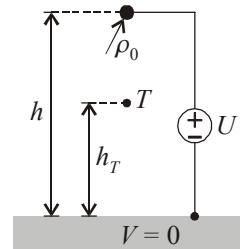
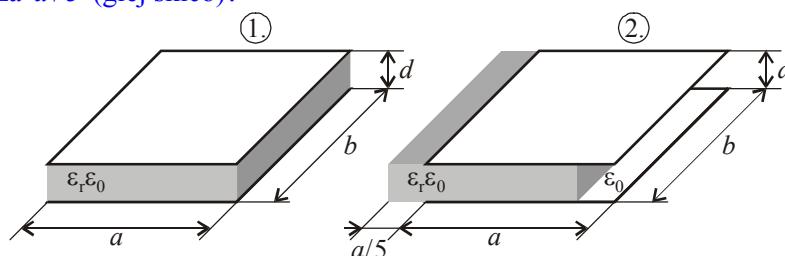


OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (VSŠ)
izpit, 22. marec 2007

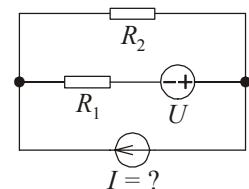
- Dolga daljnovodna vrv, debeline $2\rho_0 = 16$ mm, ki visi na višini $h = 18$ m nad zemljo, je priključena na napetost $U = 40$ kV. Kolikšen je potencial v točki T , ki se nahaja natanko pod vrvjo na višini $h_T = 10$ m nad zemljo? (Ekscentričnost v vrvi zanemarite.)



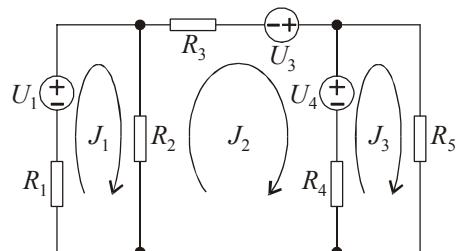
- Ob ravni meji dveh dielektrikov z relativnima dielektričnostma $\epsilon_{r1} = 6$ in $\epsilon_{r2} = 3$ sta homogeni polji jakosti E_1 in E_2 . Določite razmerje med poljskima jakostima E_2 / E_1 , če polje v prvem dielektriku oklepa z normalo na mejo kót 30° .
- Ploščati kondenzator je priključen na vir napetosti U . Za koliko % se spremeni elektrostatična energija shranjena v polju kondenzatorja, če dielektrik z relativno dielektričnostjo $\epsilon_r = 2$ izvlečemo za $a/5$ (glej skico)?



- Pri kolikšnem toku I tokovnega vira bosta moči na uporih z upornostmi $R_1 = 2 \Omega$ in $R_2 = 8 \Omega$ enaki? Napetostni vir ima napetost $U = 12$ V.



- Zapišite sistem enačb za izračun zančnih tokov J_1 , J_2 in J_3 v matrični obliki.



$$\epsilon_0 \approx \frac{10^{-9}}{36\pi} \frac{\text{A s}}{\text{V m}}$$

Rešitve so objavljene na naslovu <http://torina.fe.uni-lj.si/oe>.

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (VSŠ)

izpit, 22. marec 2007, rešitve

1. Elektrino q na vrvi določa napetost U med vryjo in zemljo; vpliv zemlje upoštevamo po metodi

$$\text{zrcaljenja: } U = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h}{\rho_0} \Rightarrow \frac{q}{2\pi\epsilon_0} = \frac{U}{\ln 2h/\rho_0}. \text{ Potencial v točki } T \text{ je}$$

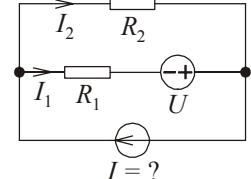
$$V(T) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{h+h_T}{h-h_T} = \frac{U}{\ln 2h/\rho_0} \ln \frac{h+h_T}{h-h_T} \approx \underline{\underline{5,96 \text{ kV}}}.$$

