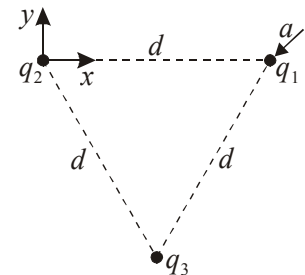


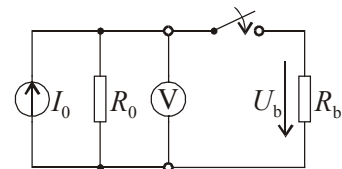
**OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (VSŠ)**  
**izpit, 17. marec 2008**

1. Trije enaki vzporedni vodniki polmera  $a = 1\text{ cm}$  ležijo tako, da so njihove medosne razdalje enake  $d = 2\text{ m}$ . Gostote nabojev na vodnikih so:  $q_1 = q_2 = 300\text{ nC/m}$ ,  $q_3 = -600\text{ nC/m}$ . Izračunajte velikost električne sile na dolžinski meter prvega vodnika.

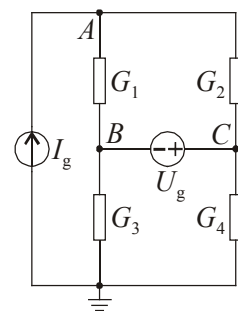


2. Koliko dela opravi homogeno električno polje jakosti  $\mathbf{E} = (10, 0, 30)\text{ kV/m}$  pri premiku točkaste elektrine  $Q = -100\text{ nC}$  od točke  $A(1\text{ m}, 3\text{ m}, 5\text{ m})$  do točke  $B(-1\text{ m}, 3\text{ m}, 4\text{ m})$ ?
3. V koaksialnem kablu s polmerom žile  $a = 2\text{ mm}$  ter plašča  $b = 5\text{ mm}$  je enovit izolant, ki ima prebojno trdnost  $E_{\text{preb.}} = 30\text{ MV/m}$ . Kolikšno najvišjo napetost smemo priključiti na kabel, da poljska jakost v izolantu nikjer ne preseže 10 % prebojne trdnosti?

4. Realnemu tokovnemu viru ( $I_0, R_0$ ) najprej izmerimo napetost odprtih sponk:  $U_0 = 10\text{ V}$ . Potem nanj priklopimo breme upornosti  $R_b = 1\Omega$  ter izmerimo napetost na njem:  $U_b = 2\text{ V}$ . Kolikšna sta tok kratkega stika  $I_0$  ter notranja upornost  $R_0$  vira? Voltmeter je idealen.



5. Zapišite sistem treh enačb za določitev potencialov spojišč  $A, B$  in  $C$ . Elemente vezja opredeljujejo vrednosti:  $I_g = 2\text{ A}$ ,  $U_g = 5\text{ V}$ ,  $G_1 = 1\text{ S}$ ,  $G_2 = 2\text{ S}$ ,  $G_3 = 3\text{ S}$  in  $G_4 = 4\text{ S}$ .



**OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (VŠŠ)**  
**izpit, 17. marec 2008, rešitve**

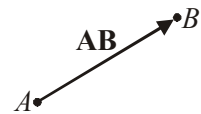
1. Sila na dolžinski meter prvega vodnika je enaka produktu gostote elektrine na njem ter poljske jakosti  $\mathbf{E}_{23}$ , ki jo na njegovem mestu prispevata preostala dva vodnika:  $\mathbf{f}_1 = q_1 \mathbf{E}_{23}$ . Poljski jakosti drugega in tretjega vodnika na mestu prvega sta

$$\mathbf{E}_2 = \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0 d} \mathbf{e}_x \quad \text{in} \quad \mathbf{E}_3 = \frac{q_3}{2\pi\epsilon_0 d} (\mathbf{e}_x \cos 60^\circ + \mathbf{e}_y \sin 60^\circ), \quad \text{njuna vsota pa je}$$

$$\mathbf{E}_{23} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 d} (\mathbf{e}_x (q_2 + q_3 \cos 60^\circ) + \mathbf{e}_y q_3 \sin 60^\circ) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 d} \left( \mathbf{e}_x \underbrace{(q_2 + q_3/2)}_0 + \mathbf{e}_y q_3 \sqrt{3}/2 \right) = \mathbf{e}_y \frac{q_3 \sqrt{3}}{4\pi\epsilon_0 d}$$

Velikost iskane sile je tako  $f_1 = q_1 E_{23} = \frac{q_1 |q_3| \sqrt{3}}{4\pi\epsilon_0 d} \doteq \underline{\underline{1,40 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}}}$ .

