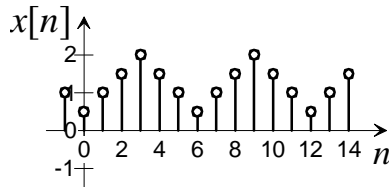


Naloga 2. kolokvija
PROCESIRANJE SIGNALOV

Datum: 19. 01. 2007

1. Določite periodo N in zapišite diskretno Fourierovo vrsto X_k za podani diskretni **periodični** signal $x[n]$. Izračunajte le X_0 .



Rešitev:

$$\underline{N = 6} \tag{1.1}$$

$$X_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \tag{1.2}$$

$$X_k = \frac{1}{6} \left(x[0]e^{-j\frac{2\pi}{6}k \cdot 0} + x[1]e^{-j\frac{2\pi}{6}k \cdot 1} + x[2]e^{-j\frac{2\pi}{6}k \cdot 2} + x[3]e^{-j\frac{2\pi}{6}k \cdot 3} + x[4]e^{-j\frac{2\pi}{6}k \cdot 4} + x[5]e^{-j\frac{2\pi}{6}k \cdot 5} \right) \tag{1.3}$$

$$X_k = \frac{1}{6} \left(\frac{1}{2} + e^{-j\frac{\pi}{3}k \cdot 1} + \frac{3}{2} e^{-j\frac{\pi}{3}k \cdot 2} + 2e^{-j\frac{\pi}{3}k \cdot 3} + \frac{3}{2} e^{-j\frac{\pi}{3}k \cdot 4} + e^{-j\frac{\pi}{3}k \cdot 5} \right) \tag{1.4}$$

$$\underline{X_k = \frac{1}{12} + \frac{2}{12} e^{-j\frac{\pi}{3}k} + \frac{3}{12} e^{-j\frac{2\pi}{3}k} + \frac{4}{12} e^{-j\pi k} + \frac{3}{12} e^{-j\frac{4\pi}{3}k} + \frac{2}{12} e^{-j\frac{5\pi}{3}k}} \tag{1.5}$$

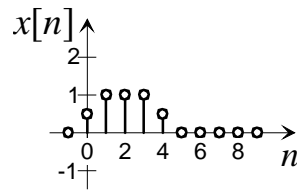
$$\begin{aligned} X_0 &= \frac{1}{12} + \frac{2}{12} e^{-j\frac{\pi}{3} \cdot 0} + \frac{3}{12} e^{-j\frac{2\pi}{3} \cdot 0} + \frac{4}{12} e^{-j\pi \cdot 0} + \frac{3}{12} e^{-j\frac{4\pi}{3} \cdot 0} + \frac{2}{12} e^{-j\frac{5\pi}{3} \cdot 0} = \\ &= \frac{1}{12} + \frac{2}{12} + \frac{3}{12} + \frac{4}{12} + \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4} \end{aligned} \tag{1.6}$$

$$\underline{X_0 = 1,25} \tag{1.7}$$

2. Časovno diskreten LTI sistem je podan z diferenčno enačbo

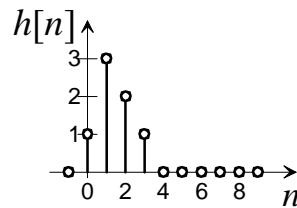
$$y[n] = x[n] + 3x[n-1] + 2x[n-2] + x[n-3].$$

Narišite $h[n]$ in izhodni signal $y[n]$ za podani vhodni signal $x[n]$.

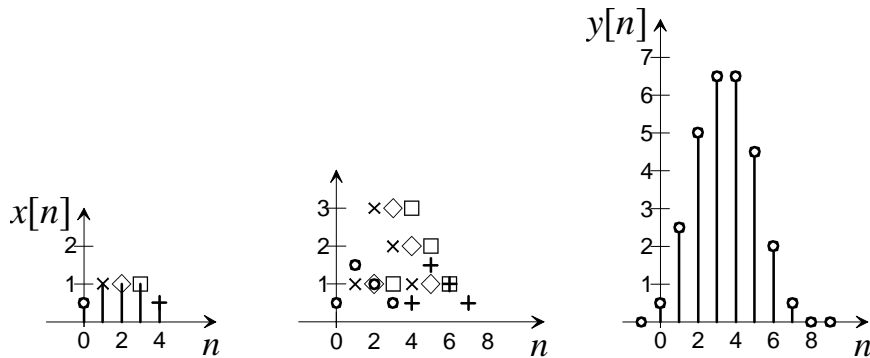


Rešitev:

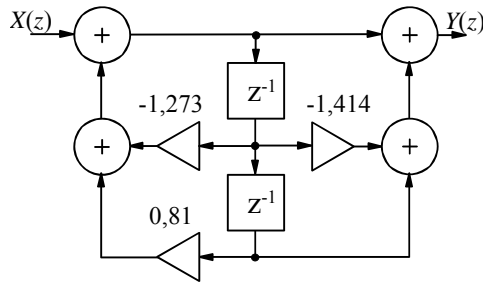
$$h[n] = y[n] \Big|_{x[n]=\delta[n]} = \delta[n] + 3\delta[n-1] + 2\delta[n-2] + \delta[n-3] \quad (1.8)$$



Izhodni signal dobimo s pomočjo konvolucije.