2. Tangencialna in normalna komponenta poljske jakosti v prvem dielektriku sta $E_{t1} = E_1 \sin 30^\circ = E_1/2$ in $E_{n1} = E_1 \cos 30^\circ = \sqrt{3}E_1/2$. Komponenti polja v drugem dielektriku določimo iz mejnih pogojev: $E_{t2} = E_{t1} = E_1/2$ ter $\epsilon_0 \epsilon_{r1} E_{n1} = \epsilon_0 \epsilon_{r2} E_{n2} \Rightarrow E_{n2} = \epsilon_{r1} E_{n1} / \epsilon_{r2} = \sqrt{3}E_1$. Poljska jakost E_2 je določena s pitagorsko vsoto komponent: $E_2 = \sqrt{E_{t2}^2 + E_{n2}^2} = \sqrt{13}E_1/2$. Iskano razmerje je $E_2/E_1 = \sqrt{13}/2 \approx \underline{\underline{1,8}}$.

3. Izrazimo energiji v prvem in drugem primeru s kapacitivnostima in napetostjo: $W_{e1} = C_1 U^2 / 2$ in $W_{e2} = C_2 U^2 / 2$. Ker je napetost v obeh primerih enaka, je relativna sprememba energije enaka relativni spremembi kapacitivnosti: $\Delta = (W_{e2} - W_{e1})/W_{e1} = (C_2 - C_1)/C_1$. Kapacitivnost ploščatega kondenzatorja v prvem primeru je $C_1 = \epsilon_r \epsilon_0 ab/d$. Kondenzator z dvodelnim dielektrikom v drugem primeru lahko modeliramo z vzporedno vezavo dveh kondenzatorjev z dielektrikoma dielektričnosti $\epsilon_r \epsilon_0$ ter ϵ_0 : $C_2 = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{b(4a/5)}{d} + \epsilon_0 \frac{ba/5}{d} = \epsilon_0 \frac{ab}{d} \frac{4\epsilon_r + 1}{5} = C_1 \frac{4 + 1/\epsilon_r}{5}$. Relativna sprememba energije je $\Delta = \frac{4 + 1/\epsilon_r}{5} - 1 = -0,1 = \underline{\underline{-10 \%}}$. Energija se torej zmanjša za 10 %.

4. Iz enakosti moči na uporih sledi: $R_1 I_1^2 = R_2 I_2^2 \Rightarrow I_1 = \pm \sqrt{R_2/R_1} I_2 = \pm 2I_2$. Če to upoštevamo v zančni enačbi zgornje zanke, lahko izračunamo toka skozi upora:

$$R_2 I_2 = R_1 I_1 - U \Rightarrow (\pm 2R_1 - R_2) I_2 = U \Rightarrow I_2 = \begin{cases} -3 \text{ A} \\ -1 \text{ A} \end{cases} \text{ ter } I_1 = \begin{cases} -6 \text{ A} \\ 2 \text{ A} \end{cases},$$



kjer zgornji rešitvi ustreza pozitivnemu predznaku v prejšnjih enačbah, spodnji pa negativnemu. Tok I določimo po prvem Kirchhoffovem zakonu: $I = I_1 + I_2 = \begin{cases} -9 \text{ A} \\ 1 \text{ A} \end{cases}$.

5. Po metodi zančnih tokov zapišemo napetostne enačbe za vse tri zanke:

$$R_1 J_1 - U_1 + R_2 (J_1 - J_2) = 0$$

$$R_2 (J_2 - J_1) + R_3 J_2 - U_3 + U_4 + R_4 (J_2 - J_3) = 0$$

$$R_4 (J_3 - J_2) - U_4 + R_5 J_3 = 0$$

ter jih uredimo:

$$(R_1 + R_2) J_1 - R_2 J_2 = U_1$$

$$-R_2 J_1 + (R_2 + R_3 + R_4) J_2 - R_4 J_3 = U_3 - U_4 \Rightarrow \begin{bmatrix} R_1 + R_2 & -R_2 & 0 \\ -R_2 & R_2 + R_3 + R_4 & -R_4 \\ 0 & -R_4 & R_4 + R_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_3 - U_4 \\ U_4 \end{bmatrix}$$