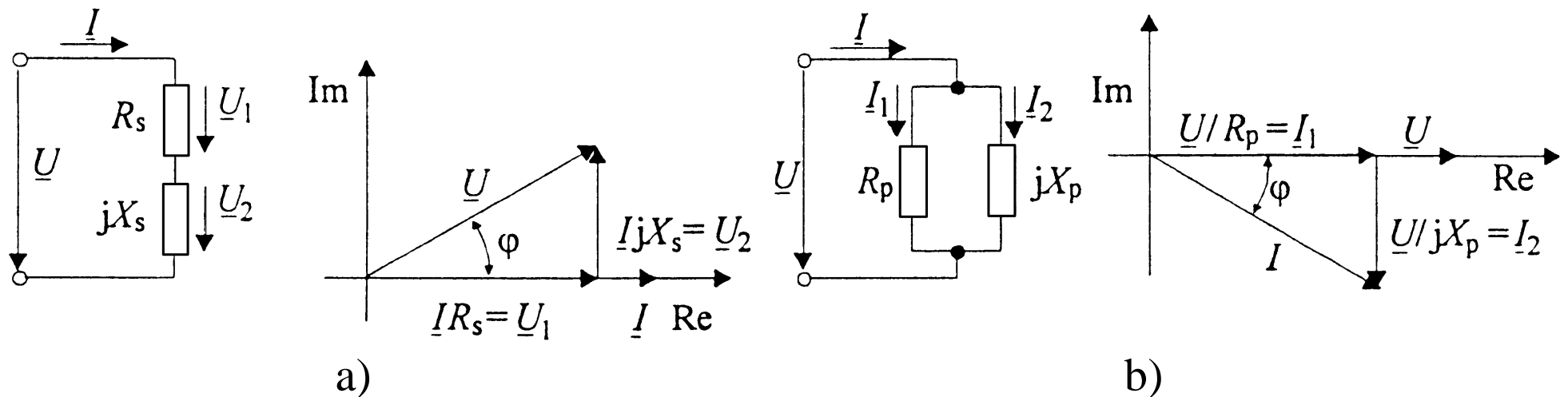




## 7.4 Merjenje induktivnosti

**Induktivnost** (idealne tuljave) je **razmerje med napetostjo in časovnim odvodom toka**.

- Meritve izvajamo **pri sinusni obliki toka**.
- Določimo jo **iz reaktance**, ker je realno vedno prisotna še ohmska upornost.



Slika 7.25: Nadomestni vezji pasivnega dvopola

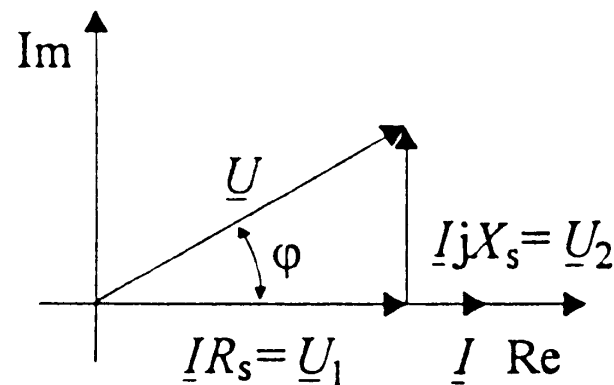
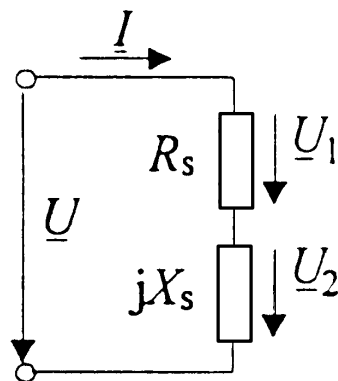




**Serijsko nadomestno vezje:**

$$U_2 = U \sin \varphi = IX_s = I\omega L_s$$

$$\Rightarrow L_s = \frac{U \sin \varphi}{\omega I}$$

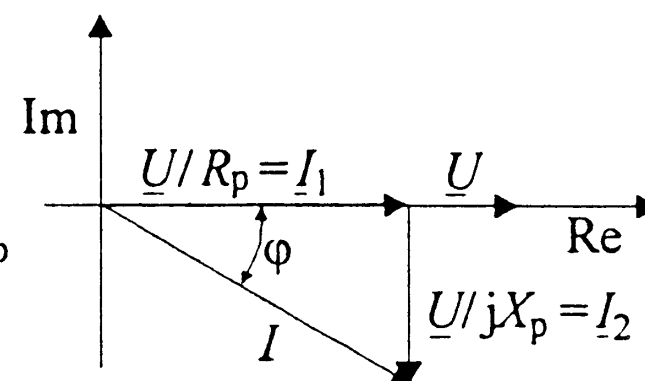
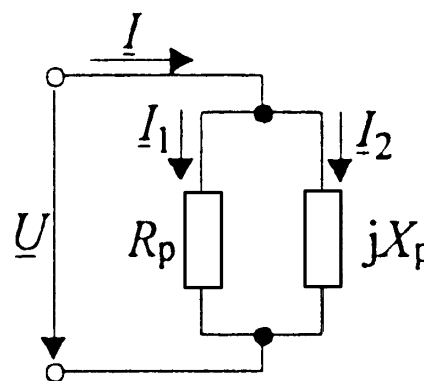


- izmerimo **jalovo** komponento **napetosti**, tok in frekvenco.

**Paralelno nadomestno vezje:**

$$I_2 = I \sin \varphi = \frac{U}{X_p} = \frac{U}{\omega L_p}$$

$$\Rightarrow L_p = \frac{U}{\omega I \sin \varphi}$$



- izmerimo napetost, **jalovo** komponento **toka** in frekvenco.





## Merjenje preko moči:

Iz zaporedne nadomestne vezave z  $L_s = \frac{U \sin \varphi}{\omega I}$  dobimo:

$$L_s = \frac{U \sin \varphi}{\omega I} \cdot \frac{I}{I} = \frac{Q}{\omega I^2} = \frac{\sqrt{(UI)^2 - P^2}}{\omega I^2}$$

- izmerimo **jalovo moč**, tok in frekvenco,
- izmerimo **delovno moč**, tok, napetost in frekvenco,

Iz vzporedne nadomestne vezave z  $L_p = \frac{U}{\omega I \sin \varphi}$  dobimo:

$$L_p = \frac{U}{\omega I \sin \varphi} \cdot \frac{U}{U} = \frac{U^2}{\omega Q} = \frac{U^2}{\omega \sqrt{(UI)^2 - P^2}}$$

- izmerimo **jalovo moč**, napetost in frekvenco,
- izmerimo **delovno moč**, tok, napetost in frekvenco,





Če poznamo upornost pri **serijski vezavi**:

$$L_s = \frac{\sqrt{(UI)^2 - P^2}}{\omega I^2} \rightarrow L_s = \frac{1}{\omega} \sqrt{\left(\frac{U}{I}\right)^2 - \left(\frac{P}{I^2}\right)^2} = \frac{1}{\omega} \sqrt{\left(\frac{U}{I}\right)^2 - R_s^2}$$

- izmerimo neposredno **napetost, tok**, frekvenco,
- $R_s$  zmerimo **po U-I metodi**, če ni feromagnetnega jedra.