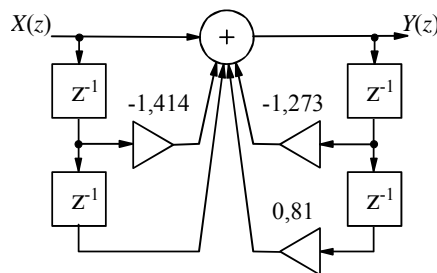
3. Diskretni časovno nespremenljivi linearni sistem je podan s shemo vezja:



Zapišite diferenčno enačbo sistema, določite njegovo sistemsko funkcijo $H(z)$ ter njene ničle in pole. Skicirajte frekvenčni odziv vezja. Ali je podani sistem stabilen?

Rešitev:

Enačbo sistema je lažje izpisati iz sheme narisane v direktni obliki I.



$$Y(z) = X(z) - 1,414 \cdot X(z)z^{-1} + X(z)z^{-2} - 1,273 \cdot Y(z)z^{-1} + 0,81 \cdot Y(z)z^{-2} \quad (1.9)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 - 1,414z^{-1} + z^{-2}}{1 + 1,273z^{-1} - 0,81z^{-2}} = \frac{z^2 - 1,414z + 1}{z^2 + 1,273z - 0,81} \quad (1.10)$$

Ničle:

$$n_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1,414 \pm \sqrt{1,414^2 - 4}}{2} = 0,707 \pm j0,707 \quad (1.11)$$

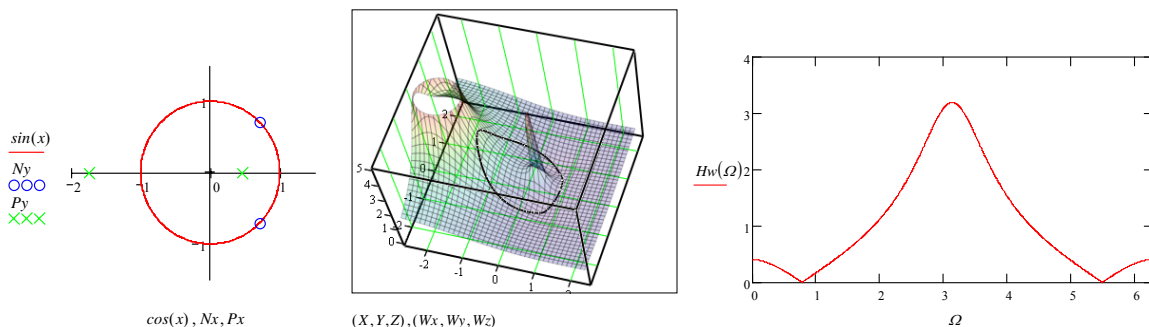
Poli:

$$p_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-1,273 \pm \sqrt{1,273^2 - 4 \cdot (-0,8)}}{2} = 0,637 \pm 2,196 \quad (1.12)$$

$$p_1 = 0,461 \quad , \quad p_2 = -1,734 \quad (1.13)$$

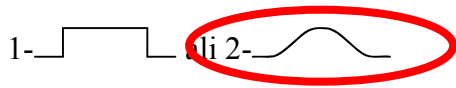
Sistem ni stabilen, ker je en pol izven enotske krožnice.

Ničle v z-ravnini, 3D-slika z-ravnine in skica frekvenčnega poteka:



4. Teoretična vprašanja

- a) Katera okenska funkcija da bolj jasno sliko spektra signala?



- b) Kje morajo biti ničle časovno diskretnega sistema, da bo imel sistem minimalno fazo? Znotraj enotske krožnice.

- c) Kaj pomenita kratici IIR in FIR?

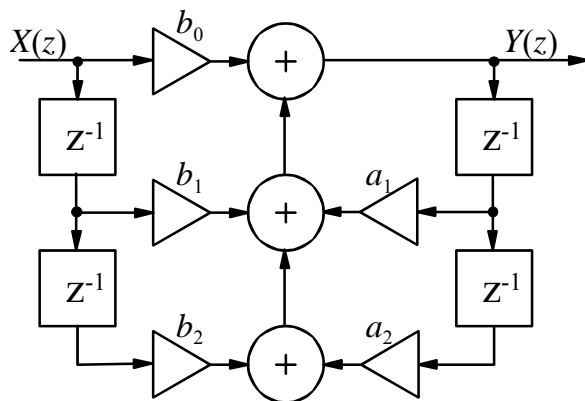
IIR – Infinite Impulse Response, FIR – Finite Impulse Response

- d) Koliko rešitev ima enačba $z^7 = 1$?

7

- e) Narišite shemo vezja za splošen časovno diskreten sistem drugega reda v direktni obliki I in v direktni obliki II.

Direktna oblika I:



Direktna oblika II:

