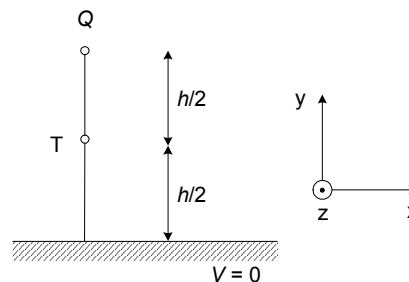
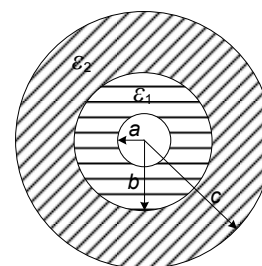


OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (VSŠ)
izpit, 22. 6. 2009

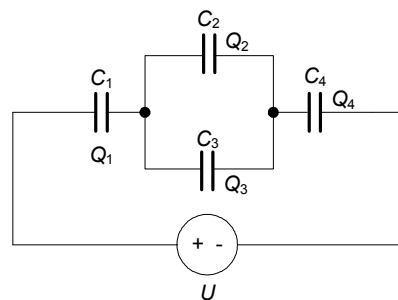
1. Na višini $h = 10$ m nad prevodno podlago (zemljo) je naboj $Q = 5 \mu\text{C}$. Določite električno poljsko jakost v točki T, ki je $h/2$ pod nabojem v smeri prevodne podlage.
 ($\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ As/Vm)



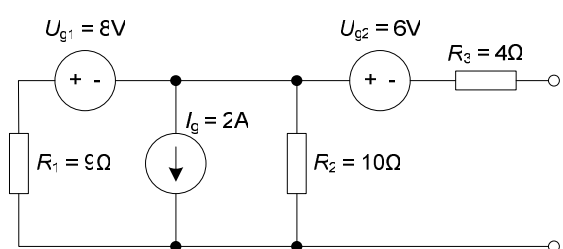
2. Dvoslojni sferični kondenzator ima dielektrika z relativnima dielektričnostima $\epsilon_1 = 8\epsilon_0$ in $\epsilon_2 = 2\epsilon_0$. Izračunajte kapacitivnost tega sferičnega kondenzatorja.
 ($a = 1$ cm, $b = 2,5$ cm, $c = 5$ cm, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ As/Vm)



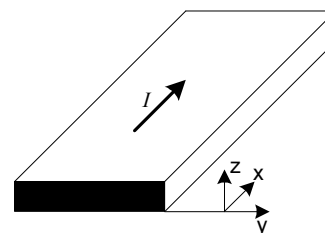
3. Izračunajte nadomestno kapacitivnost kondenzatorskega vezja C_N in določite priključeno napetost U , pri kateri je naboj na kondenzatorju C_2 enak $Q_2 = 5 \mu\text{C}$.
 ($C_1 = 9$ nF, $C_2 = 6$ nF, $C_3 = 9$ nF, $C_4 = 6$ nF)



4. Za dano vezje izračunajte elementa (U_T in R_T) nadomestnega Theveninovega napetostnega vira med sponkama 1-2.



5. Specifična upornost uporovnega traku se spreminja po funkciji $\rho = 10^{-3}(1 + x) \Omega$. Dolžina traku je 10 m, presek pa $0,1$ m². Izračunajte tok skozi uporovni trak, če se na njem troši moč 60 W.