V praksi prevladuje **serijsko nadomestno vezje!**

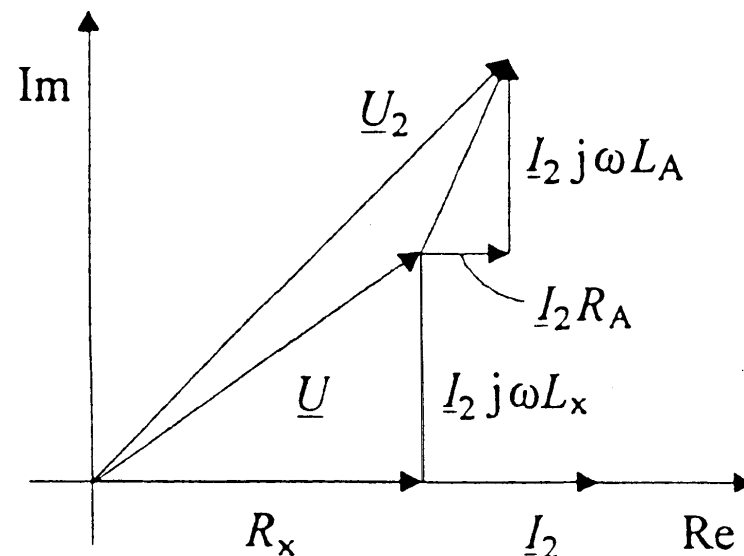
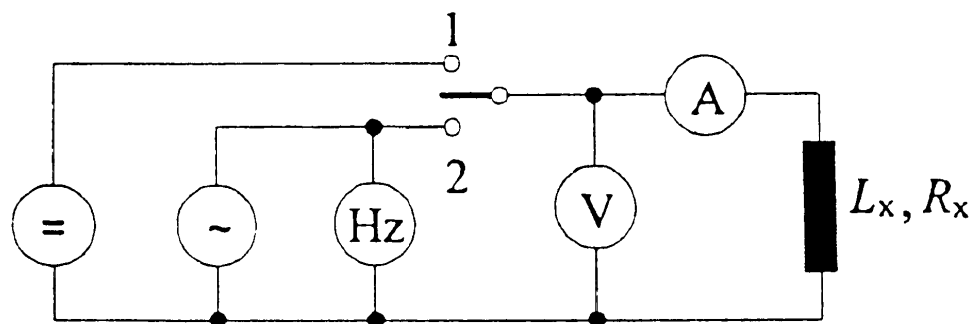
**Faktor kvalitete  $Q$**  tuljave je **razmerje jalove moči z delovno**.

- **serijsko nadomestno vezje:**  $Q = \frac{I^2 \omega L_s}{I^2 R_s} = \frac{\omega L_s}{R_s}$
- **paralelno nadomestno vezje:**  $Q = \frac{U^2 / \omega L_p}{U^2 / R_p} = \frac{R_p}{\omega L_p}$





## ***U-I* metoda merjenja induktivnosti brez feromagnetnega jedra**



Slika 7.33: *U-I* metoda merjenja induktivnosti

V položaju **1** merimo **z enosmernim virom**  $\rightarrow U_1, I_1$ :

V položaju **2** merimo **s sinusnim virom**  $\rightarrow U_2, I_2$ :

$$\frac{U_1}{I_1} = R_x + R_A$$

$$\frac{U_2}{I_2} = (R_x + R_A) + j\omega(L_x + L_A)$$





$$\frac{U_1}{I_1} = R_x + R_A; \quad \frac{U_2}{I_2} = (R_x + R_A) + j\omega(L_x + L_A)$$

Razmerje amplitud:  $\frac{U_2}{I_2} = Z = \sqrt{(R_x + R_A)^2 + \omega^2(L_x + L_A)^2}$

Potrdimo enačbo  $L_s = \frac{1}{\omega} \sqrt{\left(\frac{U}{I}\right)^2 - R_s^2} :$

$$L_x = \frac{1}{\omega} \sqrt{\left(\frac{U_2}{I_2}\right)^2 - \left(\frac{U_1}{I_1}\right)^2} - L_A$$

- induktivnost ampermetra  $L_A$  je ponavadi zanemarljiva
- če je  $R_V \gg R_x$ , priklopimo **voltmeter neposredno**.

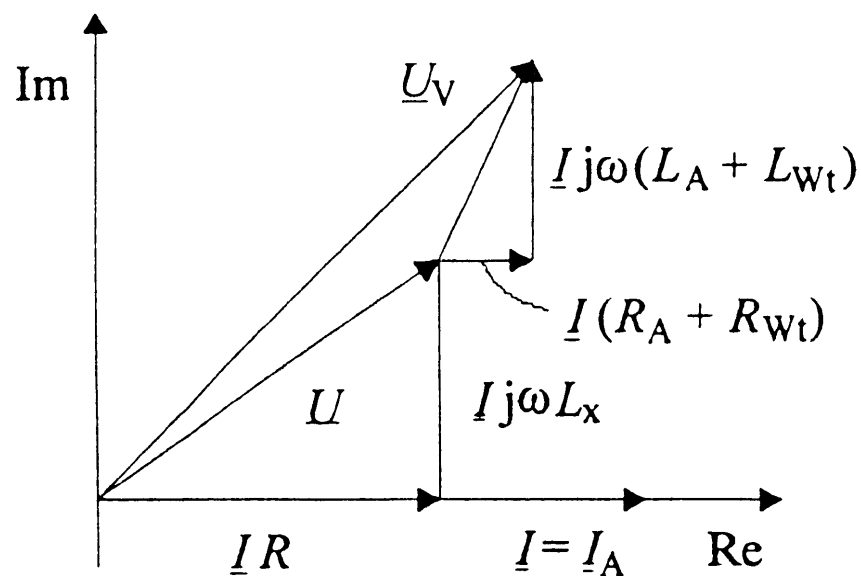
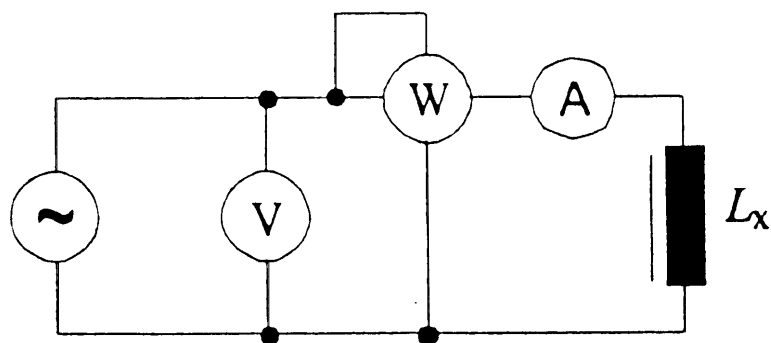




## ***P-U-I* metoda merjenja induktivnosti s feromagnetnim jedrom**

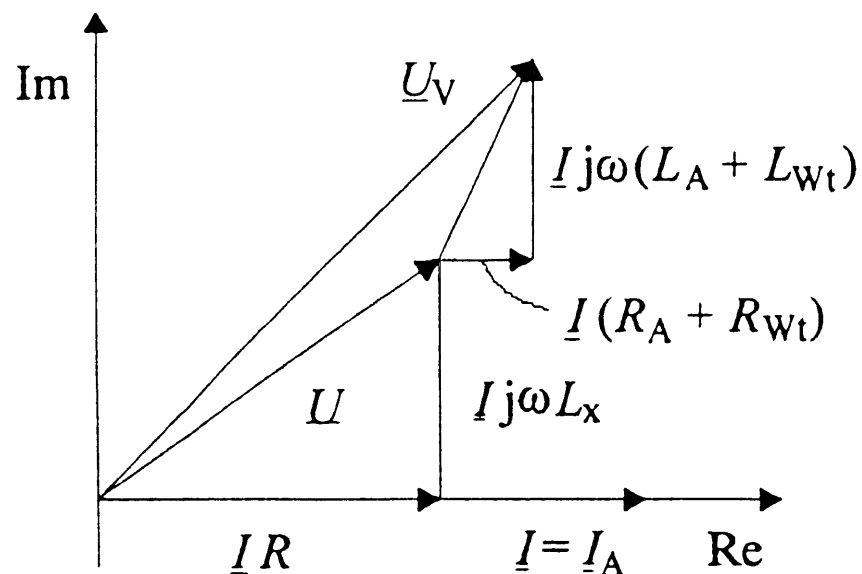
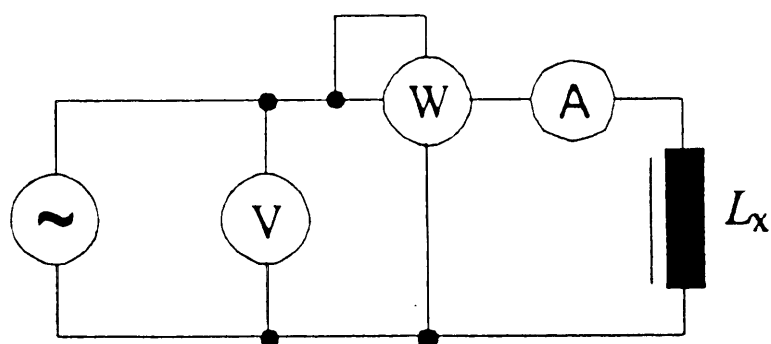
Del upornosti, ki ponazarja izgube v feromagnetiku pri izmeničnem magnetenju, merimo preko moči:

$$L_s = \frac{\sqrt{(UI)^2 - P^2}}{\omega I^2}$$



Slika 7.34: *P-U-I* metoda merjenja induktivnosti





$$L_x = \frac{\sqrt{(U_V I_A)^2 - P_W^2}}{\omega I_A^2} - (L_A + L_{Wt})$$

- $L_A + L_{Wt}$  sta vezana zaporedno k  $L_x$

Ker **permeabilnost ni stalna** (nelinearen odnos med  $B$  in  $H$ ), je induktivnost tuljave **odvisna od vrednosti toka**.

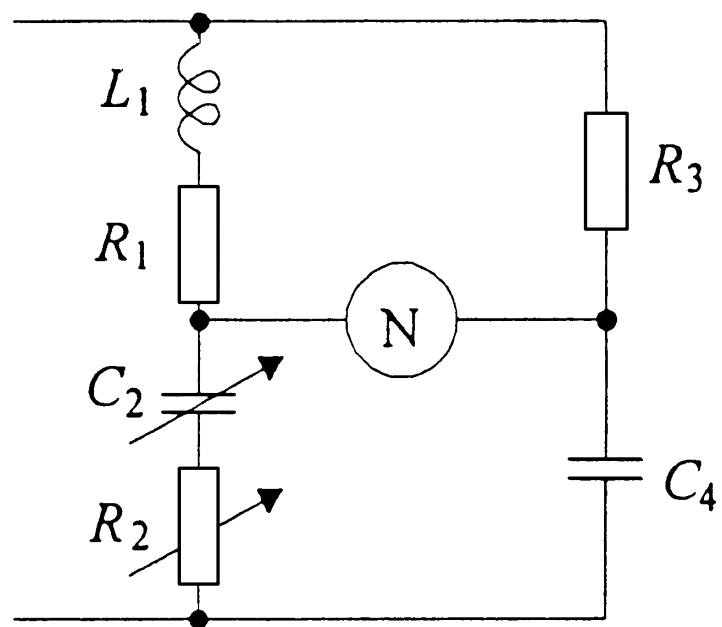
Pri merjenju induktivnosti s **feromagnetnim jedrom moramo biti pozorni na obliko in velikost toka!**



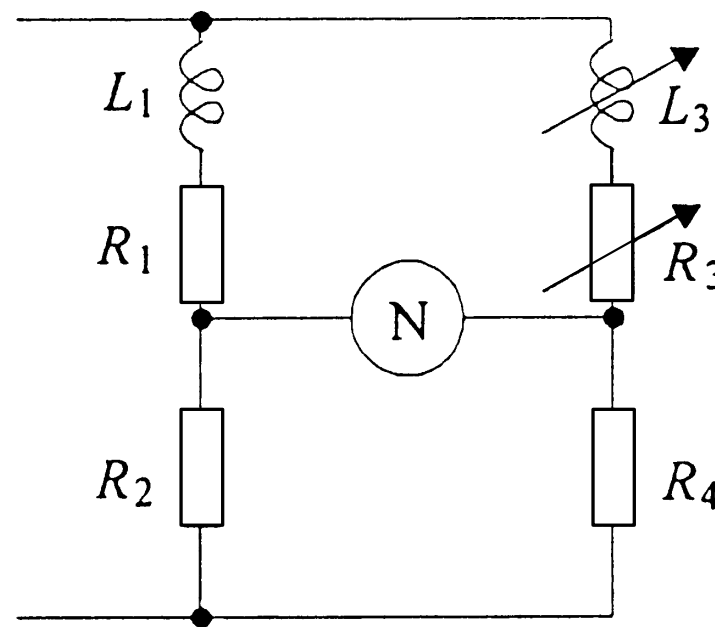




## Mostična merjenja induktivnosti



a)



b)

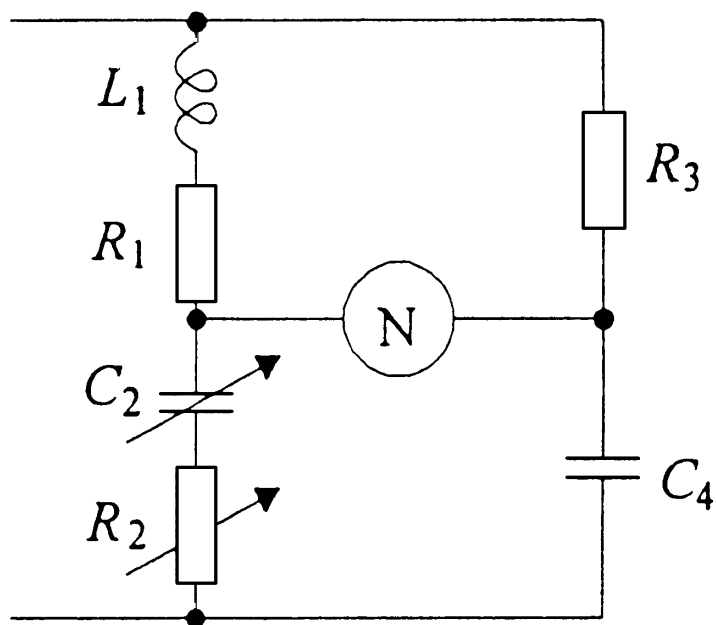
Slika 6.10 Owen in Maxwellov mostič

**Owenv mostič (a):**  $\underline{Z}_1 = R_x + j\omega L_x$

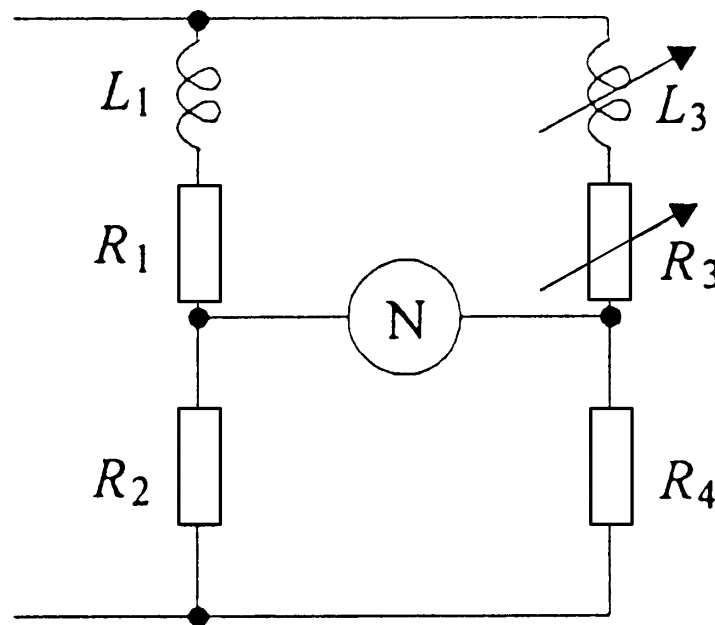
- ravnovesna enačba:  $R_x + j\omega L_x = j\omega R_3 C_4 \left( R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \right)$

- $R_x = R_3 C_4 / C_2$ ,  $L_x = R_2 R_3 C_4$ ,  $Q = \omega R_2 C_2$





a)



