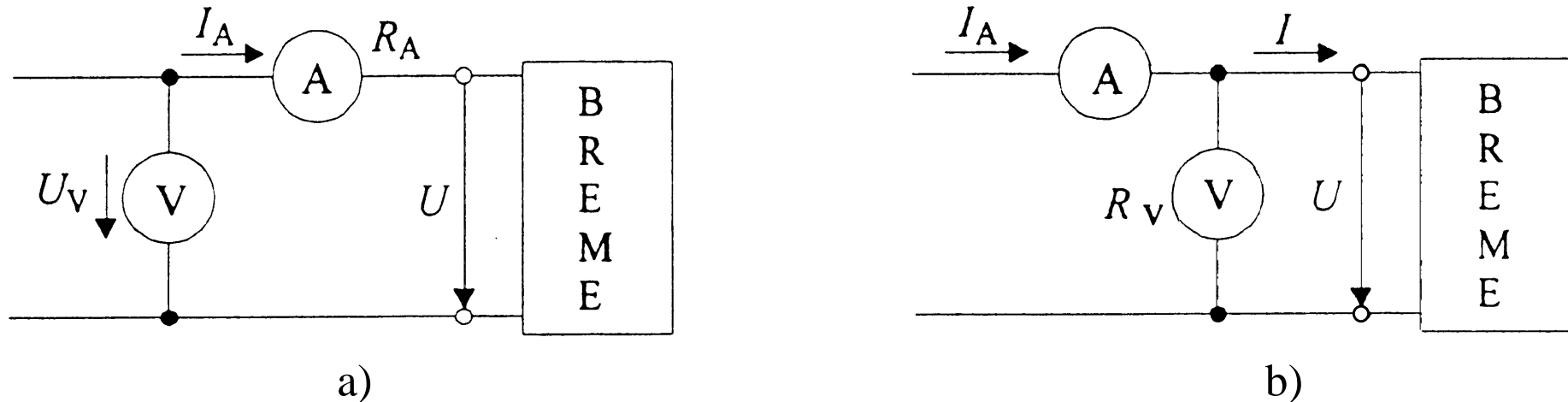
$$P = UI$$

- merimo jo lahko **posredno prek merjenja U in I .**





Merjenje moči z voltmetrom in ampermetrom



Slika 7.9: Merjenje moči z voltmetrom in ampermetrom

Varianta a:

- tok je enak toku bremena $I = I_A$,
- napetost je za padec na ampermetru večja kot napetost na bremenu $U_V = U + I_A R_A$.

$$P_i = U_V I_A = (U + I_A R_A) I_A = UI + I_A^2 R_A$$





$$P_i = U_V I_A = (U + I_A R_A) I_A = UI + I_A^2 R_A$$

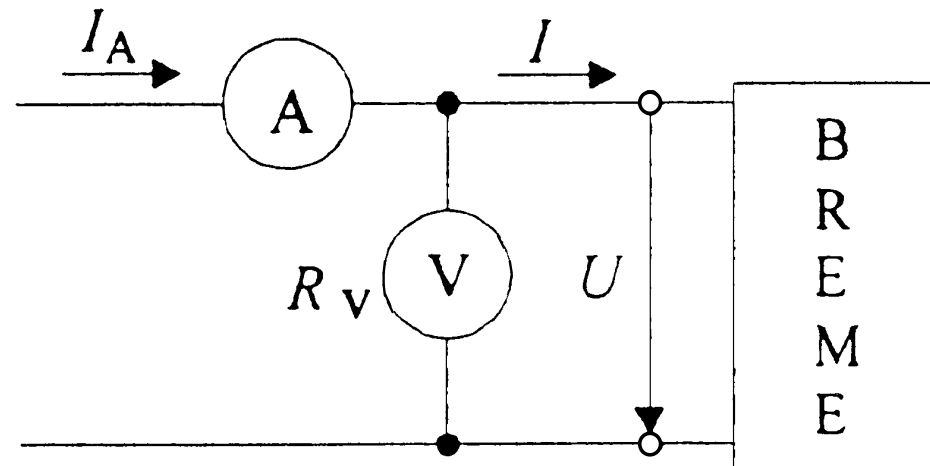
- **moč bremena:**

$$P = UI = U_V I_A - I_A^2 R_A$$

- če drugi člen zanemarimo, imamo **systematični pogrešek:**

$$E = P_i - P = I_A^2 R_A$$





Varianta b:

- **napetost je enaka napetosti na bremenu** $U_V = U$
- **tok je za tok skozi voltmeter večji kot tok bremena**

$$I_A = I + U/R_V:$$

$$P_i = U_V I_A = U_V (I + U_V/R_V) = UI + U_V^2/R_V$$

- **moč bremena:**

$$P = U_V I_A - U_V^2/R_V$$

- če drugi člen zanemarimo, imamo **systematični pogrešek:**

$$E = P_i - P = U_V^2/R_V$$





Merimo po varianti:

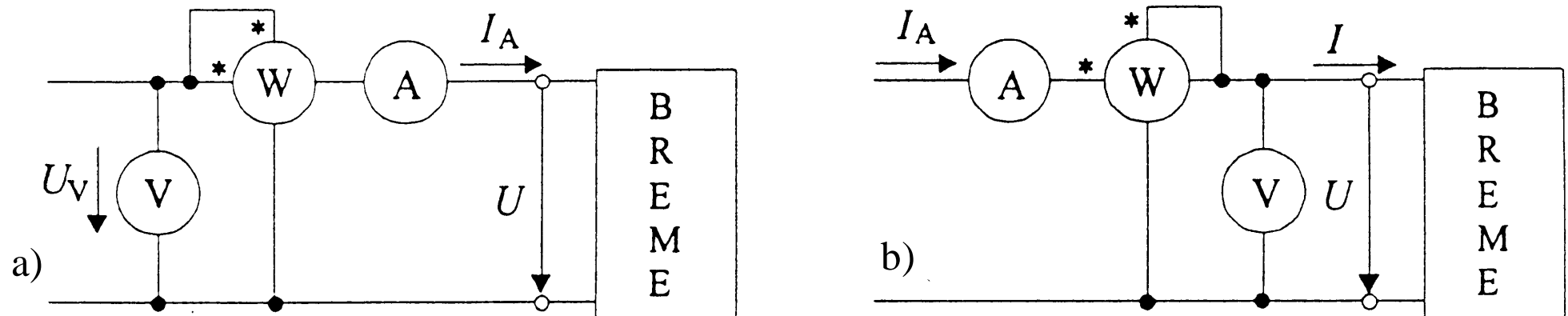
- z zanemarljivim sistematičnim pogreškom,
 - **desetkrat manjši** kot merilna negotovost,
- ali po varianti **z manjšim sistematičnim pogreškom**,
 - prednost dajemo **varianti b**.
 - upornost bolje določena in neodvisna od temperature.





Moč moremo meriti neposredno z vatmetrom

- npr.: elektrodinamični vatmeter $T_e = \frac{1}{R} \frac{\partial M}{\partial \alpha} \cdot UI$
- pri nekompenziranih vatmetrih moramo **upoštevati lastno porabo**.



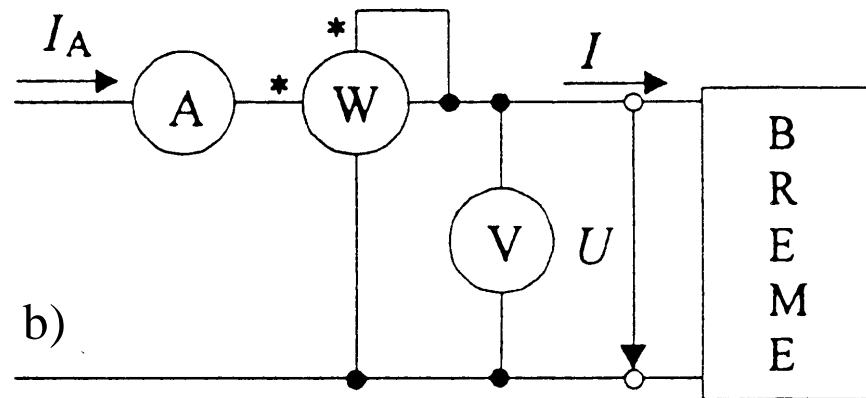
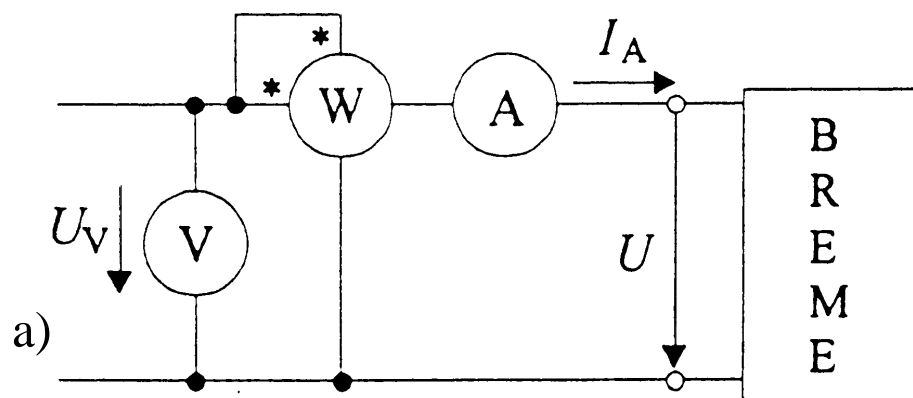
Slika 7.10: Merjenje moči z vatmetrom

Varianta a:

$$P_W = UI + I_A^2 (R_A + R_{Wt})$$

- upoštevamo tudi **upornost tokovne veje vatmetra** R_{Wt}





Varianta b:

$$P_W = UI + U_V^2 (1/R_V + 1/R_{Wn})$$

- upoštevamo tudi **upornost napetostne veje vatmetra** R_{Wn}



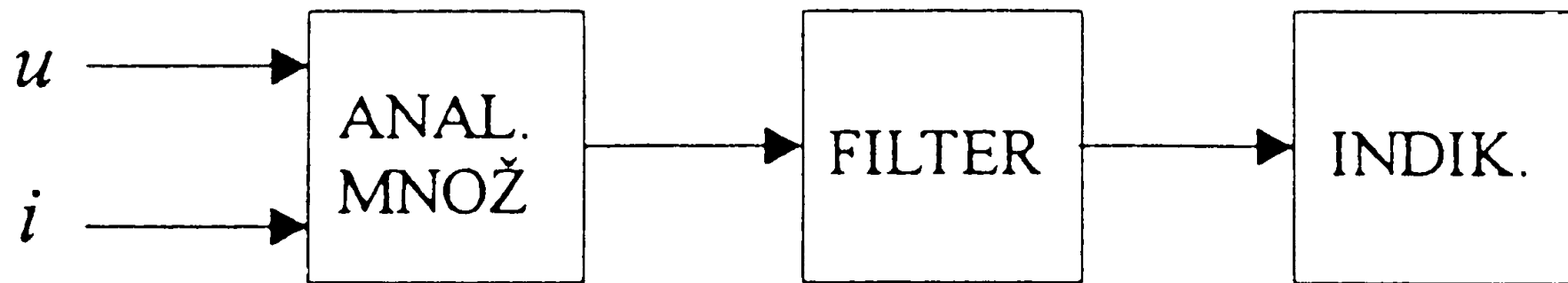


Merjenje delovne moči pri periodičnem toku in napetosti

Najprej moramo tvoriti **produkt trenutnih vrednosti** in nato **povprečno vrednost**.

Elektronski vatmetri

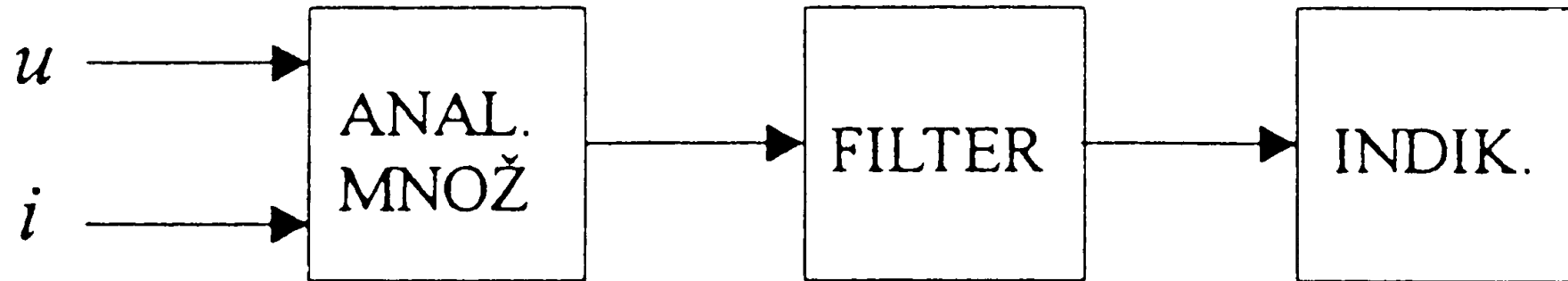
- **analogni postopek,**
 - množenje in povprečenje **kontinuirano,**



Slika 7.11: Analogni postopek merjenja moči

- **digitalni postopek,**
 - množenje in povprečenje **diskontinuirano.**





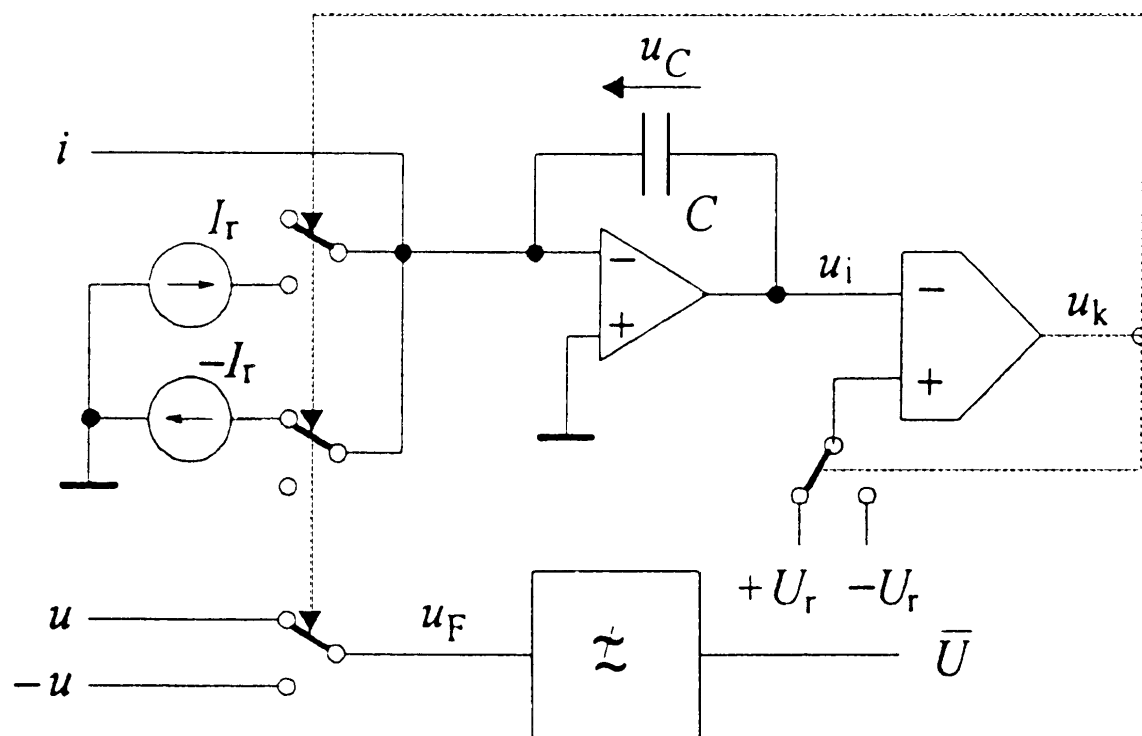
Osrednji del analognega postopka je **analogni množilnik**.

- varianta z **amplitudno-širinsko modulacijo**,
- varianta s **Hallovim množilnikom**.

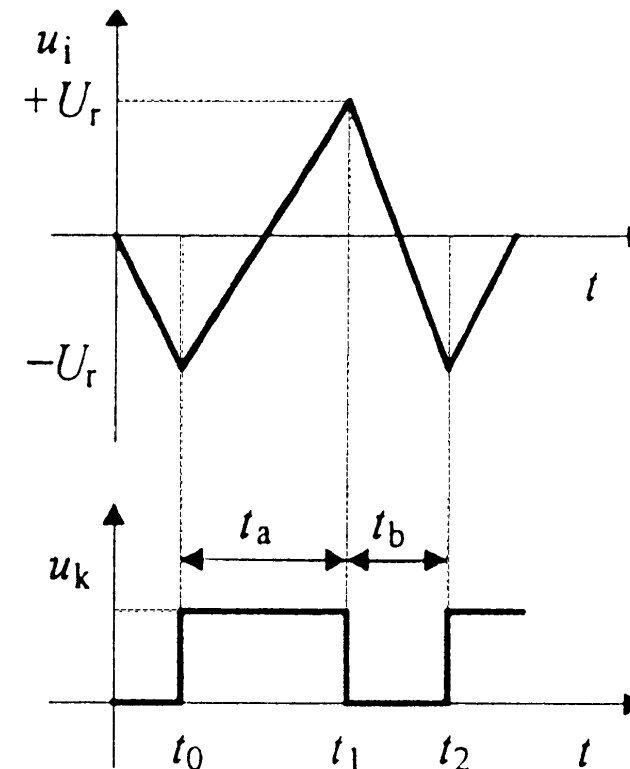




Množilnik z amplitudno-širinsko modulacijo



a)

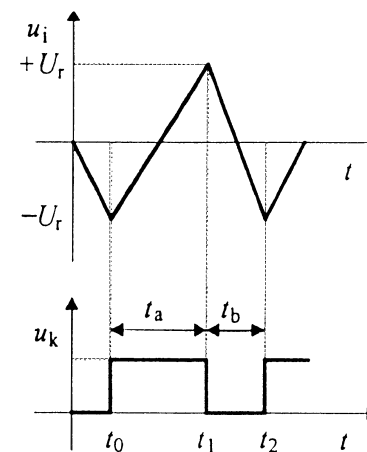
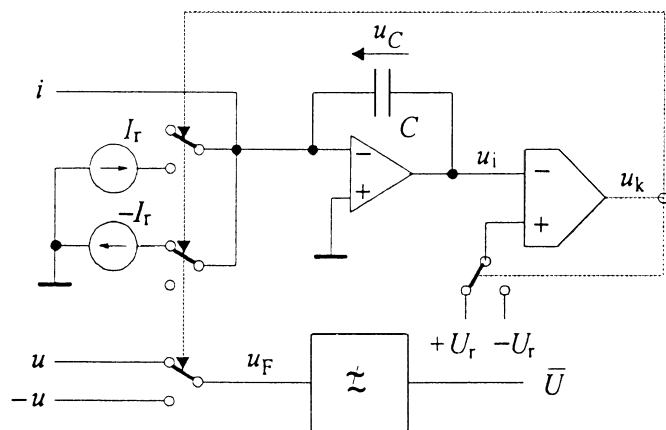


b)

Slika 7.12: Analogni množilnik z amplitudno-širinsko modulacijo

Širina impulza se **modulira s tokom.**





Čas t_a :

V času od t_0 do t_1 sta na vhod integratorja (kondenzator C v negativni povratni zanki ojačevalnika) pripeljana toka :

- merjeni i - in referenčni $-I_r < i$

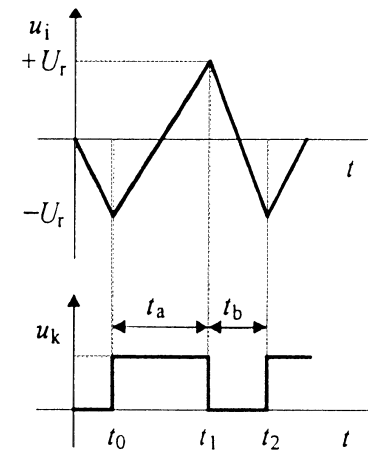
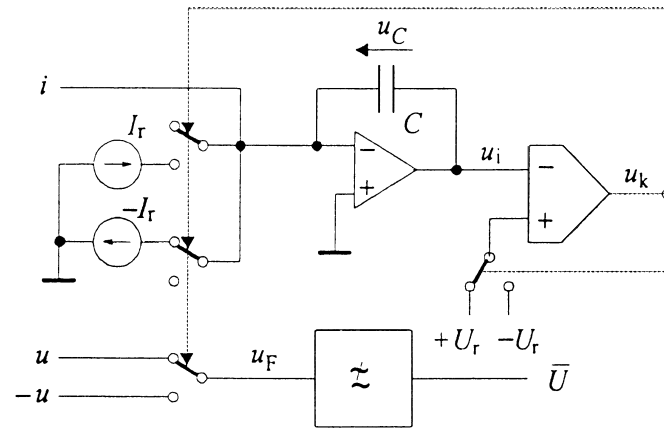
- napetost na izhodu integratorja začne naraščati od $-U_r$

do $+U_r$. Velja: $(i - I_r) + C \frac{du_i}{dt} = 0 \iff u_i \approx u_C$

$$\text{in } \int_{-U_r}^{+U_r} du_i = -\frac{1}{C} \int_{t_0}^{t_1} (i - I_r) dt$$

- ker je $t_a \ll T$, je $i \approx \text{konst.}$: $2U_r = -\frac{i - I_r}{C} t_a \implies t_a = \frac{2U_r C}{I_r - i}$





Čas t_b :

V času od t_1 do t_2 sta na vhod integratorja (kondenzator C v negativni povratni zanki ojačevalnika) pripeljana toka :

- merjeni i - in referenčni $I_r > i$

- napetost na izhodu integratorja začne padati od $+U_r$ do

$$-U_r. \text{ Velja: } (i + I_r) + C \frac{du_i}{dt} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad u_i \approx u_C$$

$$\text{in } \int_{+U_r}^{-U_r} du_i = -\frac{1}{C} \int_{t_1}^{t_2} (i + I_r) dt$$

- rešitev za t_b : $-2U_r = -\frac{i + I_r}{C} t_b \quad \Rightarrow \quad t_b = \frac{2U_r C}{I_r + i}$





Primerjava $t_a = \frac{2U_r C}{I_r - i}$ in $t_b = \frac{2U_r C}{I_r + i}$:

$i = 0 \Rightarrow t_a = t_b$ - simetrični trikotnik

$i > 0 \Rightarrow t_a > t_b$

$i < 0 \Rightarrow t_a < t_b$ - v širini pulza se skriva
informacija o toku

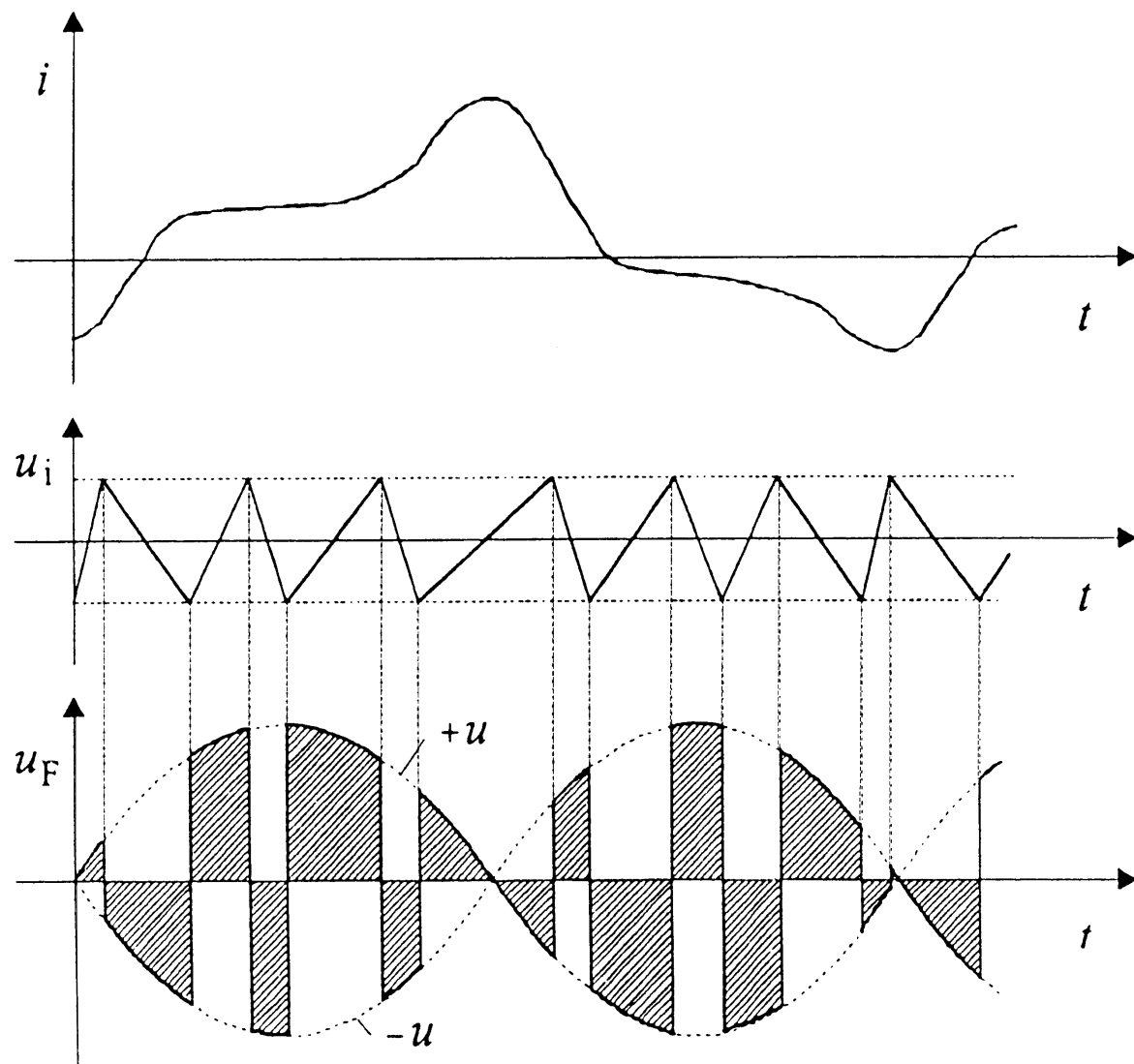
Amplitudo impulza moduliramo z napetostjo:

$$t_a \Rightarrow u$$

$$t_b \Rightarrow -u$$

Znotraj enega preklopnega cikla imamo: $t_a u + t_b (-u)$





Na izhodu filtra dobimo **enosmerno komponento** – **povprečno vrednost**:

$$\bar{U} = \frac{t_a u + t_b (-u)}{t_a + t_b}$$

- Če vstavimo $t_a = \frac{2U_r C}{I_r - i}$

$$\text{in } t_b = \frac{2U_r C}{I_r + i}$$

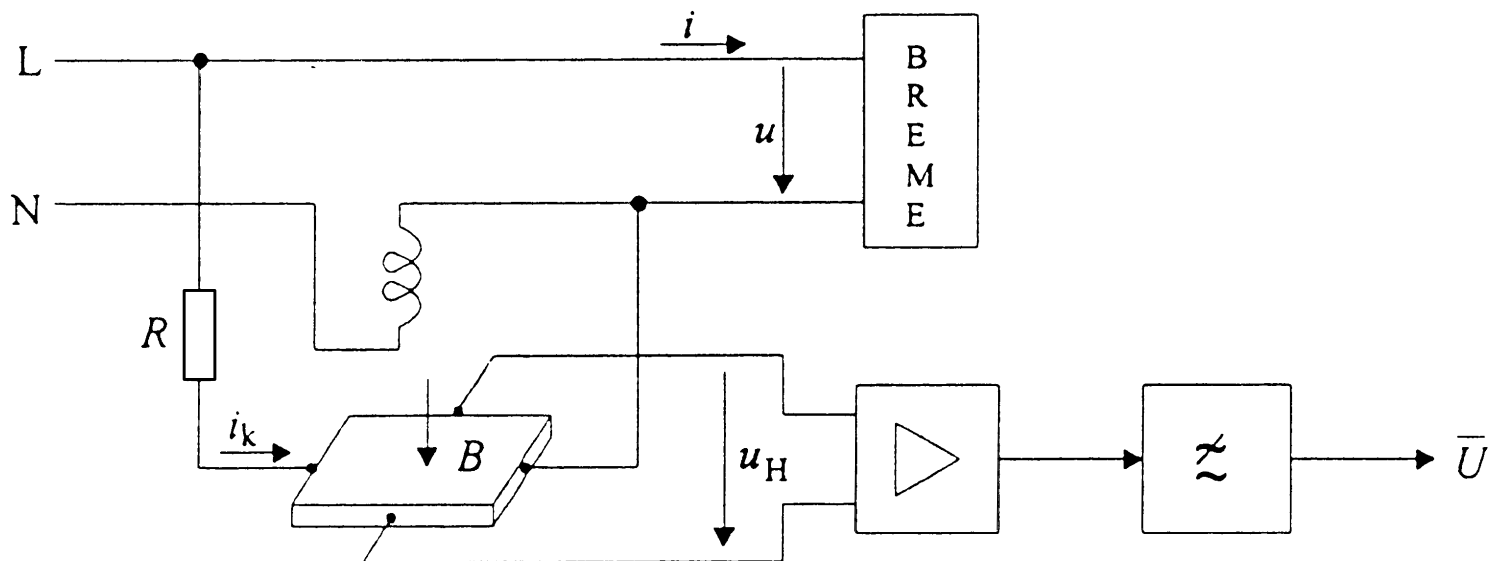
$$\bar{U} = \frac{1}{I_r} \bar{u} i = \frac{1}{I_r} P$$

Slika 7.13: Princip delovanja amplitudno-širinskega modulatorja





Hallov množilnik:



Napetost u_H je odvisna od:

- krmilnega toka $i_k \propto u$,
- magnetne indukcije $B \propto i$

$$u_H = \frac{1}{ned} i_k B(t) = k \cdot ui = k \cdot p$$

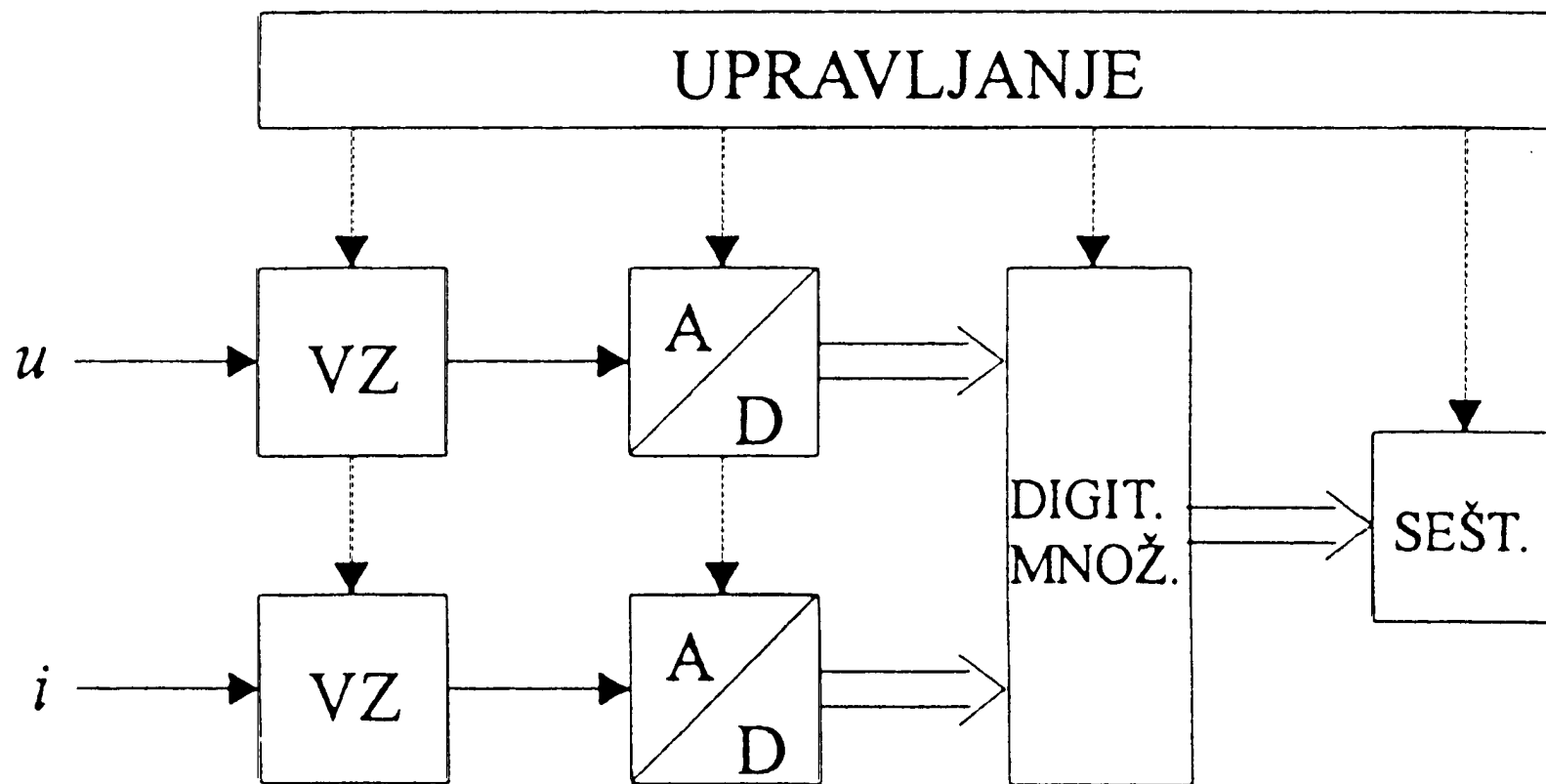
- temperaturna odvisnost,
- visoka frekvenčna meja.