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (VŠŠ)
izpit, 22. 6. 2009, rešitve

1. Vektor električne poljske jakosti na razdalji r od točkastega naboja je: $\vec{E} = \vec{e}_r \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$. Pri določanju vektorja električne poljske jakosti v točki T moramo upoštevati oba naboja, Q in zrcalnega ($-Q$):

$$\begin{aligned}\vec{E}_T &= -\vec{e}_y \left(\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 (h/2)^2} \right) - \vec{e}_y \left(\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 (3h/2)^2} \right) = -\vec{e}_y \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{(h/2)^2} + \frac{1}{(3h/2)^2} \right) = \\ &= -\vec{e}_y \frac{5 \cdot 10^{-6} \text{ As}}{4 \cdot \pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}} \left(\frac{1}{(10 \text{ m}/2)^2} + \frac{1}{(3 \cdot 10 \text{ m}/2)^2} \right) \cong \underline{\underline{-\vec{e}_y 2,0 \text{ kV/m}}}\end{aligned}$$

2. Med notranji in zunanji sloj priključimo napetost U . Velja:

$$U = \int_a^b \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon_{r1}} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot dr + \int_b^c \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon_{r2}} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\epsilon_{r1}} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) + \frac{1}{\epsilon_{r2}} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right) \right].$$

Kapacitivnost sferičnega kondenzatorja izračunamo po formuli $C = \frac{Q}{U}$:

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{\epsilon_{r1}} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) + \frac{1}{\epsilon_{r2}} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right)} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}}{\frac{1}{8} \left(\frac{1}{1 \cdot 10^{-2}} - \frac{1}{2,5 \cdot 10^{-2}} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2,5 \cdot 10^{-2}} - \frac{1}{5 \cdot 10^{-2}} \right)} \cong \underline{\underline{6,35 \text{ pF}}}.$$

3. Nadomestna kapacitivnost vezja je:

$$\frac{1}{C_N} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2 + C_3} + \frac{1}{C_4} = \frac{1}{9 \text{ nF}} + \frac{1}{(6+9) \text{ nF}} + \frac{1}{6 \text{ nF}} = \frac{31}{90} \cdot \frac{1}{\text{nF}} \Rightarrow C_N = \frac{90}{31} \text{ nF} \cong \underline{\underline{2,9 \text{ nF}}}.$$

Priključeno napetost določimo iz znane množine naboja na kondenzatorju C_2 :

$$U_2 = U_3 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{5 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{6 \cdot 10^{-9} \text{ F}} \cong 833,3 \text{ V}; Q_3 = U_3 \cdot C_3 = 833,3 \text{ V} \cdot 9 \cdot 10^{-9} \text{ F} \cong 7,5 \mu\text{C};$$

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \cong 12,5 \mu\text{C}; U = \frac{Q_1}{C_N} = \frac{12,5 \mu\text{C}}{2,9 \text{ nF}} \cong \underline{\underline{4,3 \text{ kV}}}.$$

4. $R_T = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} + R_3 \cong 8,74 \Omega$

Napetost U_T je napetost med sponkama 1 in 2. Določimo jo lahko na različne načine. Na primer s pretvorbo napetostnega v tokovni vir in nato še skupnega tokovnega v napetostnega. Najprej pretvorimo napetostni vir $U = 8 \text{ V}$ v tokovni vir, ki ima tok $I_1 = \frac{8}{9} \text{ A}$. Nato seštejemo oba toka

posameznega tokovnega vira: $I_2 = \frac{26}{9} \text{ A}$. Sledi pretvorba tokovnega vira I_2 v napetostni vir, ki

ima napetost $U_2 = 13,68 \text{ V}$. Iz tega sledi da je:

$$U_T = -(U_2 + U_{g2}) = \underline{\underline{-19,68 \text{ V}}}.$$

5. Tok skozi uporovni trak izračunamo iz izraza za moč $P = I^2 R$. Najprej z integracijo delnih prispevkov upornosti določimo upornost uporovnega traku:

$$R = \int dR = \int_0^l \frac{\rho \cdot dx}{A} = \frac{10^{-3} \Omega}{0,1 \text{ m}^2} \int_0^{10 \text{ m}} (1 \text{ m} + x) \cdot dx = 10^{-2} \left(10 + \frac{10^2}{2}\right) \Omega = 0,6 \Omega. \text{ Tok skozi uporovni}$$

trak je $I = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{60 \text{ W}}{0,6 \Omega}} = \underline{\underline{10 \text{ A}}}$.