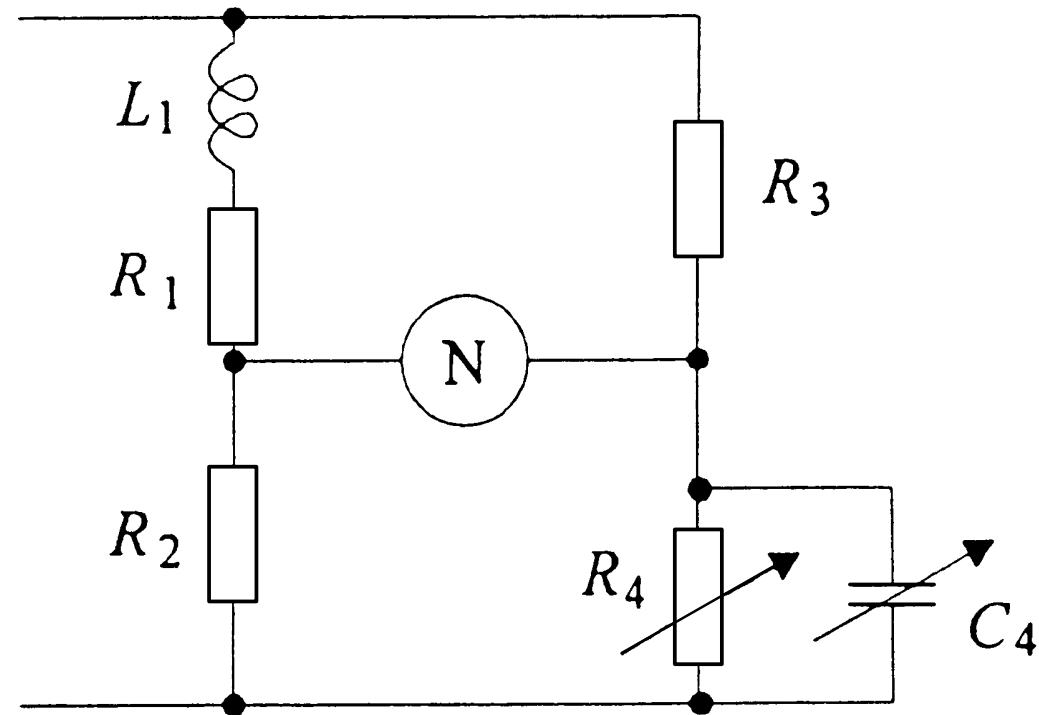
b)

Slika 6.10 Owenov in Maxwellov mostič

**Maxwellov mostič (b):**  $\underline{Z}_1 = R_x + j\omega L_x$

- ravnovesna enačba:  $R_x + j\omega L_x = \frac{R_2}{R_4} (R_3 + j\omega L_3)$
- $R_x = R_2 R_3 / R_4$ ,  $L_x = L_3 R_2 / R_4$ ,  $Q = \omega L_3 / R_3$





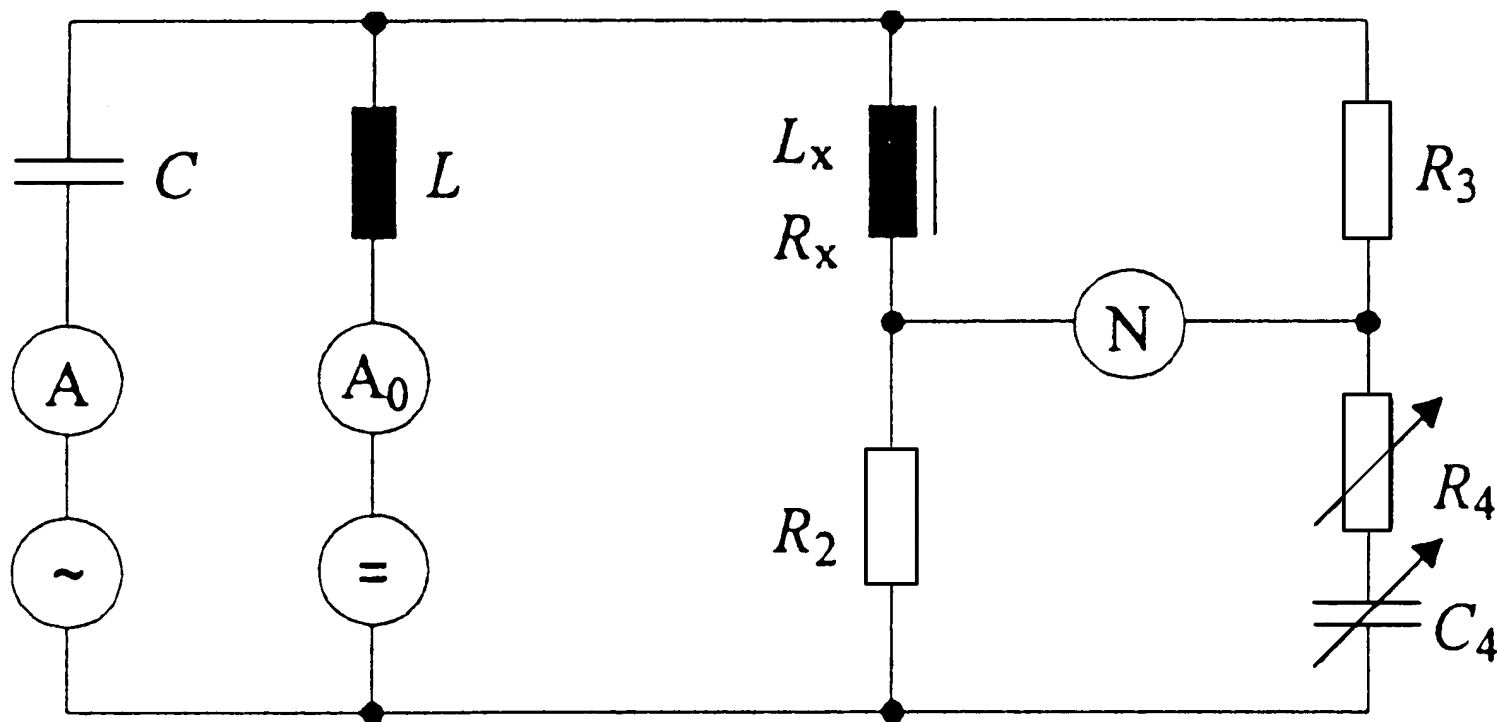
Slika 6.11 Maxwell-Wienov mostič

**Maxwell-Wienov mostič:**  $\underline{Z}_1 = R_x + j\omega L_x$

- ravnovesna enačba:  $R_x + j\omega L_x = R_2 R_3 (1/R_4 + j\omega C_4)$
- $R_x = R_2 R_3 / R_4$ ,  $L_x = R_2 R_3 C_4$ ,  $Q = \omega R_4 C_4$



**Hayev mostič se uporablja za merjenje induktivnosti s feromagnetnim jedrom pri pulzirajočem toku.**

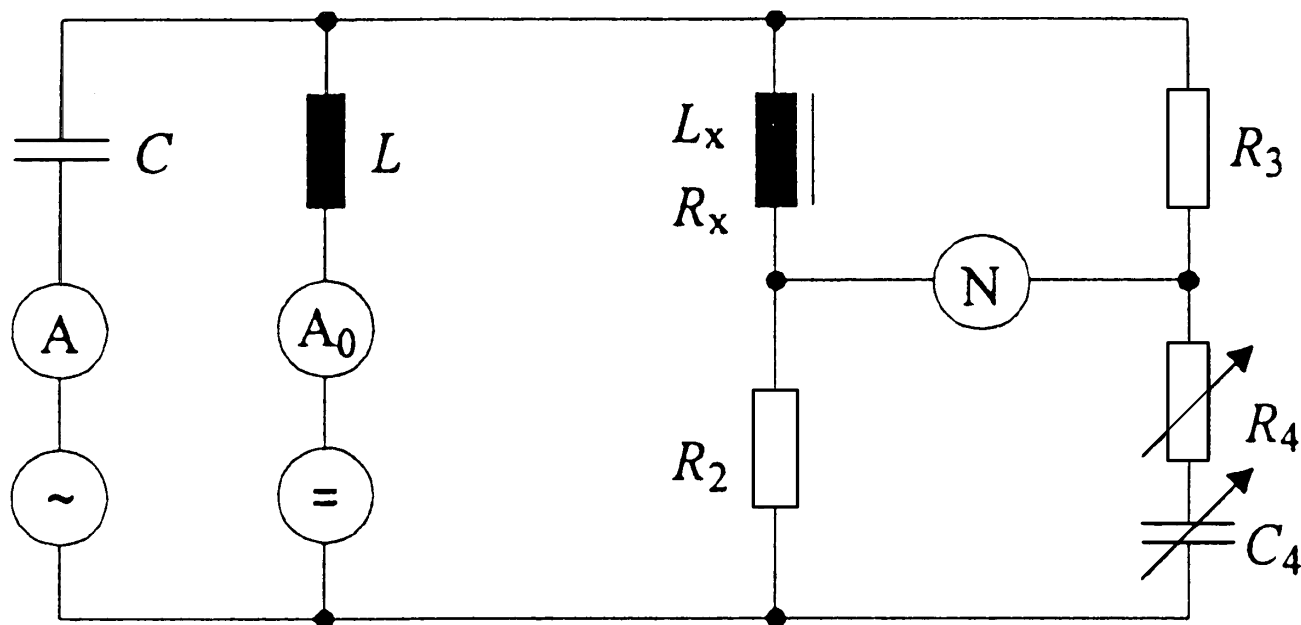


Slika 7.35: Hayev mostič za merjenje superpozicijske induktivnosti

Impedance v vejah mostiča:

$$\underline{Z}_1 = R_x + j\omega L_x, \quad \underline{Z}_3 = R_3; \quad \underline{Z}_2 = R_2, \quad \underline{Z}_4 = R_4 + 1/j\omega C_4$$





Hayev mostič je  
**frekvenčno odvisen.**

Iz ravnovesne enačbe:  $L_x = \frac{R_2 R_3 C_4}{1 + (\omega R_4 C_4)^2}$ ,  $R_x = \frac{R_2 R_3}{R_4} \frac{(\omega R_4 C_4)^2}{1 + (\omega R_4 C_4)^2}$

Če merimo induktivnosti **z velikim faktorjem kvalitete**  
 $Q = \frac{\omega L_x}{R_x} = \frac{1}{\omega R_4 C_4}$ , je induktivnost:  $L_x = \frac{R_2 R_3 C_4}{1 + 1/Q^2} \approx R_2 R_3 C_4$

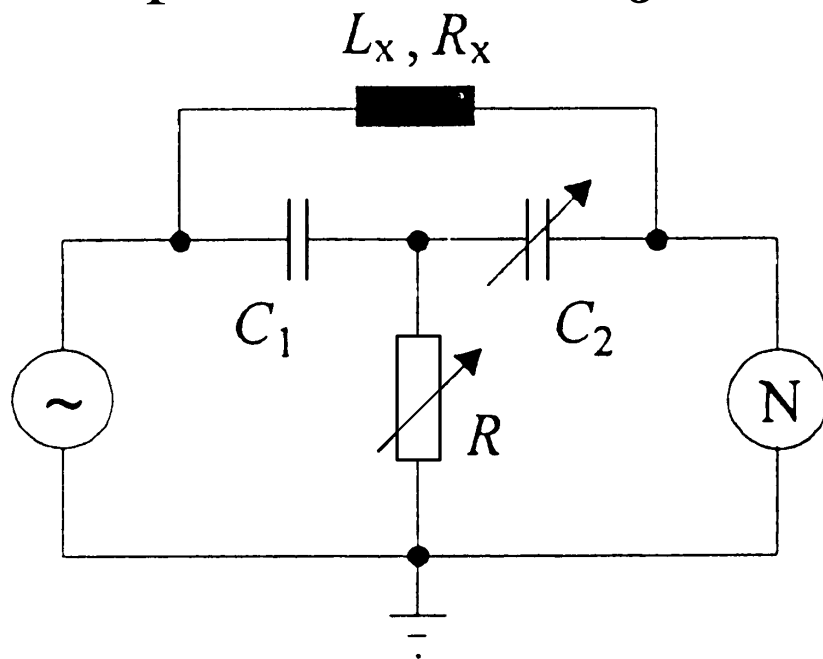
V tem primeru nam frekvence ni potrebno upoštevati!



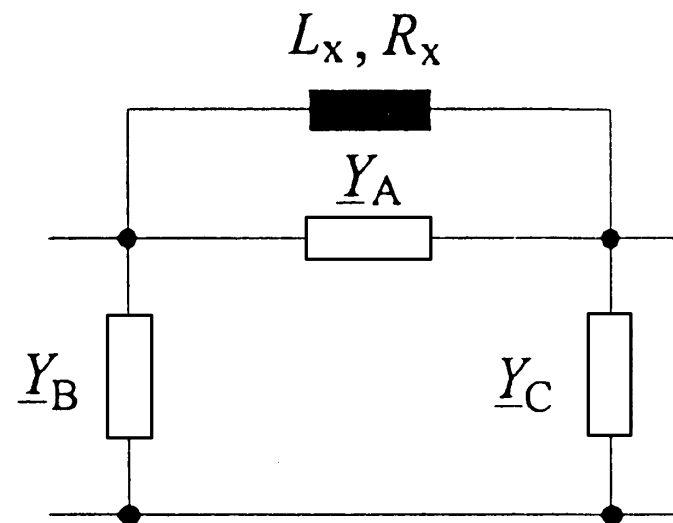


## Premoščeno T-vezje

- ni problema ozemljenosti!



a)

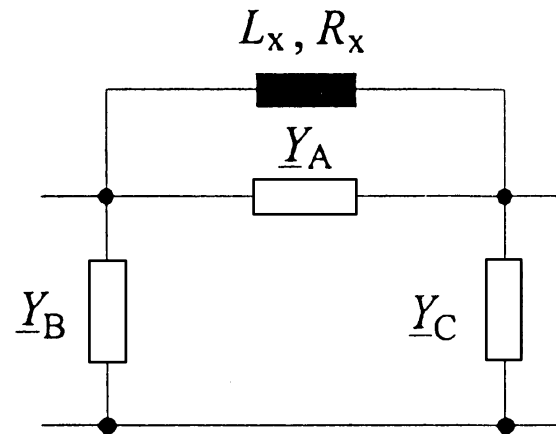
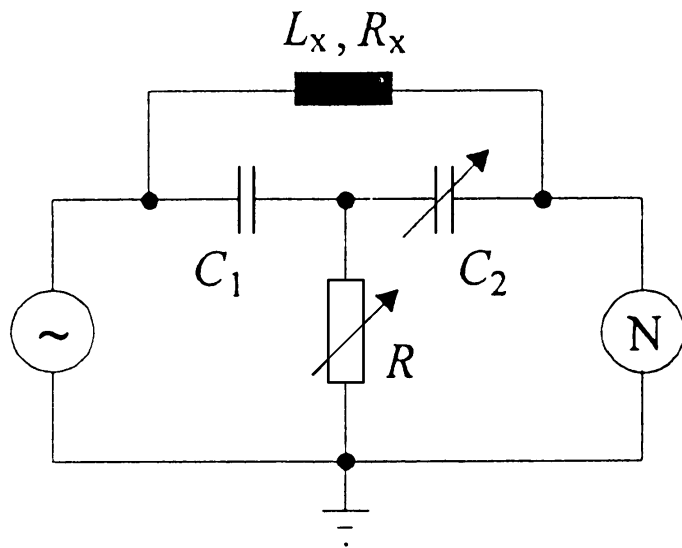


b)

Slika 7.36: Merjenje induktivnosti s premoščnim T-vezjem

Ničelni indikator bo ostal brez odklona, ko bo  $\underline{Y}_A + \underline{Y}_x = 0$ :





$$\underline{Y}_A + \underline{Y}_x = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{j\omega C_1 \cdot j\omega C_2}{j\omega C_1 + j\omega C_2 + 1/R} + \frac{1}{R_x + j\omega L_x} = 0$$

- od tod dobimo:  $L_x = \frac{1}{\omega^2} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$ ,  $R_x = \frac{1}{\omega^2 R C_1 C_2}$ ,  
 $Q = \omega R (C_1 + C_2)$

- vpliv parazitnih kapacitivnosti je manjši,
- uporablja se v **radiofrekvenčnem območju**.





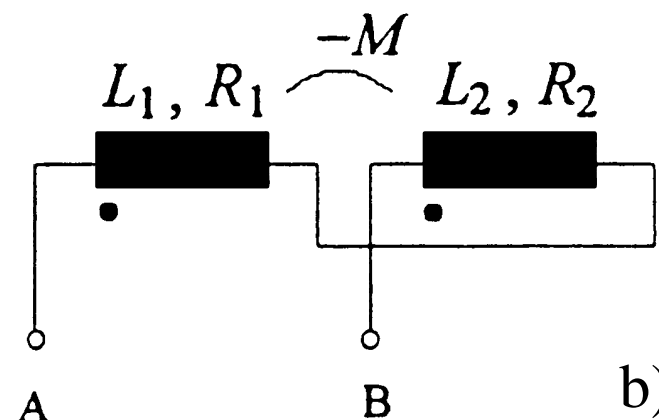
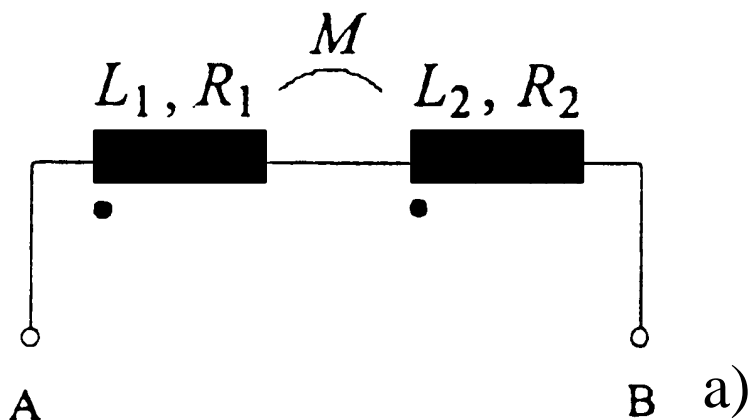
## 7.5 Merjenje medsebojne induktivnosti

Medsebojna induktivnost med dvema magnetno sklopljenima krogoma je **razmerje** med:

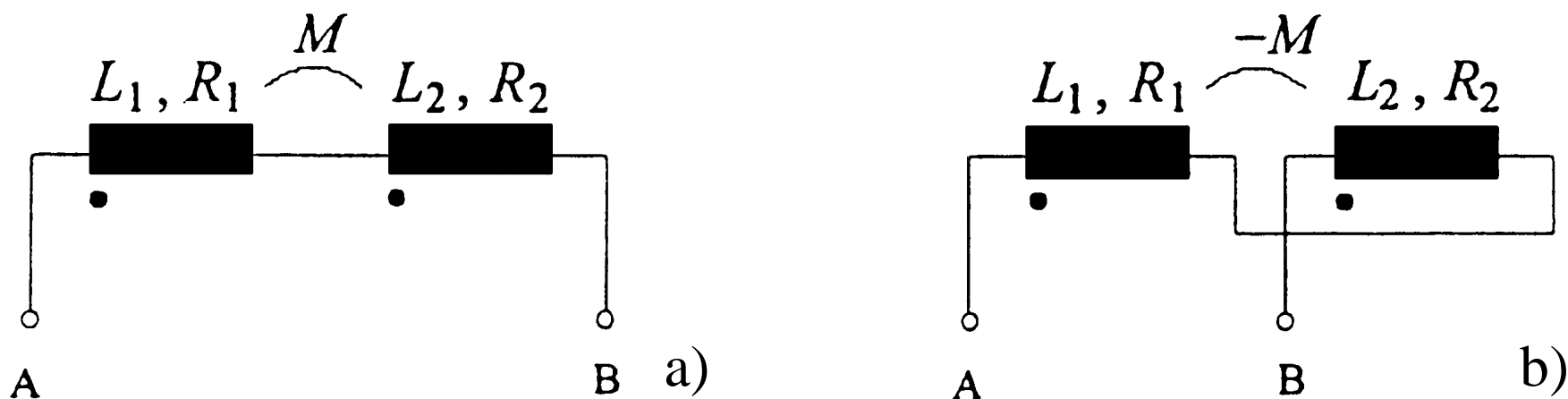
- **inducirano napetostjo** v enem krogu,
- in **časovnim odvodom toka** v drugem krogu.

Magnetna pretoka se lahko **podpirata** ( $+M$ ) ali **nasprotujeta** ( $-M$ ):

- magnetna pretoka se podpirata (**a**):  $L' = L_1 + L_2 + 2M$
- magnetna pretoka si nasprotujeta (**b**):  $L'' = L_1 + L_2 - 2M$







Slika 7.37 Določanje medsebojne induktivnosti z merjenjem dveh induktivnosti

Induktivnost dveh vezav med točkama A in B merimo na znan način  $\rightarrow L', L''$  in  $M$  izračunamo:

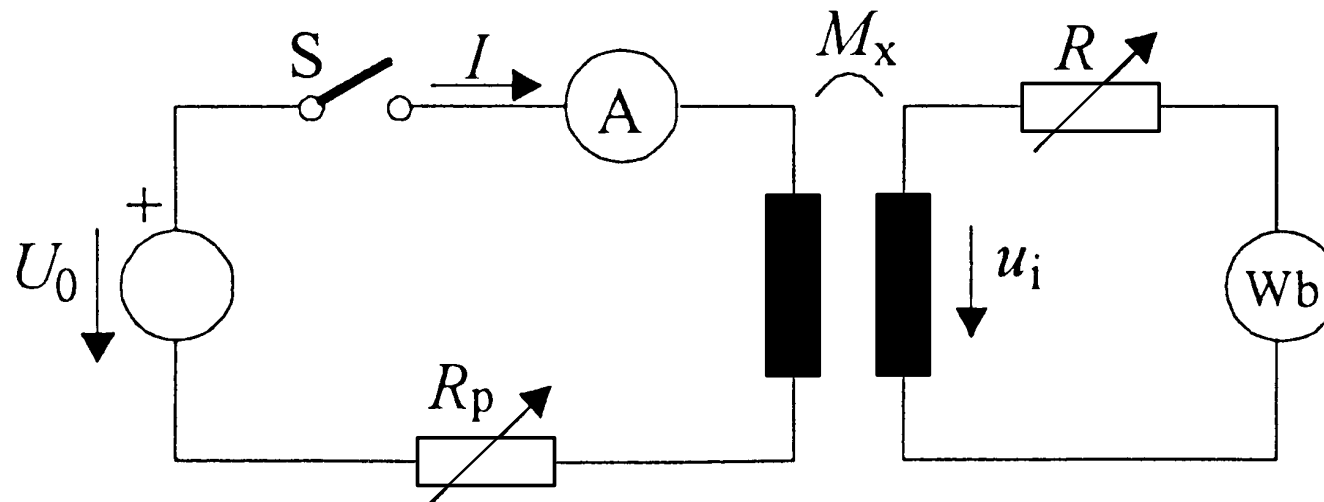
$$\begin{aligned} L' &= L_1 + L_2 + 2M \\ L'' &= L_1 + L_2 - 2M \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad M = \frac{L' - L''}{4}$$





## Neposredno merjenje medsebojne induktivnosti

Vezje napajamo z enosmernim tokom (primar)



Slika 7.38: Merjenje medsebojne induktivnosti s fluksmetrom

Ker je napetost na sekundarju odvisna le **od spremembe toka**, se **inducira napetost le ob preklopu stikala**.