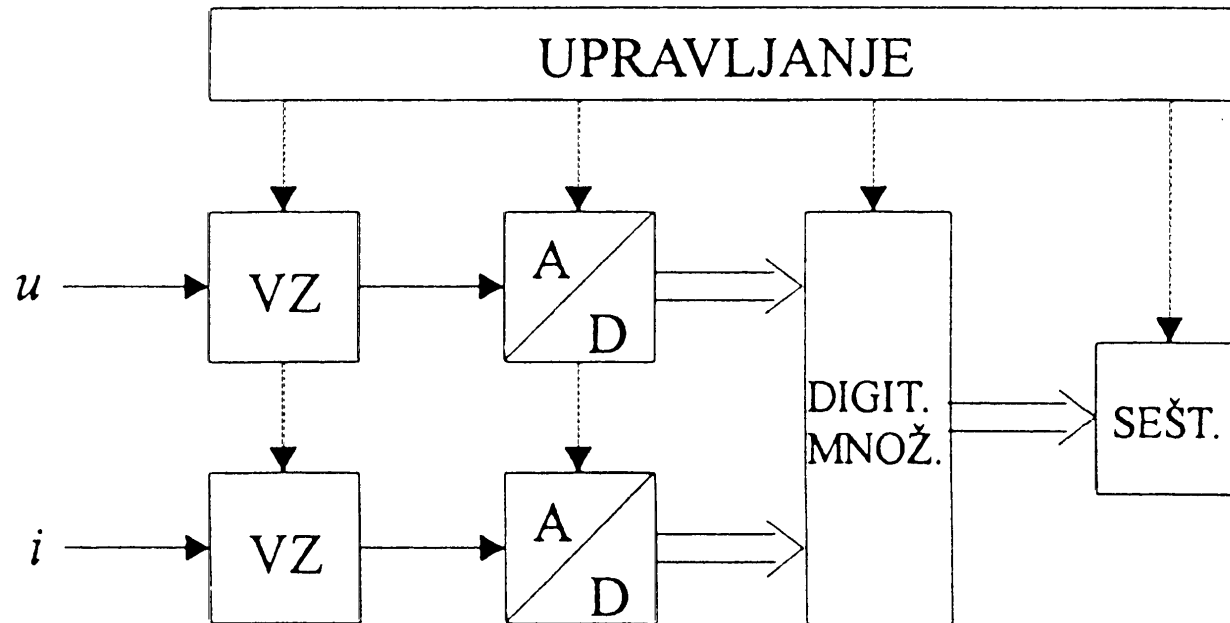
Pri **digitalnem postopku** jemljemo **vzorke** napetosti in toka **sočasno**.

- s pomočjo dveh **vzorčno-zadržnih členov**.



Slika 7.15: Digitalni postopek merjenja moči





Vrednosti napetosti U_j in toka I_j z AD pretvornikov zmnožimo in seštejemo numerično:

$$P = \frac{1}{NT_s} \sum_{j=0}^{N-1} U_j I_j T_s = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} U_j I_j$$

T_s - perioda vzorčenja

NT_s - čas merjenja mora biti

mnogokratnik periode T





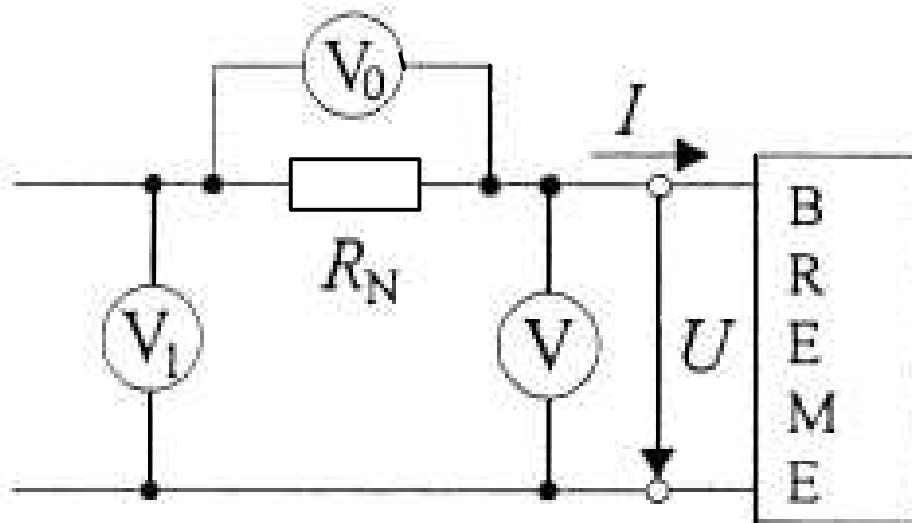
Merjenje delovne moči pri sinusnem toku in napetosti

Sinusna napetost omogoča vrsto možnosti merjenja:

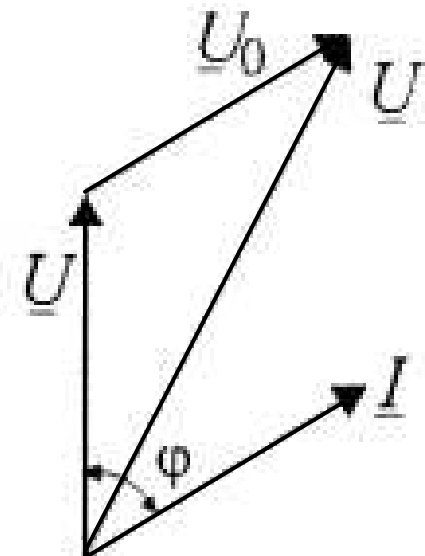
- napetost, tok in kot med njima,
- napetost in 'delovna komponenta' toka itn.



Metoda treh voltmetrov



a)

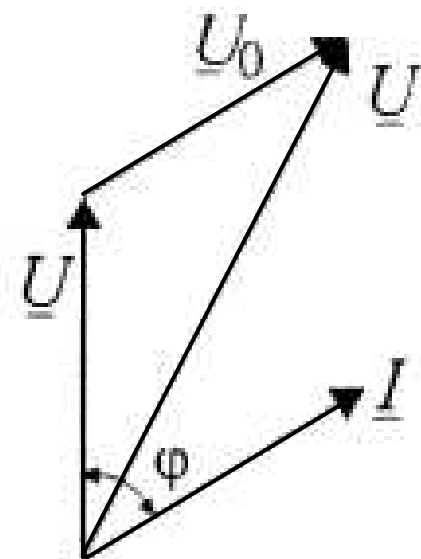
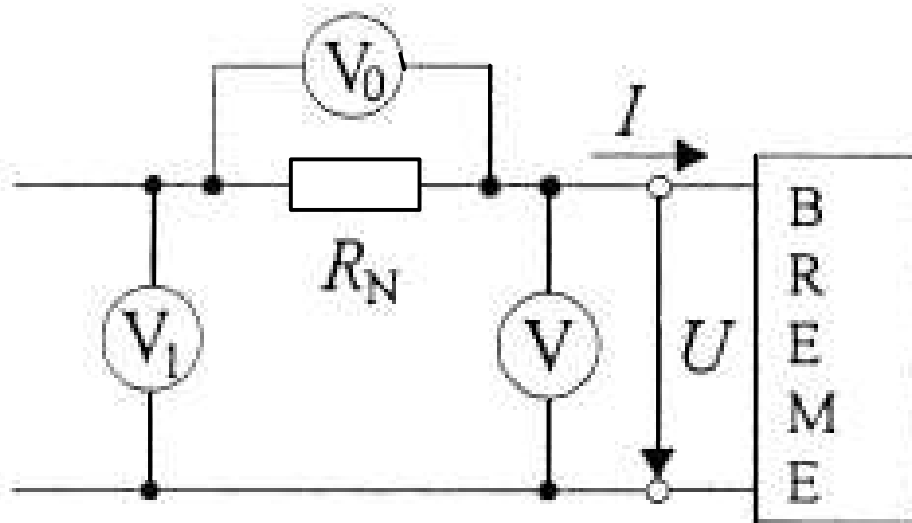


b)

Slika 7.16: Metoda treh voltmetrov

Fazorski diagram: $\underline{U}_1 = \underline{U} + \underline{U}_0$

- \underline{U}_1 je vsota napetosti na bremenu \underline{U} in padcu \underline{U}_0 na uporu R_N - \underline{U}_0 in \underline{I} sta v fazi



Kosinusni stavek: $U_1^2 = U^2 + U_0^2 + 2UU_0 \cos \varphi$

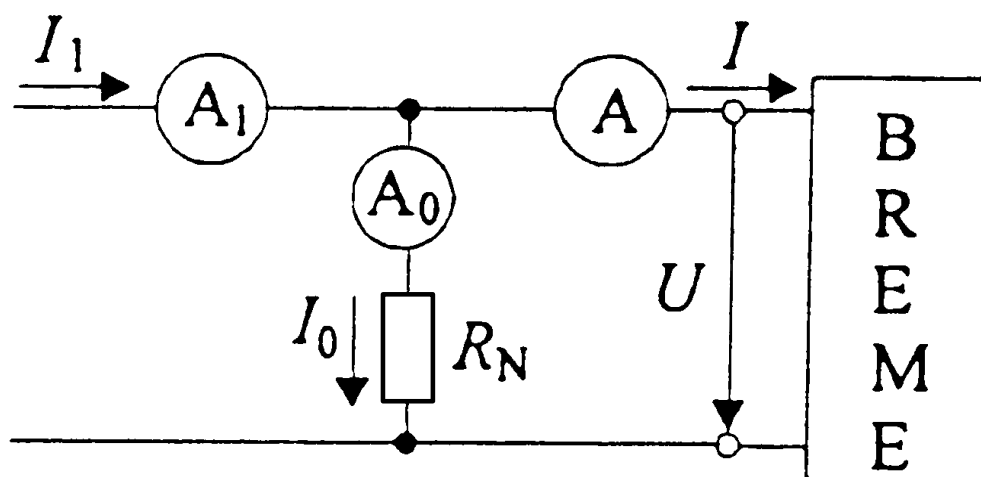
Delovna moč ($R_V \gg 1$):

$$P = UI \cos \varphi = U \frac{U_0}{R_N} \frac{U_1^2 - U^2 - U_0^2}{2UU_0} = \frac{U_1^2 - U^2 - U_0^2}{2R_N}$$

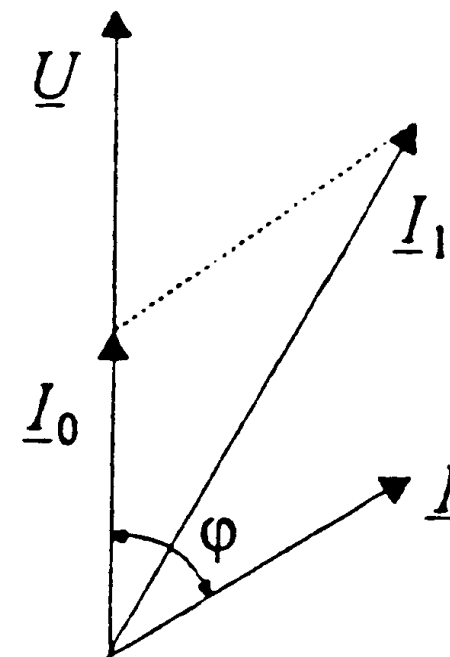




Metoda treh ampermetrov



a)