2. Delo  $W$ , ki ga opravi polje pri premiku točkaste elektrine od točke  $A$  do točke  $B$ , je sorazmerno napetosti  $U_{AB}$  med tema točkama:  $W = QU_{AB}$ . Ta napetost je enaka krivuljnemu integralu vektorja električne poljske jakosti po (poljubni) krivulji med tema točkama. Ker je polje homogeno, je vektor  $\mathbf{E}$  konstanta in ga zato lahko izpostavimo pred integral:



$$U_{AB} = \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \mathbf{E} \cdot \int_A^B d\mathbf{l} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{AB} = (10, 0, 30) \text{ kV/m} \cdot (-1-1, 3-3, 4-5) \text{ m} = -50 \text{ kV}.$$

Iskano delo je torej  $W = -100 \text{ nC} \cdot (-50 \text{ kV}) = \underline{\underline{5 \text{ mJ}}}$ .

3. V koaksialnem kablu je električna poljska jakost obratno sorazmerna oddaljenosti do osi kabla in je torej največja ob žili. Iz varnostne zahteve, da polje ne preseže 10 % prebojne trdnosti izolanta, določimo največjo dovoljeno absolutno vrednost vzdolžne gostote elektrine na žili:

$$E_{\max} = \frac{|q_{\max}|}{2\pi\epsilon_0 a} = 10\% \cdot E_{\text{preb.}} = 3 \text{ MV/m} \Rightarrow |q_{\max}| = 2\pi\epsilon_0 a E_{\max}. \quad \text{Če v izraz za napetost na izolaciji kabla}$$

vstavimo največjo dovoljeno gostoto elektrine, dobimo najvišjo dovoljeno napetost:

$$|U_{\max}| = \frac{|q_{\max}|}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{b}{a} = a E_{\max} \ln \frac{b}{a} \doteq \underline{\underline{5,50 \text{ kV}}}.$$

4. Pri drugi meritvi teče tok  $I_0$  skozi vzporedno vezavo notranjega in bremenskega upora:

$$U_b = I_0 \frac{R_0 R_b}{R_0 + R_b}. \quad \text{Če v tej enačbi upoštevamo, da je napetost odprtih sponk } U_o \text{ enaka produktu } I_0 R_0,$$

lahko izrazimo notranjo upornost  $R_0 = R_b (U_o / U_b - 1) = \underline{\underline{4 \Omega}}$  in potem še tok kratkega stika

$$I_0 = U_o / R_0 = \underline{\underline{2,5 \text{ A}}}.$$

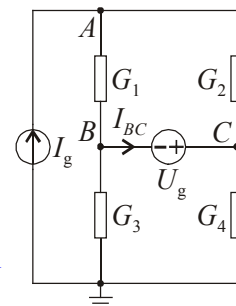
5. Vezje analizirajmo npr. po metodi spojiščnih potencialov. Za spojišči  $A$ ,  $B$  in  $C$  zapišimo enačbe I. Kirchhoffovega zakona:

$$A: \quad G_1(V_A - V_B) + G_2(V_A - V_C) = I_g \Rightarrow 3S \cdot V_A - 1S \cdot V_B - 2S \cdot V_C = 2 \text{ A} \quad /:S,$$

$$B: \quad G_1(V_B - V_A) + G_3 V_B + I_{BC} = 0 \Rightarrow -1S \cdot V_A + 4S \cdot V_B + I_{BC} = 0 \text{ A} \quad /:S,$$

$$C: \quad G_2(V_C - V_A) + G_4 V_C - I_{BC} = 0 \Rightarrow -2S \cdot V_A + 6S \cdot V_C - I_{BC} = 0 \text{ A} \quad /:S.$$

Drugi dve seštejemo v eno, da se izognemo neznaniki  $I_{BC}$ , toku skozi napetostni vir,  $B \oplus C: -3V_A + 4V_B + 6V_C = 0 \text{ V}$ . K enačbi za spojišče  $A$  ter skupni za spojišča  $B$  in  $C$  dodamo še enostavno relacijo  $V_C - V_B = U_g$ , ki jo omogoča idealni napetostni vir, in dobimo iskani sistem enačb:



$$\left. \begin{array}{l} A: \quad 3V_A - V_B - 2V_C = 2 \text{ V} \\ B \oplus C: \quad -3V_A + 4V_B + 6V_C = 0 \text{ V} \\ \quad \quad \quad -V_B + V_C = 5 \text{ V} \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{\underline{\begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 \\ -3 & 4 & 6 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \text{ V} \\ 0 \text{ V} \\ 5 \text{ V} \end{bmatrix}}}$$