- napetostni impulz **merimo s fluksmetrom** ( $c_F$ ):

$$y = \frac{1}{c_F} \int_{t_1}^{t_2} u_i dt = \frac{1}{c_F} \int_{t_1}^{t_2} \left( M_x \frac{di}{dt} \right) dt = \frac{M_x}{c_F} \int_0^I di$$

Medsebojna induktivnost je:  $M_x = \frac{c_F y}{I}$

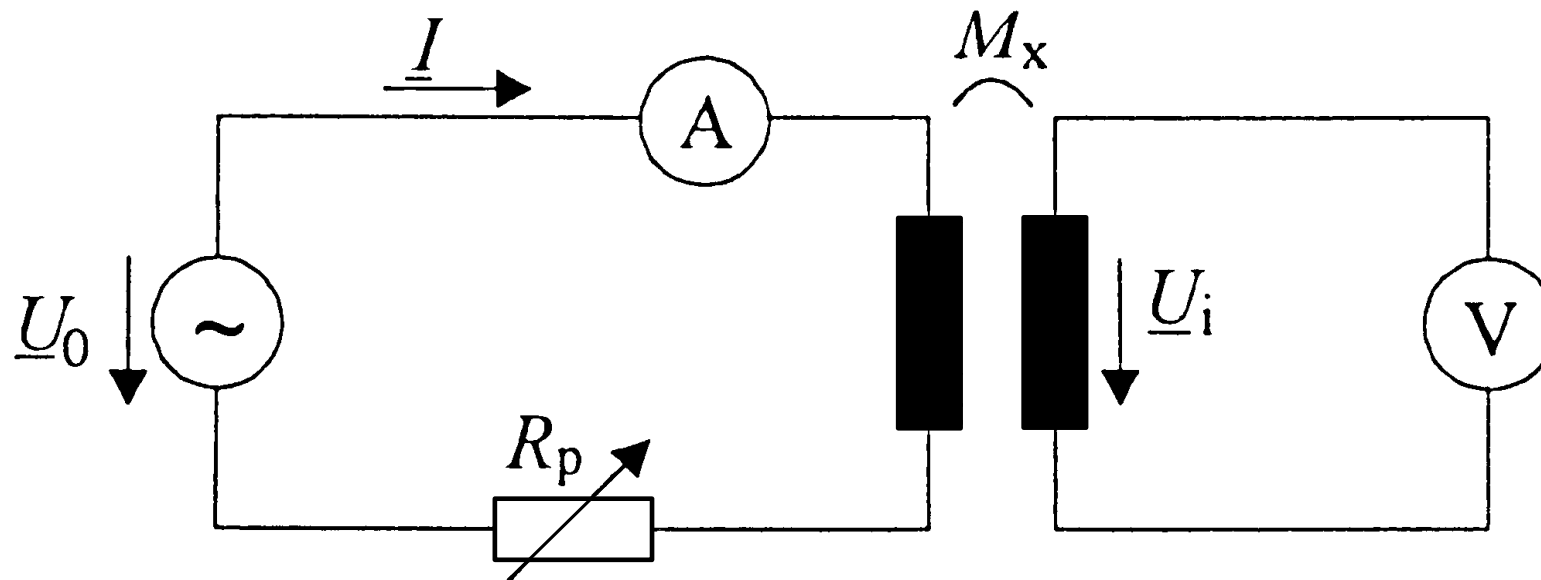




Merilno **točnost** lahko **izboljšamo s substitucijsko metodo**:

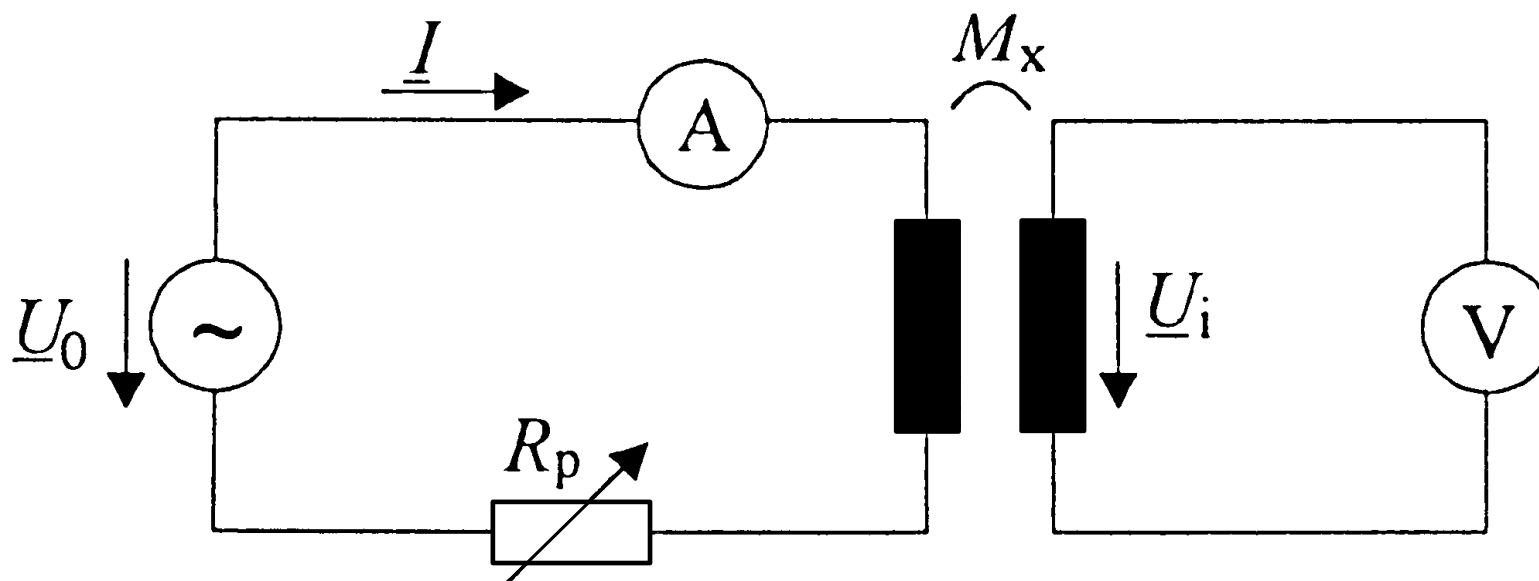
- uporabljamo spremenljivi etalon medsebojne induktivnosti,
- fluksmeter ima enak odklon:  $M_x \cong M_N$

*Merjenje medsebojne ind. s sinusnim signalom*



Slika 7.39: Merjenje  $M_x$  z ampermetrom in voltmetrom





Inducirana napetost na sekundarni strani pri sinusnem toku:

$$U_i = M_x \frac{dI}{dt} = j\omega M_x I$$

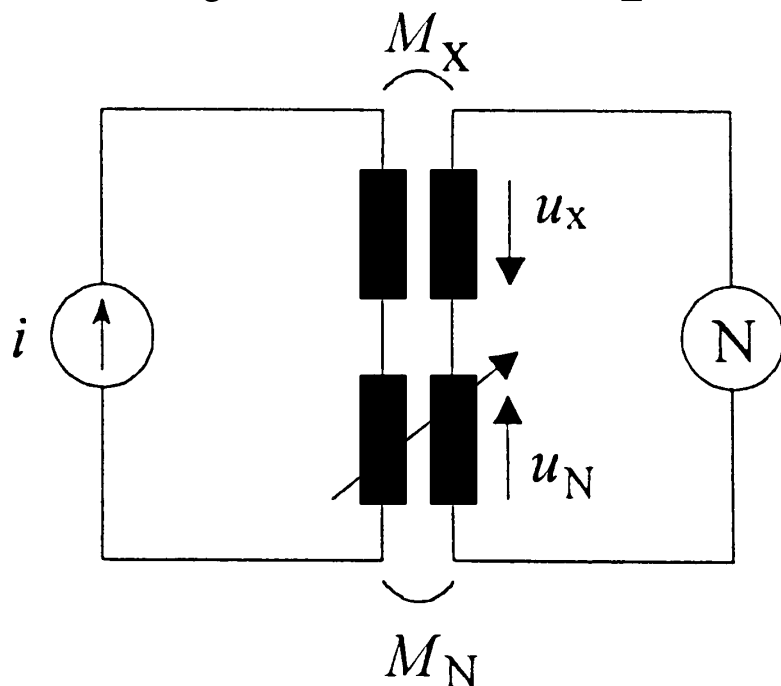
- če je  $R_V \gg 1$ , je  $U_V \approx U_i$  in dobimo:  $M_x = \frac{U_V}{\omega I}$





## Metoda opozicije

Potrebujemo **etalon spremenljive medsebojne induktivnosti**.