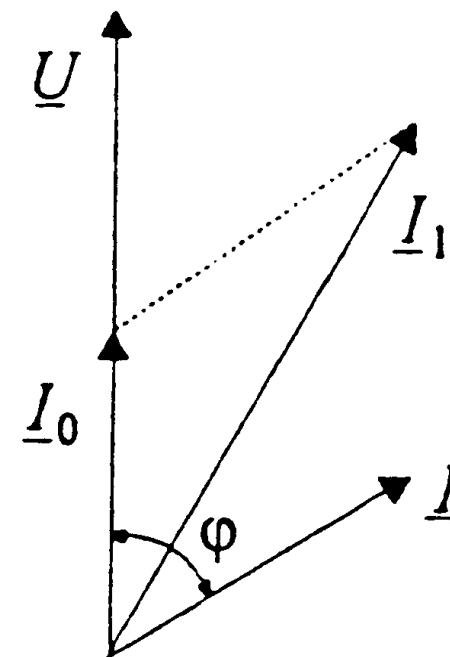
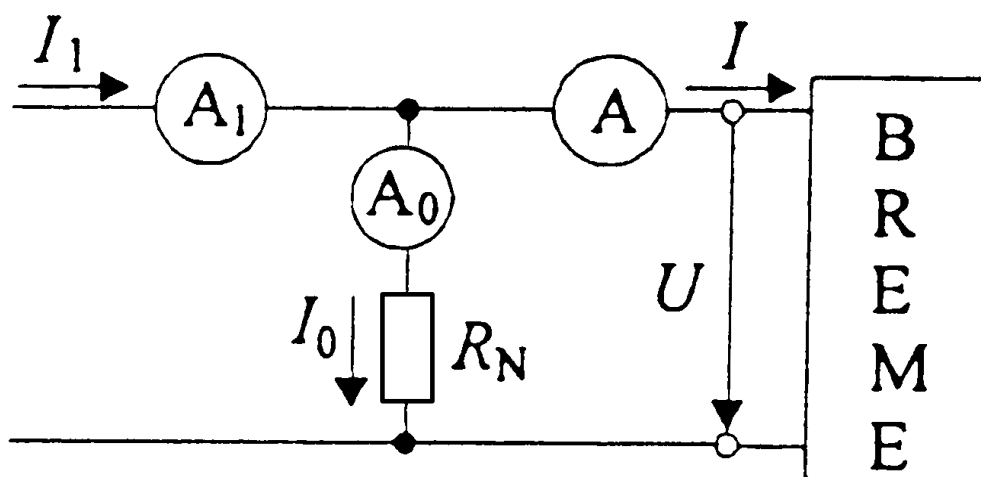
b)

Slika 7.17: Metoda treh ampermetrov

Fazorski diagram: $\underline{I}_1 = \underline{I} + \underline{I}_0$

- \underline{I}_1 je vsota toka bremena \underline{I} in toka \underline{I}_0 skozi upor R_N - \underline{I}_0 in \underline{U} sta v fazi





Kosinusni stavek: $I_1^2 = I^2 + I_0^2 + 2II_0 \cos \varphi$

Delovna moč ($R_A \ll 1$):

$$P = UI \cos \varphi = I_0 R_N I \frac{I_1^2 - I^2 - I_0^2}{2II_0} = \frac{R_N}{2} (I_1^2 - I^2 - I_0^2)$$

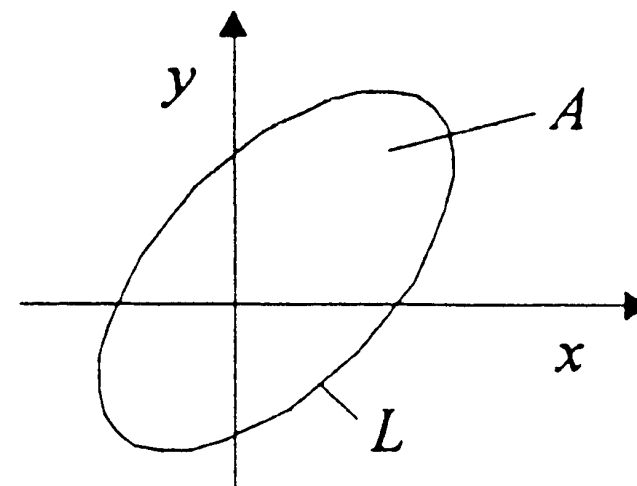
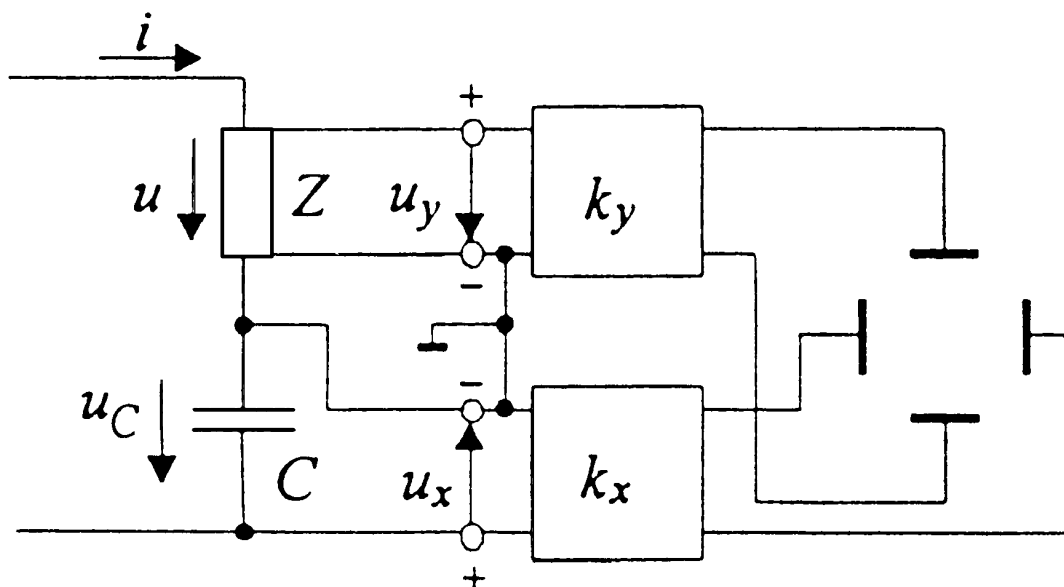




Merjenje delovne moči z elektronskim osciloskopom

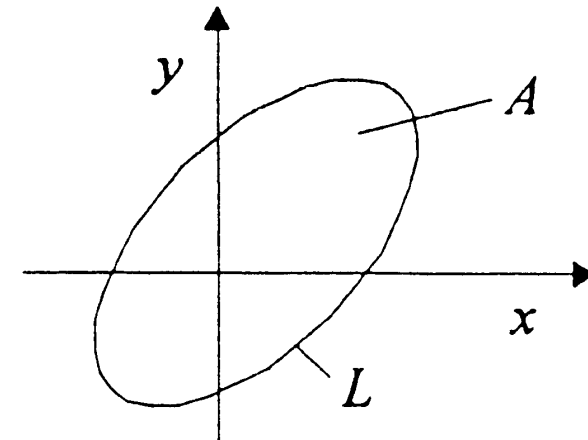
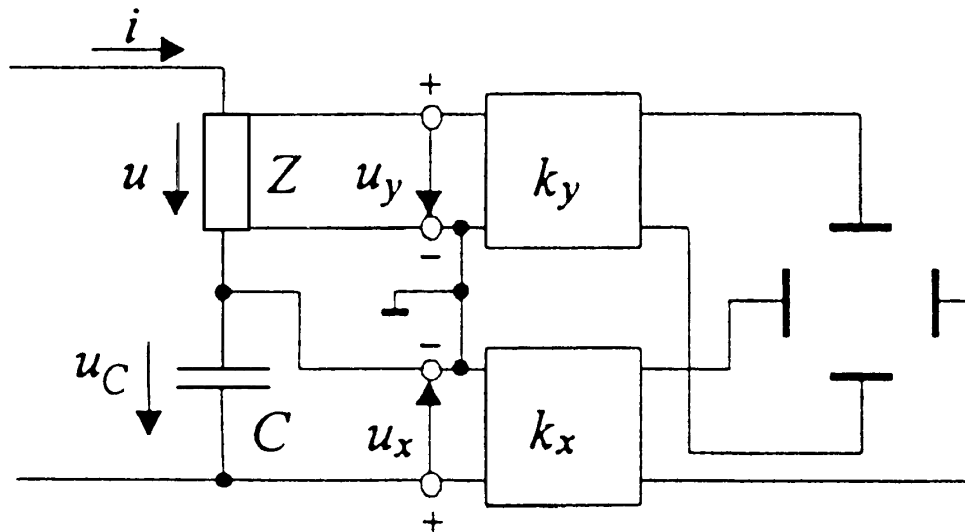
Uporablja se **XY način** prikaza

- **Y** – napetost bremena,
- **X** – napetost, ki je sorazmerna **integralu toka** bremena.



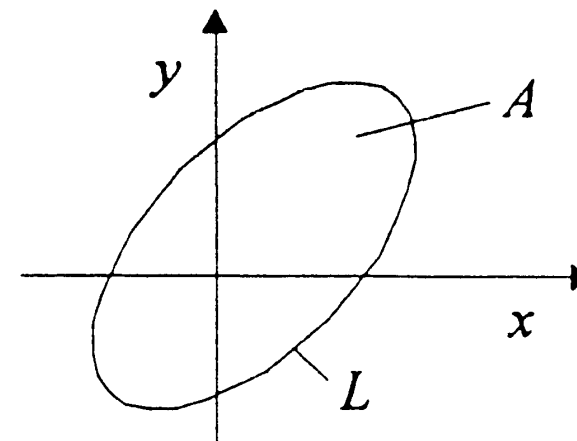
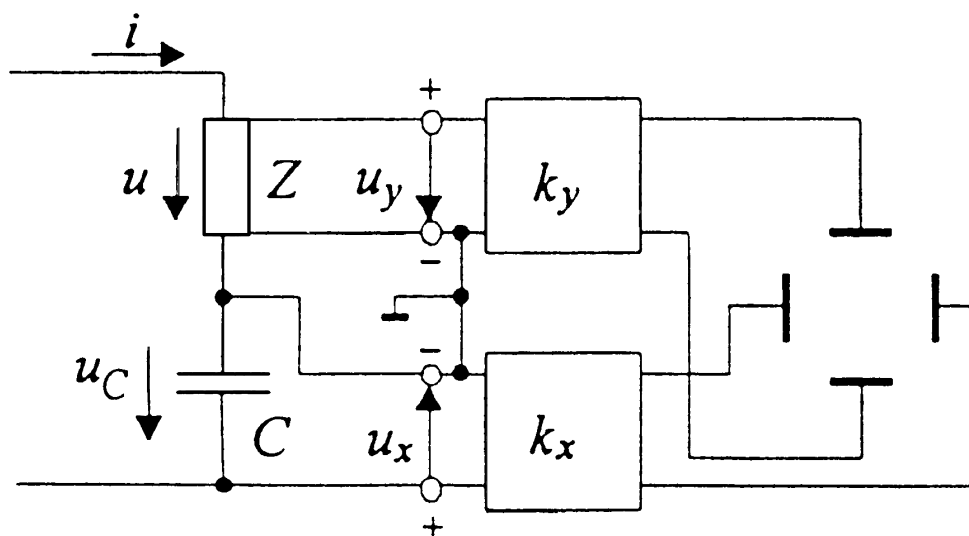
Slika 7.18: Merjenje delovne moči z elektronskim osciloskopom





- tok čez kondenzator : $i = C \frac{du_C}{dt}$
- delovna moč: $P = \frac{1}{T} \int_0^T ui dt = \frac{1}{T} \int_0^T u \left(C \frac{du_C}{dt} \right) dt = f C \oint u du_C$
 - $u = u_y = k_y y$
 - $u_C = -u_x = -k_x x \Rightarrow du_C = -k_x dx$





Integral **po sklenjeni poti** (periodičnost):

$$P = -fCk_xk_y \oint_L y dx$$

$$\blacksquare \oint_L y dx = -\oint_L x dy$$

Ploščina A , ki jo omejuje krivulja L , je sorazmerna delovni moči:

$$P = fCk_xk_yA$$



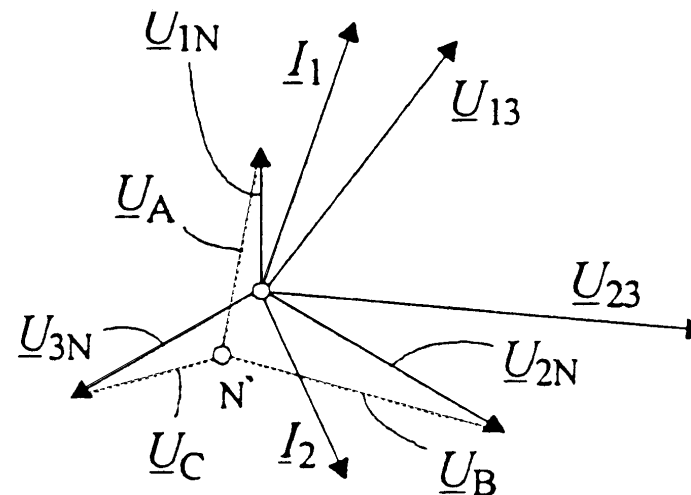
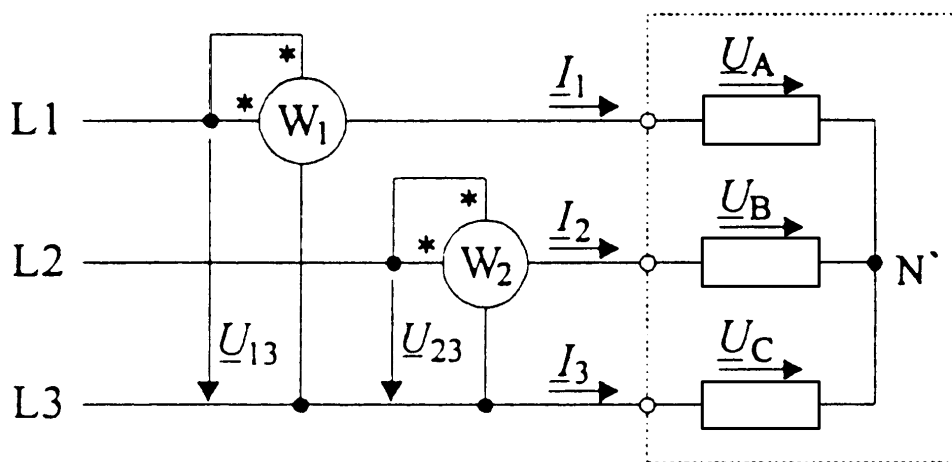


Merjenje delovne moči v trifaznem sistemu

Trifazni sistem je lahko: **trivoden** ali **štirivoden**.

V **trivodnem sistemu** merimo delovno moč z **dvema** vatmetroma v **Aronovi vezavi**.

- **breme** je lahko **nesimetrično** – neenake impedance,
- **vir** je lahko **neuravnovešen** – neenake napetosti.



Slika 7.19: Merjenje delovne moči z dvema vatmetroma

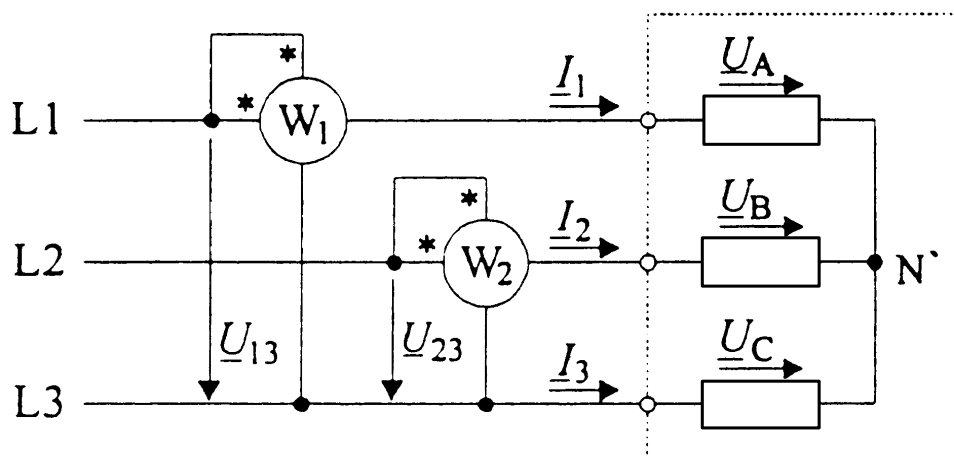


Velja :
$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\underline{U}_A \underline{I}_1^* + \underline{U}_B \underline{I}_2^* + \underline{U}_C \underline{I}_3^*\}$$

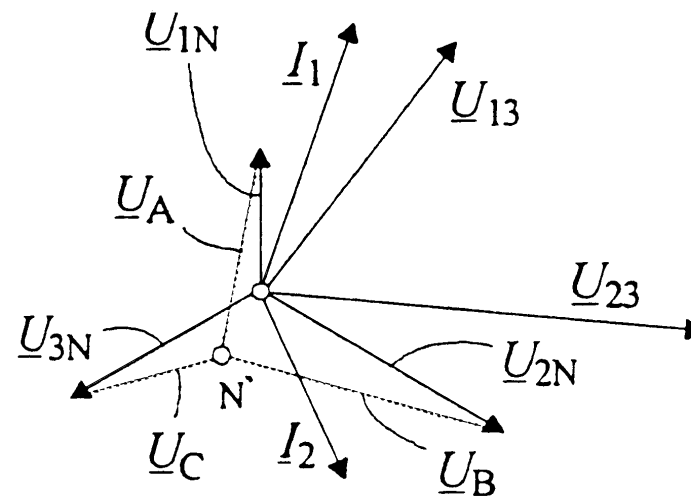
- ker je **vsota tokov enaka nič**: $\underline{I}_3^* = -(\underline{I}_1^* + \underline{I}_2^*)!$

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{(\underline{U}_A - \underline{U}_C) \underline{I}_1^* + (\underline{U}_B - \underline{U}_C) \underline{I}_2^*\}$$

$$\text{ali } P = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{(\underline{U}_A - \underline{U}_C) \underline{I}_1^*\} + \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{(\underline{U}_B - \underline{U}_C) \underline{I}_2^*\}$$

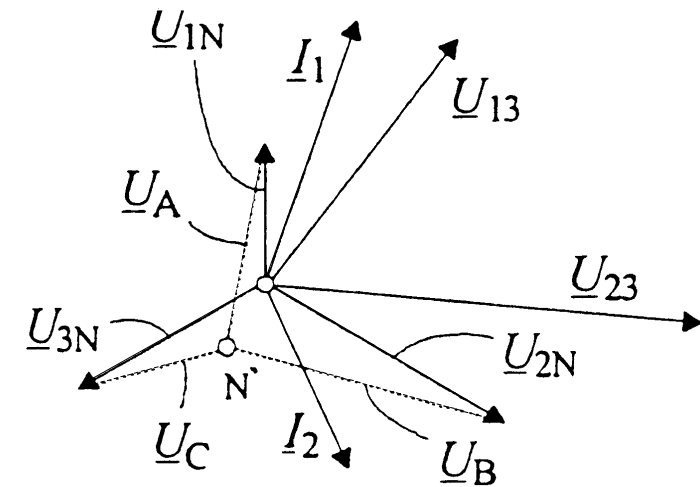
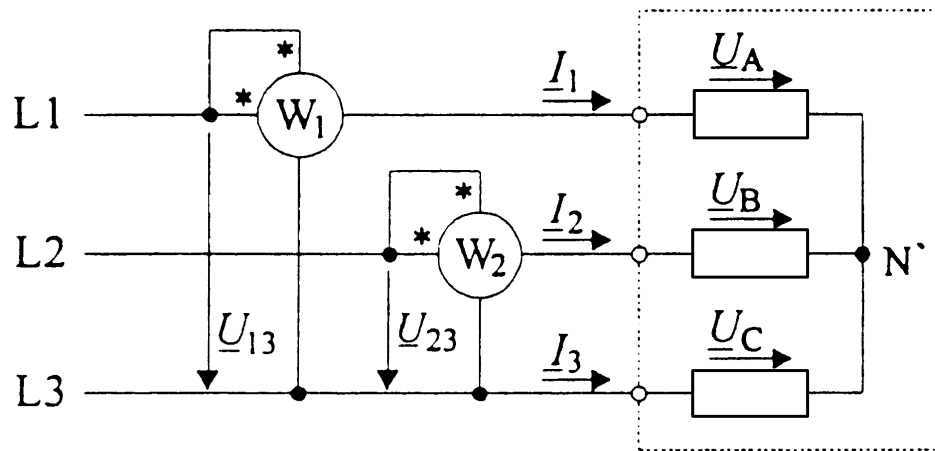


a)



b)

Slika 7.19: Merjenje delovne moči z dvema vatmetroma



- Vatmeter W_1 je priključen na medfazno napetost $\underline{U}_A - \underline{U}_C$, ki je enaka \underline{U}_{13} .
- Vatmeter W_2 je priključen na medfazno napetost $\underline{U}_B - \underline{U}_C$, ki je enaka \underline{U}_{23} .
- **Delovna moč** je enaka vsoti moči: $P = P_{W1} + P_{W2}$

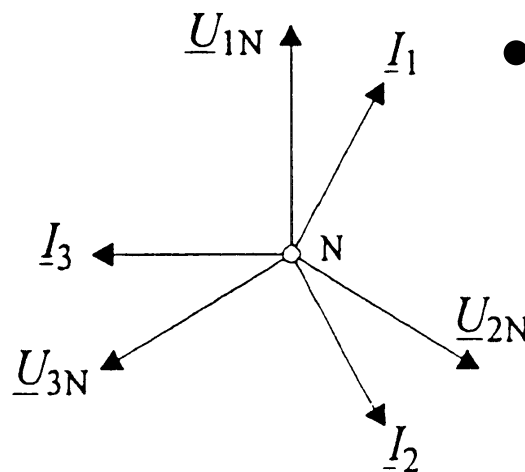
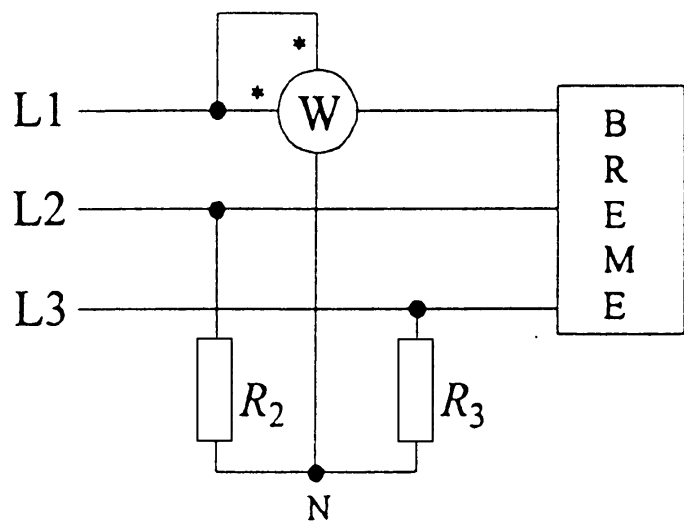




Trifazni vir je uravnovešen, če fazorji \underline{U}_{13} , \underline{U}_{23} , \underline{U}_{31} tvorijo enakostranični trikotnik.