Slika 7.40: Metoda opozicije

Skozi primarni navitji teče **isti izmenični tok**,

- **ni nujno sinusne oblike!**

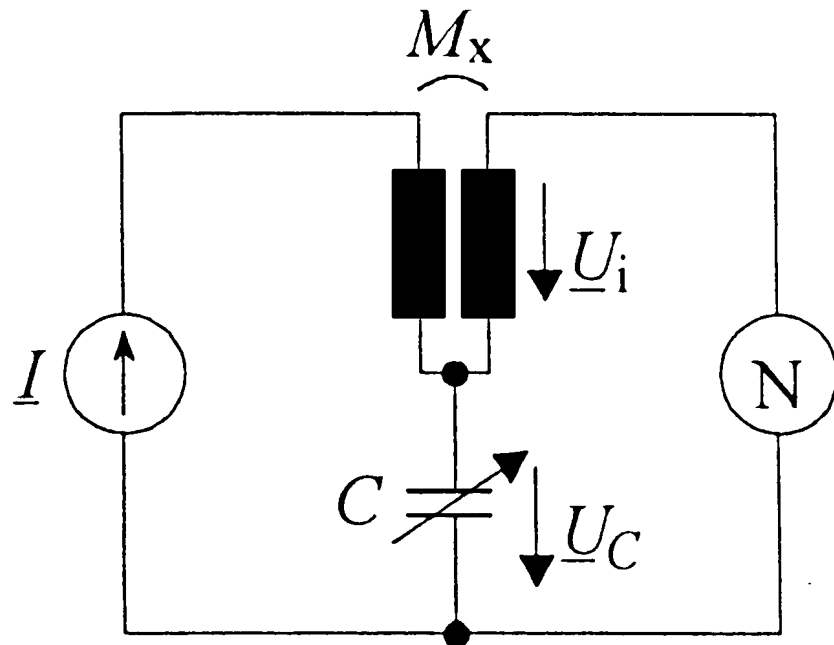
Na sekundarnih straneh se inducirata napetosti:

$$u_x = M_x \frac{di}{dt}, \quad u_N = M_N \frac{di}{dt}$$

- če ju vežemo v **protistik** in je ničelni indikator **brez odklona**:  $M_x = M_N$



# Campbellovo vezje



Slika 7.41: Campbellovo vezje

**Tok skozi primarno navitje in kondenzator mora biti sinusne oblike,**

- **inducirana napetost** na sekundarju  $M_x$ :  $\underline{U}_i = j\omega M_x \underline{I}$
- **napetost na kondenzatorju:**

$$\underline{U}_C = \underline{I} \frac{1}{j\omega C}$$

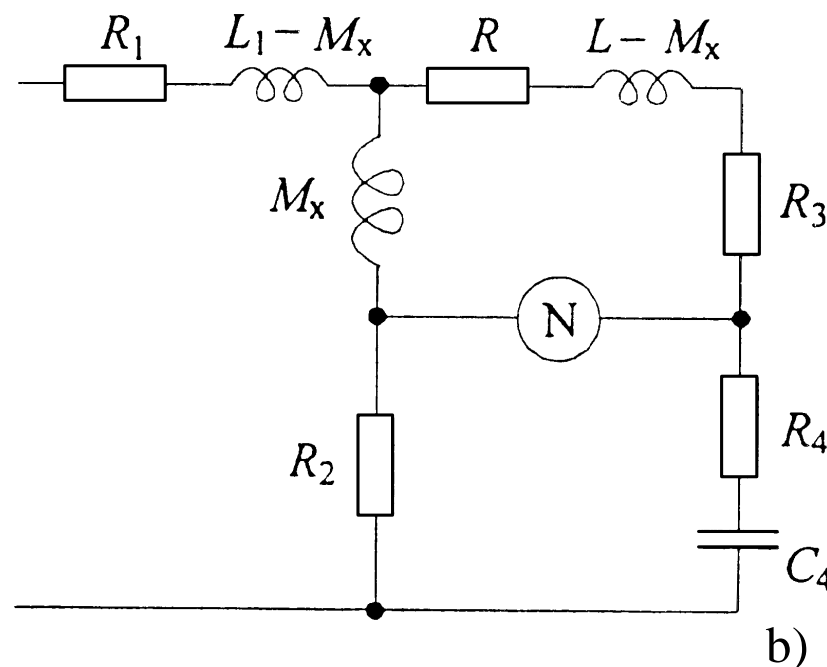
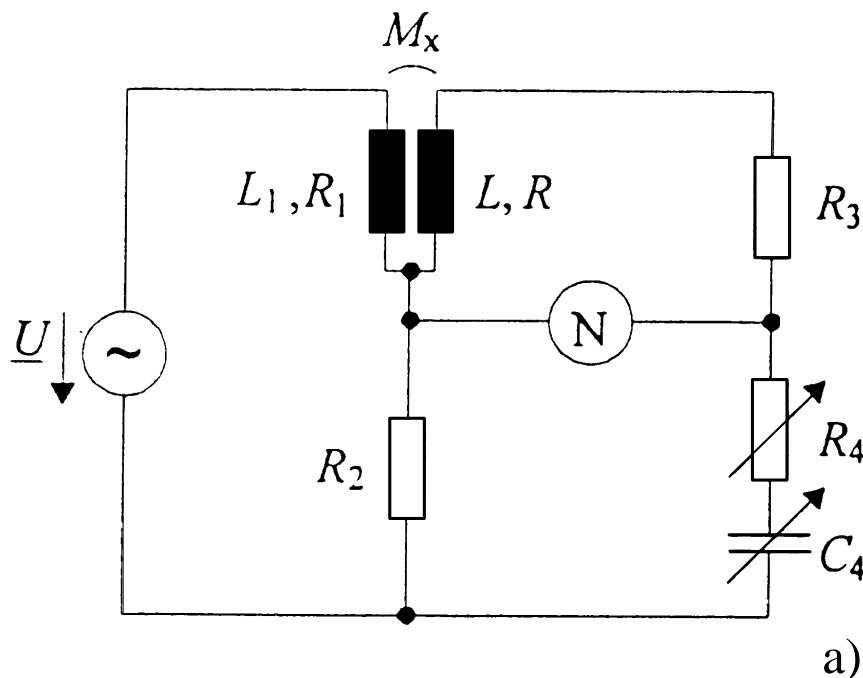
Če se **napetosti odštejeta** in je ničelni indikator **brez odklona**, imamo: 
$$j\omega M_x \underline{I} + \underline{I} \frac{1}{j\omega C} = 0$$

- medsebojna induktivnost:  $M_x = 1/\omega^2 C$





## Carey-Fosterjev mostič



Slika 7.42: Carey-Fosterjev mostič in nadomestno vezje

Če nadomestimo magnetno sklopljeni tuljavi z ekvivalentnim **T-vezjem**, dobimo **izmenični Wheatstonov mostič**:

$$\begin{aligned}\underline{Z}_1 &= j\omega M_x, & \underline{Z}_3 &= (R + R_3) + j\omega(L - M_x) \\ \underline{Z}_2 &= R_2, & \underline{Z}_4 &= R_4 + 1/j\omega C_4\end{aligned}$$





Iz ravnovesne enačbe dobimo:

$$M_x = R_2 (R + R_3) C_4$$
$$L = (R + R_3)(R_2 + R_4) C_4$$

Induktivnost sekundarne tuljave  $L$  je večja od medsebojne induktivnosti  $M_x \leq L$

- dokaz:
  - **kota v nasprotnih vejah** sta:

$$\varphi_1 = +90^\circ; \quad -90^\circ \leq \varphi_4 \leq 0^\circ$$

- ker je  $\varphi_1 + \varphi_4 \geq 0^\circ$  in  $\varphi_2 = 0^\circ$ , bo tudi:

$$\varphi_2 + \varphi_3 \geq 0^\circ - \text{samo pri } (L - M_x) > 0$$