Trifazni sistem je uravnovešen:

- vir je uravnovešen,
- breme simetrično.
- Zadostuje, da izmerimo moč **samo v eni fazi**: $P = 3P_W$



- ker točka N' ni dostopna dosežemo fazno napetost umetno:

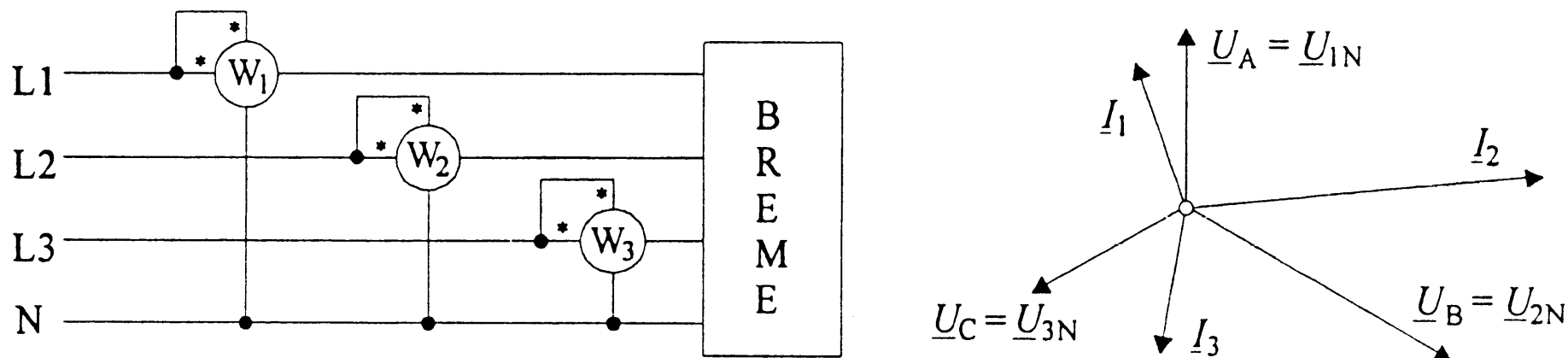
$$R_2 = R_3 = R_{Wn}$$

Slika 7.20: Merjenje delovne moči pri uravnovešenem sistemu





V štirivodnem sistemu merimo moč s tremi vatmetri.



Slika 7.21: Merjenje delovne moči v štirivodnem sistemu

Vsota moči treh vatmetrov:

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\underline{U}_A \underline{I}_1^*\} + \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\underline{U}_B \underline{I}_2^*\} + \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\underline{U}_C \underline{I}_3^*\}$$

- zaradi nevtralnega vodnika imamo: $\underline{U}_A = \underline{U}_{1N}$, $\underline{U}_B = \underline{U}_{2N}$,

- **delovna moč:**

$$\underline{U}_C = \underline{U}_{3N}$$

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\underline{U}_{1N} \underline{I}_1^*\} + \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\underline{U}_{2N} \underline{I}_2^*\} + \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\underline{U}_{3N} \underline{I}_3^*\} = P_{W1} + P_{W2} + P_{W3}$$





Če so napetosti in tokovi preveliki, uporabimo **napetostnike** in **tokovnike**.

- **polindirektna** vezava – le tokovniki,
- **indirektna** vezava – tokovniki in napetostniki.





Merjenje jalove moči v trifaznem sistemu

Merimo jo z varmetri ali z vatmetri.

- Ker je jalova moč imaginarni del, imamo podobna vezja in izpeljave, kot pri delovni moči.

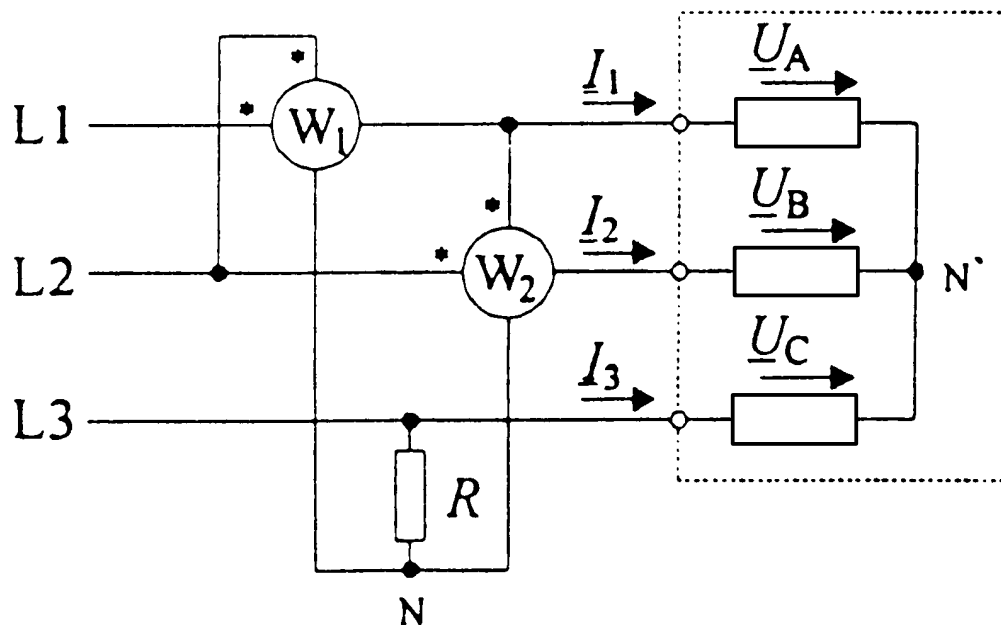
Merjenje z **varmetri**:

$$Q = \frac{1}{2} \operatorname{Im} \{ \underline{U}_A \underline{I}_1^* + \underline{U}_B \underline{I}_2^* + \underline{U}_C \underline{I}_3^* \}$$

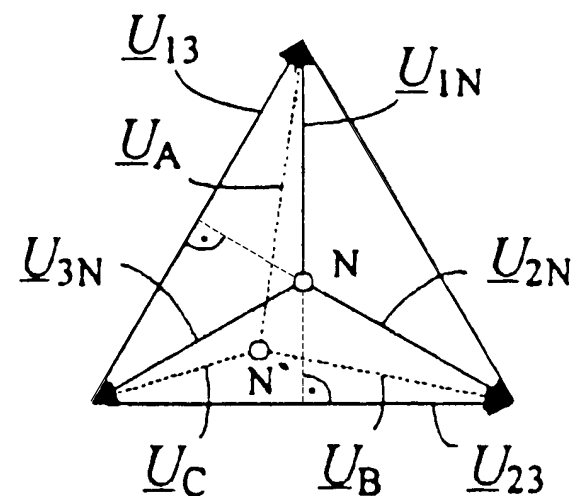
Merjenje z **vatmetri**:

- Napetostne veje moramo priključiti na napetosti, ki **za 90° zaostajajo** za napetostmi pri delovni moči.
 - to je možno le **pri uravnovešenih virih !**
 - **breme ni nujno simetrično.**





a)



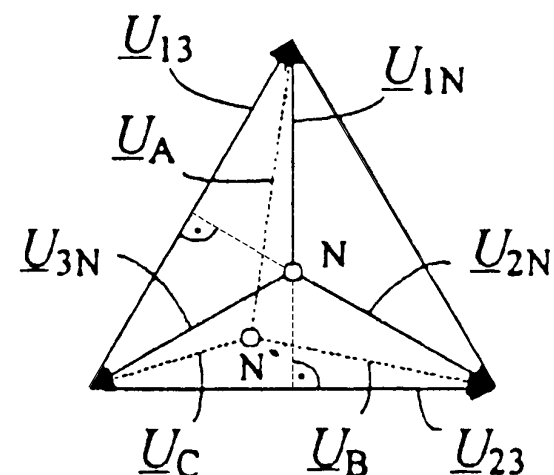
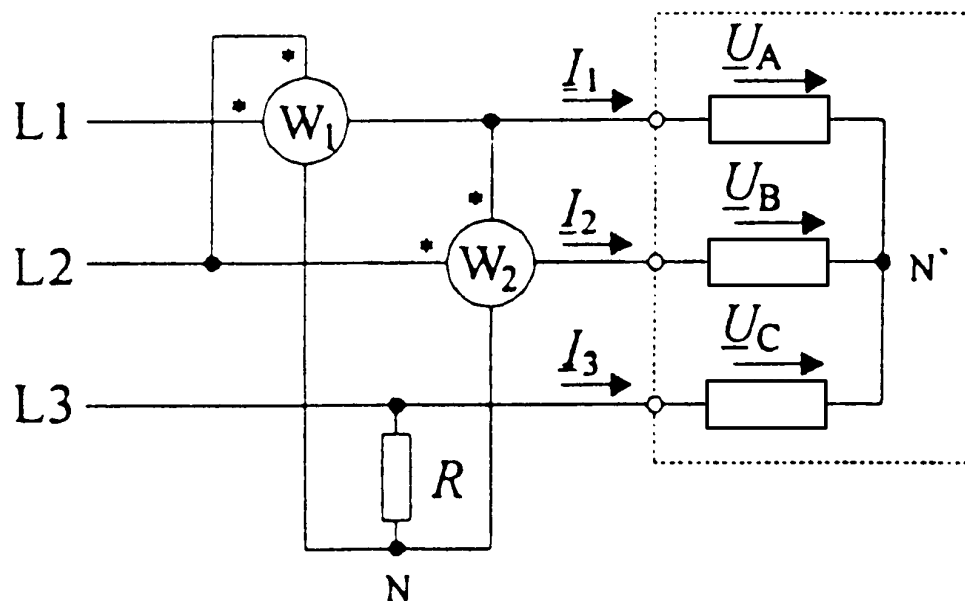
b)

Slika 7.22: Merjenje jalove moči z dvema vatmetroma

Zaradi **vsote tokov nič**, zapišemo:

$$Q = \frac{1}{2} \operatorname{Im} \{ \underline{U}_A \underline{I}_1^* + \underline{U}_B \underline{I}_2^* + \underline{U}_C \underline{I}_3^* \} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = \frac{1}{2} \operatorname{Im} \{ (\underline{U}_A - \underline{U}_C) \underline{I}_1^* + (\underline{U}_B - \underline{U}_C) \underline{I}_2^* \}$$



Slika 7.22:
$$Q = \frac{1}{2} \text{Im} \left\{ (\underline{U}_A - \underline{U}_C) \underline{I}_1^* + (\underline{U}_B - \underline{U}_C) \underline{I}_2^* \right\}$$

Iz fazorskega diagrama (b):
$$\underline{U}_A - \underline{U}_C = \underline{U}_{13} = \sqrt{3} \underline{U}_{2N} e^{j90^\circ}$$
$$\underline{U}_B - \underline{U}_C = \underline{U}_{23} = \sqrt{3} \underline{U}_{1N} e^{-j90^\circ}$$

Preoblikujemo v
$$Q = \frac{1}{2} \text{Im} \left\{ \sqrt{3} \underline{U}_{2N} \underline{I}_1^* e^{j90^\circ} + \sqrt{3} \underline{U}_{1N} \underline{I}_2^* e^{-j90^\circ} \right\}$$

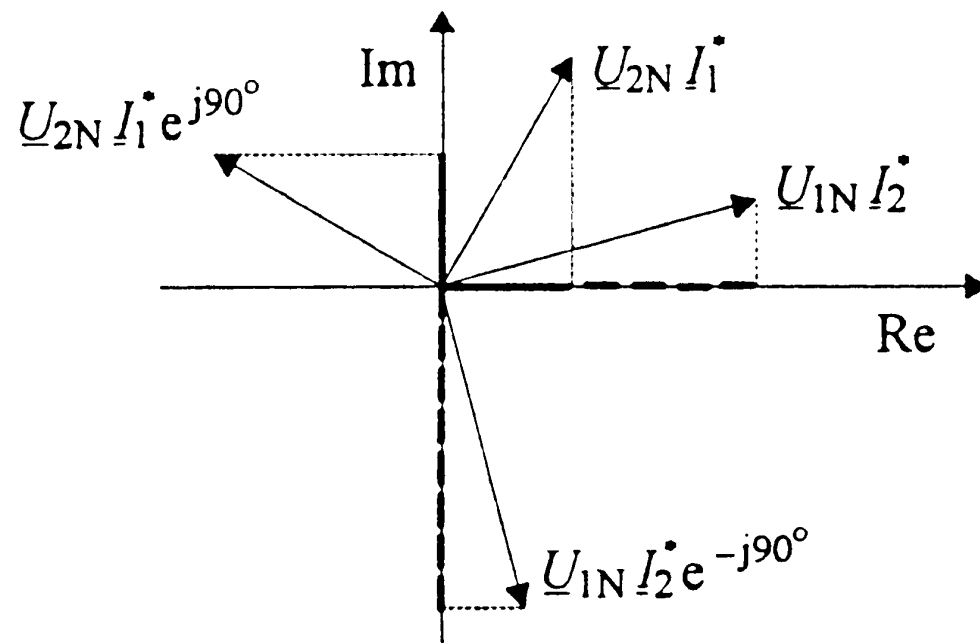


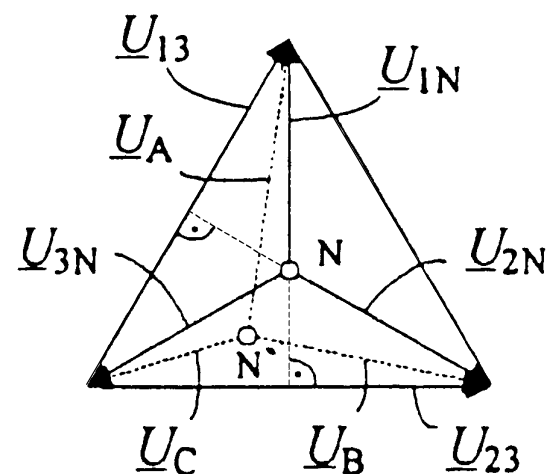
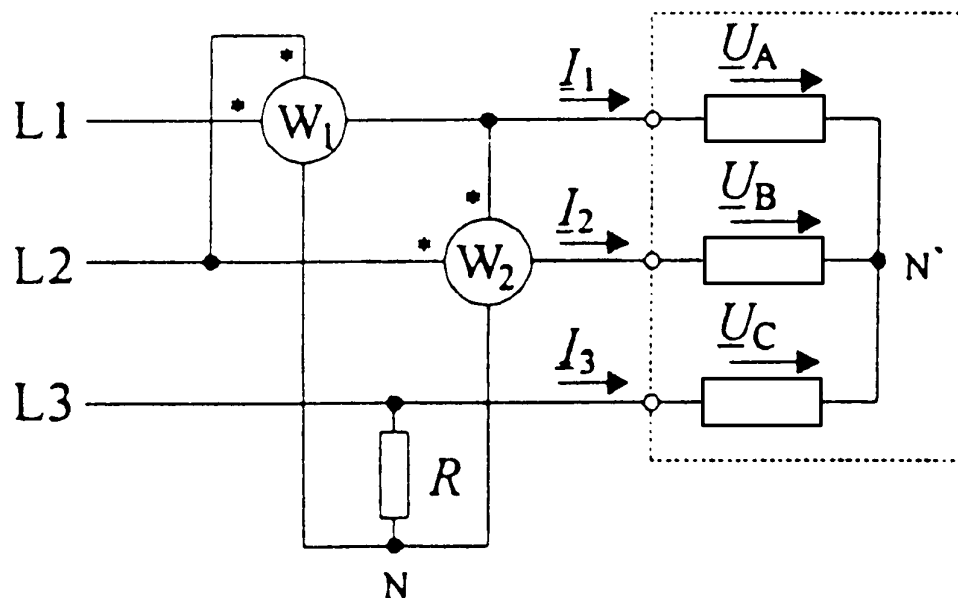


$$Q = \sqrt{3} \left[\frac{1}{2} \operatorname{Im} \{ \underline{U}_{2N} \underline{I}_1^* e^{j90^\circ} \} + \frac{1}{2} \operatorname{Im} \{ \underline{U}_{1N} \underline{I}_2^* e^{-j90^\circ} \} \right]$$

↓

$$Q = \sqrt{3} \left[\frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ \underline{U}_{2N} \underline{I}_1^* \} - \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ \underline{U}_{1N} \underline{I}_2^* \} \right]$$





Če so **upornosti** napetostnih vej vatmetrov in R **enake**,

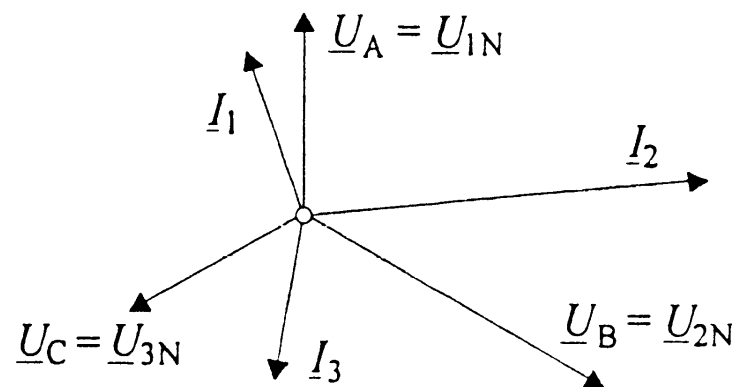
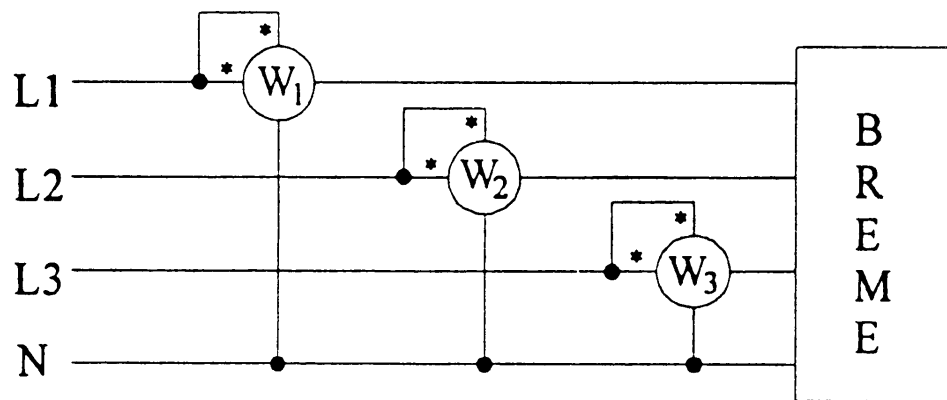
- umetno določimo točko N
- je napetostna veja W_1 priključena na \underline{U}_{2N}
- in napetostna veja W_2 priključena na \underline{U}_{1N} .

$$Q = \sqrt{3} \left[\frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ \underline{U}_{2N} \underline{I}_1^* \} - \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ \underline{U}_{1N} \underline{I}_2^* \} \right], \quad Q = \sqrt{3} (P_{W1} - P_{W2})$$



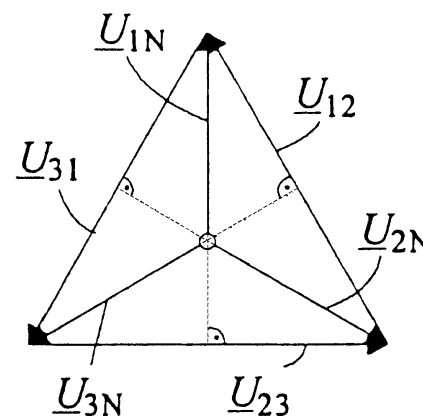
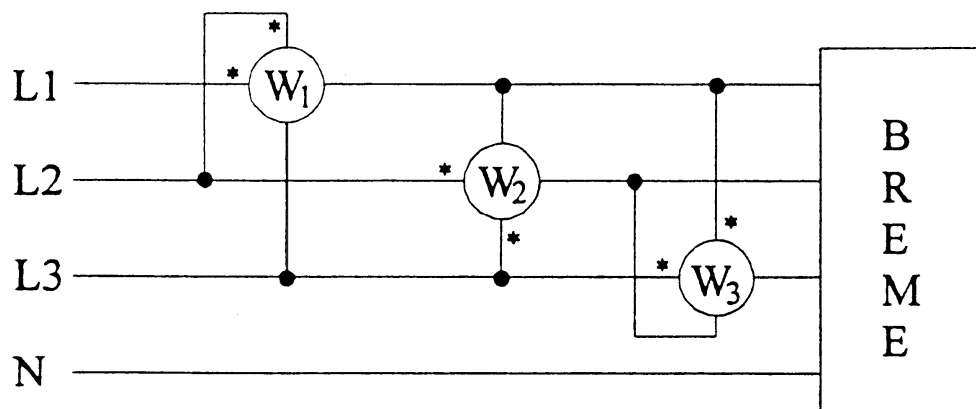


Merjenje jalove moči s tremi vatmetri



Slika 7.21: Merjenje delovne moči v štirivodnem sistemu

↕ - primerjava



- napetosti so za $\sqrt{3}$ -krat večje,
- zaostajajo za 90° .

Slika 7.24: Merjenje jalove moči s tremi vatmetri

Jalova moč je:
$$Q = \frac{1}{\sqrt{3}} (P_{W1} + P_{W2} + P_{W3})$$





Pozorni moramo biti na **pravilno priključitev** vhodnih (označene z *) in izhodnih sponk,

- še posebej **pri jalovi moči**,
 - induktivni značaj $Q > 0$,
 - kapacitivni značaj $Q < 0$.

Če signali **niso sinusni** moramo določiti jalovo moč **preko delovne in navidezne moči!**

